

01; 10

© 1990 г.

КОАКСИАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ С ПРОДОЛЬНЫМ ПОЛЕМ ДЛЯ ФОКУСИРОВКИ ПОЛЫХ ПУЧКОВ

I. ЛИНЗЫ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Л. А. Баранова, М. И. Явор, С. Я. Явор

Расчитаны поля и оптические параметры первого порядка иммерсионных и одиночных осесимметричных линз нового типа. Результаты расчета кардинальных элементов, угла отклонения и положения центра отклонения осевой траектории приведены в таблицах.

В работе [1] были рассмотрены линзы для фокусировки полых пучков заряженных частиц, образованные коническими или цилиндрическими электродами. Благодаря большой светосиле такие линзы представляют значительный интерес для формирования (фокусировки и изменения энергии) пучков, направляемых в энерго- или масс-анализаторы с кольцевой диафрагмой на входе. В данной работе проведен расчет поля и парааксиальных свойств линз с цилиндрическими электродами. Схематически исследованные линзы показаны на рисунке.

Распределение потенциала таких линз в предположении о пренебрежимой малости зазоров между последовательно расположенными электродами можно записать в виде

$$\varphi(r, z) = V_1 + (V_2 - V_1)\varphi_1(r, z + l/2) + (V_3 - V_2)\varphi_1(r, z - l/2), \quad (1)$$

где

$$\varphi_1(r, z) = \begin{cases} 1 - \varphi_0(r, z)/2 & \text{при } z \geq 0, \\ \varphi_0(r, -z)/2 & \text{при } z < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $\varphi_0(r, z)$ — решение уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_0}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

в полуполосе $z \geq 0$, $r_1 < r < r_2$ с граничными условиями

$$\varphi_0(r_1, z) = \varphi_0(r_2, z) = 0, \quad \varphi_0(r, 0) = 1. \quad (4)$$

Решение задачи (3), (4) может быть получено методом разделения переменных [2] и имеет вид

$$\varphi_0(r, z) = \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\beta_n)}{J_0\left(\beta_n \frac{r_2}{r_1}\right) + J_0(\beta_n)} R(r, \beta_n) e^{-\beta_n(z/r_1)}. \quad (5)$$

Здесь

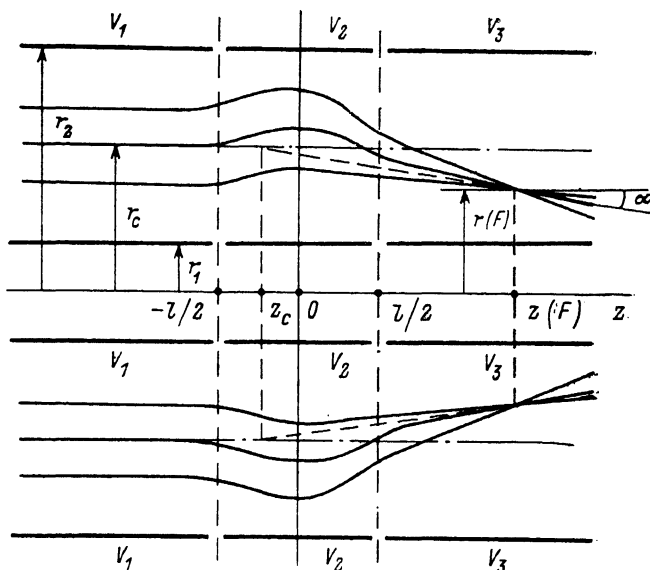
$$R(r, \beta) = J_0\left(\frac{\beta r}{r_1}\right) N_0\left(\frac{\beta r_2}{r_1}\right) - N_0\left(\frac{\beta r}{r_1}\right) J_0\left(\frac{\beta r_2}{r_1}\right), \quad (6)$$

где J_0 и N_0 — функции Бесселя первого и второго рода, β_n — корни уравнения $R(r_1, \beta) = 0$.

Расчет потенциала может быть существенно упрощен, если расстояние между электродами линзы значительно меньше радиусов электродов $\epsilon = (r_2 - r_1)/(r_2 + r_1) \ll 1$. В этом случае можно применить метод, предложенный в работе [3]. Решение задачи (3), (4) следует записать в виде ряда

$$\varphi_0(r, z) = \sum_{j=0}^{\infty} u_j(r, z) \epsilon^j. \quad (7)$$

Перепишав уравнение (3) в координатах $\xi = (r - r_c)/(r_2 - r_c)$, $\nu = z/(r_2 - r_c)$, где $r_c = (r_1 + r_2)/2$, и подставив в это уравнение разложение (7), придем к рекуррентной последовательности уравнений для функций $u_j(\xi, \nu)$ вида $\Delta u_0 = 0$,



$\Delta u_1 = -\partial u_0/\partial \xi$, $\Delta u_2 = -\partial u_1/\partial \xi + \xi \partial u_0/\partial \xi$ и т. д., где $\Delta = \partial^2/\partial \xi^2 + \partial^2/\partial \nu^2$ — плоский оператор Лапласа. Подстановка (7) в граничные условия (4) показывает, что функция u_0 должна удовлетворять граничным условиям (4), а функции u_j при $j \geq 1$ — однородным граничным условиям. Функции u_0 и u_1 выражаются в аналитическом виде, а u_2 — в виде простого быстроходящегося ряда. Опуская выкладки, запишем выражения для потенциала $\varphi_0(\xi, \nu)$ на оптической оси линзы $\xi = 0$ с точностью до величин порядка ϵ^4

$$\begin{aligned} \varphi_0(0, \nu) = & \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{\epsilon^2}{8}\right) \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi \nu}{2}} \right) - \\ & - \frac{4\epsilon^2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^3} e^{-(n-1/2)\pi \nu} - \frac{\epsilon^2 \nu}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^2} e^{-(n-1/2)\pi \nu}, \end{aligned} \quad (8)$$

и производной на оптической оси с точностью до величин порядка ϵ^3

$$\left. \frac{\partial \varphi_0(\xi, \nu)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \frac{\epsilon}{2} \left[1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi \nu}{2}} \right) - \operatorname{th} \frac{\pi \nu}{2} \right]. \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что в рассматриваемых линзах в отличие от обычных осесимметричных линз первая производная от потенциала по радиусу отлична от нуля во всем межэлектродном пространстве. Она представляет собой малую величину порядка ϵ . Заметим, что сходимость рядов, входящих в выражение (8), лучше, чем сходимость ряда (5), что существенно при малых z .

Сравнение результатов расчетов по формулам (5) и (8), (9) показывает, что при $\epsilon=0.25$ погрешность формулы (8) составляет менее 0.01 %, а формулы (9) — 1 %. Эти погрешности уменьшаются с уменьшением ϵ пропорционально ϵ^2 .

Расчет по точным формулам (5), (6) показал, что распределение потенциала на оси $[\varphi(r_c, z)=\Phi(z)]$ достаточно близко к соответствующему распределению для двумерной линзы даже при больших расстояниях между электродами. При $\epsilon=0.25$ разность между значениями точного и двумерного потенциалов $\Phi(z)$ и производных $\Phi'(z)$ и $\Phi''(z)$ около 0.2 %, при $\epsilon=0.9$ — около 5 %.

На основании найденного распределения потенциала было проведено численное интегрирование параксиального уравнения траектории

$$y'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} y' + \frac{\Phi''}{2\Phi} y = \frac{\Phi_1}{2\Phi}, \quad (10)$$

где

$$\Phi_1(z) = \left. \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \right|_{r=r_c}.$$

Расчеты проводились для ряда вариантов двухэлектродных иммерсионных и трехэлектродных одиночных линз. В иммерсионных линзах полагаем $l=0$ и $V_3=V_2$, а в одиночных $V_3=V_1$. Определялись фокусные расстояния линз, положения фокусов и главных плоскостей, угол отклонения осевой траектории, положение центра отклонения осевой траектории, а также радиус кольцевого фокуса, формируемого линзой. Некоторые из полученных данных приведены в табл. 1—3.

Табл. 1 описывает параметры двухэлектродной иммерсионной линзы для двух значений $\epsilon=0.25$ и 0.9. Здесь f_f — фокусное расстояние в пространстве изображения, $z(F_f)$ — положение фокуса, z_c — положение центра отклонения осевой траектории, α — угол отклонения (отрицательное значение угла α соответствует отклонению траектории к оси z). Точка $z=0$ расположена в геометрическом центре линзы. Все величины даны в единицах радиуса r_c . Расчет проводился для случая, когда осевая траектория на входе в линзу параллельна оси z . Как видно из таблицы, угол отклонения этой траектории на выходе из линзы мал. Это связано как с малостью отклоняющей составляющей поля

Т а б л и ц а 1

V_2/V_1	$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.9$			
	f_f	$z(F_f)$	z_c	$\text{tg } \alpha$	f_f	$z(F_f)$	z_c	$\text{tg } \alpha$
0.1	0.25	0.74	0.51	-0.043	0.94	2.79	1.94	-0.208
0.2	0.49	1.10	0.63	-0.021	1.86	4.15	2.38	-0.102
0.3	0.89	1.64	0.77	-0.012	3.39	6.21	2.93	-0.056
0.4	1.59	2.52	0.97	-0.006	6.01	9.53	3.66	-0.031
0.5	2.86	4.05	1.24	-0.004	10.81	15.31	4.68	-0.017
0.6	5.41	7.00	1.65	-0.002	20.49	26.48	6.23	-0.009
0.7	11.43	13.67	2.33	-0.001	43.26	51.71	8.81	-0.004
0.8	30.02	33.57	3.70	0	113.6	127.0	13.98	-0.002
1.2	49.71	45.38	-4.54	0	188.1	171.8	-17.16	-0.001
1.4	15.26	12.89	-2.49	-0.001	57.75	48.79	-9.41	-0.003
1.6	8.15	6.43	-1.81	-0.001	30.84	24.35	-6.83	-0.006
1.8	5.42	4.02	-1.47	-0.002	20.50	15.23	-5.56	-0.009
2.0	4.04	2.84	-1.27	-0.002	15.28	10.74	-4.80	-0.012
2.2	3.23	2.16	-1.14	-0.003	12.22	8.16	-4.30	-0.015
2.4	2.70	1.72	-1.04	-0.004	10.24	6.52	-3.94	-0.018
2.6	2.34	1.42	-0.97	-0.004	8.87	5.40	-3.68	-0.021
3.0	1.88	1.05	-0.88	-0.005	7.10	3.98	-3.33	-0.026
3.5	1.54	0.78	-0.81	-0.006	5.83	2.97	-3.06	-0.031
4.0	1.33	0.62	-0.76	-0.007	5.05	2.36	-2.89	-0.036
6.0	0.97	0.33	-0.69	-0.010	3.68	1.26	-2.63	-0.049
10.0	0.78	0.15	-0.70	-0.012	2.96	0.59	-2.64	-0.060
20.0	0.72	0.02	-0.82	-0.013	2.75	0.10	-3.12	-0.062
30.0	0.76	-0.03	-0.99	-0.012	2.90	-0.12	-3.74	-0.056

Таблица 2

V_2/V_1	$\epsilon = 0.25$			$\epsilon = 0.9$		
	l_i	$z(F_i)$	$\text{tg } \alpha$	l_i	$z(F_i)$	$\text{tg } \alpha$
-0.3	0.52	0.58	-0.018	2.19	2.43	-0.077
-0.2	0.67	0.73	-0.014	2.82	3.05	-0.060
-0.1	0.88	0.94	-0.011	3.67	3.88	-0.046
0	1.16	1.22	-0.008	4.85	5.04	-0.035
0.1	1.57	1.62	-0.006	6.51	6.69	-0.026
0.2	2.16	2.21	-0.004	8.93	9.09	-0.019
0.3	3.06	3.10	-0.003	12.61	12.75	-0.013
0.4	4.51	4.54	-0.002	18.51	18.64	-0.009
0.5	7.01	7.04	-0.001	28.69	28.80	-0.006
0.6	11.79	11.81	-0.001	48.14	48.23	-0.004
0.7	22.53	22.54	0	91.74	91.81	-0.002
0.8	54.36	54.37	0	220.9	220.9	-0.001
1.2	70.72	70.71	0	284.9	284.8	-0.001
1.4	19.99	19.97	0	80.22	80.12	-0.002
1.6	10.00	9.96	-0.001	39.97	39.83	-0.004
1.8	6.30	6.25	-0.001	25.10	24.91	-0.007
2.0	4.50	4.43	-0.002	17.87	17.62	-0.010
2.2	3.48	3.39	-0.003	13.76	13.45	-0.012
2.4	2.83	2.73	-0.003	11.17	10.81	-0.015
2.6	2.40	2.28	-0.004	9.43	9.01	-0.018
2.8	2.09	1.95	-0.004	8.19	7.71	-0.021
3.0	1.86	1.70	-0.005	7.28	6.73	-0.023
3.5	1.50	1.29	-0.006	5.82	5.10	-0.029
4.0	1.29	1.04	-0.007	4.99	4.09	-0.034
5.0	1.10	0.71	-0.008	4.19	2.84	-0.041

$\Phi_1(z)$, так и с тем обстоятельством, что в пределах линзы она меняет знак. Угол α растет с ростом ϵ , т. е. с увеличением расстояния между электродами.

Результаты расчета показывают, что независимо от величины ϵ положение центра отклонения близко к положению главной плоскости, определяемому

Таблица 3

V_2/V_1	$\epsilon = 0.25$			$\epsilon = 0.9$		
	l_i	$z(F_i)$	$\text{tg } \alpha$	l_i	$z(F_i)$	$\text{tg } \alpha$
-0.3	0.22	0.04	-0.045	0.59	0.52	-0.303
-0.2	0.17	0.21	-0.059	0.65	0.87	-0.273
-0.1	0.22	0.29	-0.045	0.88	1.16	-0.202
0	0.30	0.38	-0.032	1.24	1.53	-0.144
0.1	0.44	0.52	-0.022	1.77	2.07	-0.100
0.2	0.64	0.72	-0.015	2.59	2.87	-0.069
0.3	0.97	1.04	-0.010	3.89	4.14	-0.046
0.4	1.51	1.57	-0.006	6.03	6.26	-0.030
0.5	2.46	2.52	-0.004	9.84	10.04	-0.018
0.6	4.35	4.40	-0.002	17.32	17.49	-0.010
0.7	8.70	8.73	-0.001	34.53	34.65	-0.005
0.8	21.90	21.92	0	86.71	86.80	-0.002
1.2	33.05	33.02	0	129.7	129.6	-0.001
1.4	9.97	9.91	-0.001	38.94	38.75	-0.005
1.6	5.29	5.21	-0.002	20.60	20.30	-0.009
1.8	3.53	3.41	-0.003	13.69	13.26	-0.013
2.0	2.66	2.51	-0.004	10.28	9.73	-0.017
2.2	2.16	1.97	-0.005	8.33	7.64	-0.021
2.4	1.85	1.62	-0.005	7.10	6.27	-0.025
2.6	1.65	1.37	-0.006	6.29	5.30	-0.028
2.8	1.51	1.17	-0.006	5.73	4.57	-0.031
3.0	1.41	1.02	-0.007	5.33	3.99	-0.033
3.5	1.28	0.73	-0.008	4.79	2.90	-0.037
4.0	1.25	0.50	-0.008	4.63	2.07	-0.038
5.0	1.43	0.04	-0.007	5.09	0.48	-0.035

формулой $z(H_i) = z(F_i) - f_i$. Отличие их положений для иммерсионной линзы составляет менее 10%. Кроме того, радиус кольцевого фокуса $r(F_i)$ также мало зависит от потенциалов на электродах и составляет $r(F_i) = 0.99 r_c$ при $\epsilon = 0.25$, а при $\epsilon = 0.9$ меняется от $0.82 r_c$ до $0.80 r_c$ с ростом V_2/V_1 .

Параметры одиночной линзы даны в табл. 2 для случая, когда длина среднего электрода равна $l = 0.5 (r_2 - r_1)$, и в табл. 3 при $l = r_2 - r_1$. Угол отклонения осевой траектории на выходе из линзы по-прежнему остается малым, за исключением отрицательных значений потенциалов на среднем электроде при $\epsilon = 0.9$. Положение центра отклонения z_c в табл. 2 и 3 не приводится, так как расчеты показали, что независимо от величины ϵ в одиночной линзе положение центра отклонения с большой точностью совпадает с положением главной плоскости (их отличие порядка 0.01%). Радиус кольцевого фокуса $r(F_i)$ практически не зависит от потенциалов на электродах. При $\epsilon = 0.25$ он равен $0.99 r_c$. Если $\epsilon = 0.9$, то $r(F_i)$ равен $0.83 r_c$ для $l = 0.5 (r_2 - r_1)$ и составляет $0.82 r_c$ для $l = r_2 - r_1$.

Следует отметить, что такое постоянство радиуса кольцевого фокуса значительно облегчает настройку линзы, так как при изменении энергии пучка или потенциалов на электродах происходит только продольное смещение кольцевого фокуса.

Приведенные данные позволяют определить положение и размер изображения не только для пучка, параллельного оси линзы на входе, но и для пучка, эмиттируемого из кольцевого источника, радиус которого близок к r_c . Предполагается, что источник расположен на произвольном расстоянии от линзы и испускает частицы под малым углом к ее оси. Положение плоскости изображения определяется из известного уравнения Ньютона

$$[z_0 - z(F_0)][z_i - z(F_i)] = f_0 f_i, \quad (11)$$

где z_0 и z_i — положения предмета и изображения соответственно, индекс нуль относится к предметному пространству, i — к пространству изображений.

Если радиус кольцевого источника r_0 равен $r_0 = r_c$, то радиус кольцевого изображения r_i определяется следующим образом:

$$r_i = r_c + (z_i - z_c) \operatorname{tg} \alpha \approx r_c + f_i (1 - M) \operatorname{tg} \alpha. \quad (12)$$

Если радиус кольцевого источника равен $r_0 = r_c + \Delta r$, то имеем

$$r_i = r_c + (z_i - z_c) \operatorname{tg} \alpha + M \Delta r \approx r_c + f_i (1 - M) \operatorname{tg} \alpha + M \Delta r, \quad (13)$$

где

$$M = \frac{z_i - z(F_i)}{-f_i}, \quad r_c + f_i \operatorname{tg} \alpha \approx r(F_i).$$

Из (12) и (13) следует, что радиус кольцевого изображения меняется с изменением увеличения.

Для оценки применимости приближенного метода расчета поля на основе выражений (8), (9) были определены параметры иммерсионных и одиночных линз при $\epsilon = 0.25$. Расхождение значений кардинальных элементов, полученных точным и приближенным методами, в большинстве случаев не превышает 0.01% и лишь в отдельных точках при отрицательных значениях потенциала на среднем электроде одиночной линзы доходит до 0.1%. Угол отклонения при приближенных расчетах определяется с меньшей точностью (он уменьшается на 1.5%), однако ввиду его малости это не имеет существенного значения. Вместе с тем асимптотический метод расчета поля значительно проще точного и при малых ϵ ему следует отдать предпочтение.

Сравнение кардинальных элементов исследованных линз и соответствующих двумерных линз с расстоянием между электродами, равным $r_2 - r_1$, показало значительную близость их фокусирующих свойств. При $\epsilon = 0.25$ различие в значениях фокусных расстояний и положений фокусов составляет не более 0.2—0.3%. С ростом ϵ отличие возрастает, и при $\epsilon = 0.9$ двумерная линза на 5—15% сильнее исследованной.

Таким образом, в данной работе рассмотрена фокусировка полых пучков, форма которых на входе в линзу близка к цилиндрической. Полые пучки могут иметь и коническую форму. В этом случае их осевая траектория составляет с осью симметрии поля значительный угол. Для фокусировки таких пучков следует применять линзы с коническими электродами, которые будут рассмотрены во второй части работы.

Список литературы

- [1] Баранова Л. А., Дьякова Г. Н., Явор С. Я. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 95—97.
- [2] Цыркин Л. Э. Избранные задачи расчета электрических и магнитных полей. М.: Сов. радио, 1977. 319 с.
- [3] Явор М. И. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 4. С. 174—176.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
29 мая 1989 г.
