

01; 10

© 1990 г.

**ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА
НА ПРОДОЛЬНУЮ ФОКУСИРОВКУ ИОНОВ
В МАСС-РЕФЛЕКТРОНЕ**

Л. М. Секунова, Е. М. Якушев

Получено уравнение продольного движения узкого пакета ионов в электростатическом зеркале с прямой оптической осью с учетом начального разброса энергий ионов и их кулоновского взаимодействия. Показано, что зеркало способно компенсировать размытие пакета, вызываемое энергетическим разбросом ионов и их взаимодействием. На основании полученных формул для системы, составленной из пространства дрейфа и зеркала с однородным полем, найдена величина допустимой концентрации ионов в пакете, при которой в определенной плоскости правильно передается его временная структура. Для концентрации, превышающей допустимую, найдено предельное разрешение масс-рефлектрона.

Кулоновское взаимодействие ионов в инжектируемых пакетах приводит к увеличению дисперсии продольных скоростей частиц, что оказывает влияние на ионно-оптические характеристики времяпролетного масс-спектрометра и налагивает определенные ограничения на предельные значения разрешающей способности прибора. Настоящая статья посвящена изучению влияния эффектов объемного заряда на продольную фокусировку пакета ионов во времяпролетных масс-спектрометрах рефлекционного типа.

Пусть ось z неподвижной системы координат r, ϕ, z совпадает с осью вращательной симметрии полеобразующих электродов зеркала. Рассмотрим поступательное, нерелятивистское движение вдоль этой оси узкого пакета однородных по массе и заряду частиц. Положение центра масс этого пакета на оси z будем обозначать через ζ , а его скорость — через $\dot{\zeta}$. При этом

$$\dot{\zeta} = \sigma \sqrt{-\frac{2e}{m} \Phi(\zeta)}, \quad (1)$$

где e и m — соответственно заряд и масса отдельной частицы, а $\Phi(\zeta)$ — распределение электростатического потенциала вдоль оси зеркала. Потенциал нормирован таким образом, что он равен нулю там, где равна нулю скорость центра масс ($\dot{\zeta}=0$). Знаковый множитель σ определяется равенством $\sigma=\dot{\zeta}/|\dot{\zeta}|$. В точке $\zeta=z_k$ отражения пакета, определяемой равенством $\Phi(z_k)=0$, множитель σ меняет знак вследствие того, что внешнее поле в этом месте предполагается отличным от нуля.

Движение иона вдоль оси z с учетом сил кулоновского взаимодействия заряженных частиц в системе центра масс пакета описывается с помощью уравнения

$$\ddot{\eta} = -\frac{e}{m} \frac{\partial \Phi(\zeta + \eta)}{\partial \zeta} + \frac{e}{m} E_{\eta}^{(k)} - \ddot{\zeta}. \quad (2)$$

Здесь $\eta=z-\zeta$ — продольная координата частицы в системе центра масс, $E_{\eta}^{(k)}$ — продольная составляющая напряженности поля сил кулоновского взаимодействия.

Для пакетов в форме диска радиусом r_m и толщиной λ при условии, что поперечные размеры пакета гораздо больше продольных ($r_m \gg \lambda$), а распределение

заряда в пакете равномерно в пределах его границ (такая ситуация возможна, если в начальный момент движения распределение заряда равномерно, а скорости частиц являются линейными функциями их положения), выражение для напряженности $E_{\eta}^{(k)}$ имеет вид

$$E_{\eta}^{(k)} = -\frac{\rho \eta}{\epsilon}, \quad (3)$$

где ρ — плотность заряда, ϵ — электрическая постоянная.

Перейдя в уравнении (2) от дифференцирования по времени к дифференцированию по ζ с помощью равенства (1) и ограничиваясь первыми порядками η при разложении функции $\Phi(\zeta + \eta)$ в ряд по η , получим уравнение траектории движения отдельных частиц относительно движущегося вдоль оси z центра масс пакета

$$2\Phi\eta'' + \Phi'\eta' - \Phi''\eta = \frac{\rho\eta}{\epsilon}. \quad (4)$$

Из линейности последнего уравнения следует, что для расчета продольных размеров пакета достаточно проследить за движением крайних его частиц (будем обозначать в дальнейшем координаты η таких частиц через h).

Используя закон сохранения полного заряда Q

$$Q = \text{sign } h_0 \cdot 2\pi r_{m0}^2 h_0 \rho_0 = e n_0 \pi r_{m0}^2 = \text{sign } h \cdot 2\pi r_m^2 h \rho, \quad (5)$$

можно связать плотность ρ пакета в произвольном сечении $\zeta = \text{const}$ с плотностью ρ_0 в начальный момент движения и записать для крайних частиц уравнение траекторий (4) в виде

$$2\Phi h'' + \Phi' h' - \Phi'' h = \text{sign } h \cdot \frac{e n_0}{2\epsilon} \frac{r_{m0}^2}{r_m^2}. \quad (6)$$

Здесь $n_0 = (2\rho_0 h_0)/e$ — начальная плотность частиц, приходящаяся на единицу площади пакета, поперечные размеры которого в начальный момент движения определяются радиусом r_{m0} . Величину r_m в произвольный момент движения без учета кулоновского взаимодействия частиц в радиальном направлении можно найти, решив уравнение вертикальной фокусировки

$$2\Phi r'' + \Phi' r' + \frac{1}{2} \Phi'' r = 0. \quad (7)$$

Уравнение (6) может быть решено в квадратурах на участках знакопостоянной величины h . Определяющая продольные размеры пакета функция $h(\zeta)$ будет в чистом виде давать величину его уширения, вызванного начальным разбросом энергий заряженных частиц и их кулоновским взаимодействием, если положить, что в начальный момент движения пакет бесконечно тонкий, т. е. $h(\zeta_0) = 0$. Напомним, что мы рассматриваем случай, когда в начальный момент движения скорость частиц $\dot{\eta}$ является линейной функцией их координаты η , т. е. крайним частицам соответствует максимальная скорость h_0 . Если обозначить через φ_m выраженный в единицах потенциала максимальный разброс энергий частиц около среднего значения их энергий, то величина этой скорости равна $h_0 = \zeta_0 (\varphi_m / 2\Phi_0) \text{ sign } h_0$. В дальнейшем для определенности будем полагать, что $\text{sign } h_0 = 1$.

Условием продольной (времяпролетной) фокусировки в некоторой плоскости $z = \zeta_F$ будет равенство нулю уширения пакета $h(\zeta_F) = 0$. В работе [1] без учета сил кулоновского взаимодействия было показано, что в системах с прямой оптической осью времяпролетная фокусировка по энергии может быть достигнута только при использовании электронного зеркала. Этот вывод справедлив и при наличии объемного заряда, поскольку кулоновское взаимодействие частиц, как и начальный разброс их энергий, в дрейфовом пространстве или линзовой системе приводит только к расширению пакета вследствие дополнительного изменения продольной скорости этих частиц. Эффект времяпролетной фокусировки в ионном зеркале достигается благодаря тому, что частицы с большей энергией большее время находятся в области, занятой его полем. При расчете необходимо

учесть двузначность траекторий $h(\zeta)$ от предметной плоскости $z=z_0$ до плоскости времяпролетной фокусировки $z=\zeta_F$ и наличие точки возврата $\zeta=z_k$ центра масс пакета. Считая, что предметная плоскость $z=z_0$ находится вне поля, получим решение уравнения (6) на участке $[\zeta_0, \zeta_F]$

$$h(\zeta) = -\frac{\varphi_m}{\Phi_0} \left[\left(1 \mp \frac{\sqrt{\Phi}}{\sqrt{\Phi_0}} \right) + \frac{\sqrt{\Phi}}{2} (I_1 \mp I_{10}) \right] - \frac{en_0}{2\varepsilon} \left\{ \frac{J_n}{\Phi'_k} \left[\left(1 \mp \frac{\sqrt{\Phi}}{\sqrt{\Phi_0}} \right) + \frac{\sqrt{\Phi}}{2} (I_1 \mp I_{10}) \right] + \frac{\sqrt{\Phi}}{2} (I_2^* \mp I_{20}) \right\}, \quad (8)$$

где

$$I_1 = I_1(\zeta) = \int_{z_k}^{\zeta} \frac{\Phi' - \Phi'_k}{\Phi \sqrt{\Phi}} d\zeta, \quad I_{10} = I_1(\zeta_0), \quad (9)$$

$$I_2 = I_2(\zeta) = \int_{z_k}^{\zeta} \frac{J}{\Phi \sqrt{\Phi}} d\zeta, \quad I_{20} = I_2(\zeta_0), \quad (10)$$

$$J = J(\zeta) = - \int_{z_k}^{\zeta} \frac{r_{m0}^2}{r_m^2} d\zeta, \quad J_0 = J(\zeta_0), \quad (11)$$

$$I_2^* = \begin{cases} I_2 & \text{для прямой ветви траектории,} \\ \bar{I}_2 & \text{для обратной ветви.} \end{cases} \quad (12)$$

Черточкой сверху будут обозначаться величины для обратной ветви траектории

$$\bar{I}_2 = \int_{z_k}^{\zeta} \frac{J}{\Phi \sqrt{\Phi}} d\zeta, \quad \bar{J} = - \int_{z_k}^{\zeta} \frac{r_{m0}^2}{r_m^2} d\zeta. \quad (13)$$

При наличии двойных знаков верхний относится к прямой ветви, нижний — к обратной. Значение ζ_F находится из равенства $h(\zeta_F)=0$. Получив дифференцированием (8) при $\zeta=\zeta_F$ величину $h'(\zeta_F)$, запишем решение уравнения (6) на участке $\zeta > \zeta_F$ в виде

$$h = \Phi(\zeta_F) h'(\zeta_F) \sqrt{\Phi} \int_{\zeta_F}^{\zeta} \frac{d\zeta}{\Phi \sqrt{\Phi}} + \frac{en_0}{4\varepsilon} \sqrt{\Phi} \int_{\zeta_F}^{\zeta} \frac{1}{\Phi \sqrt{\Phi}} \int_{\zeta_F}^{\zeta} \frac{r_{m0}^2}{r_m^2} d\zeta d\zeta. \quad (14)$$

Равенства (8) и (14) определяют связанные с наличием начального разброса энергий заряженных частиц и их кулоновского взаимодействия уширение пакета в зависимости от его положения на главной оптической оси на всем протяжении движения от источника до детектора.

Так как практически всегда детектор, как и источник ионов, расположен вне поля зеркала, то представляется интерес записать равенства (8) и (14) для обратной ветви вне поля, когда $\zeta > z_d$, где z_d — граница поля на оси z ,

$$h = -\frac{\varphi_m}{\Phi_0} \left[\frac{\zeta + \zeta_0}{2} - z_T \right] - \frac{en_0}{2\varepsilon \Phi_0} \left\{ J_0 \left[\frac{\zeta + \zeta_0}{2} - z_T \right] + \frac{\Phi_0 \sqrt{\Phi_0}}{2} [\bar{I}_2 + I_{20}] \right\} \quad (15)$$

для промежутка $\zeta \leq \zeta_F$ и

$$h = h'_F (\zeta - \zeta_F) + \frac{en_0}{4\varepsilon \Phi_0} \int_{\zeta_F}^{\zeta} \int_{\zeta_F}^{\zeta} \frac{r_{m0}^2}{r_m^2} d\zeta d\zeta \quad (15)$$

для промежутка $\zeta > \zeta_F$. При этом

$$z_T = z_k + \frac{2\Phi_0}{\Phi'_k} \left(1 + \frac{\Phi_0 \Phi''_k}{\Phi'^2_k} + \frac{\sqrt{\Phi_0}}{2\Phi'_k} I_1 \right), \quad (17)$$

где

$$H_1 = \int_{z_k}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\Phi}} \left[\Phi'_k \left(\frac{\Phi' - \Phi'_k}{\Phi} + \frac{\Phi'_k \sqrt{\Phi}}{\Phi_0 \sqrt{\Phi_0}} \right) - \Phi' \frac{\Phi''_k}{\Phi'_k} \right] dz. \quad (18)$$

Величина z , не зависит от положения источника и детектора, а определяется только полем зеркала на его оптической оси. Согласно работе [2], она без учета влияния объемного заряда задает положение узловой (главной) плоскости времязпролетной фокусировки. Равенство (15), если положить в нем $h=0$, определяет в аналитическом виде положение «предмета» и «изображения», т. е. позволяет написать уравнение временного изображения. Необходимая при этом величина r_m находится в общем случае численным интегрированием уравнения (10).

В качестве конкретного примера рассмотрим уширение пакета и его фокусировку в линейном масс-рефлектроне с однозазорным отражателем — ионным зеркалом, образованном однородным полем (рис. 1). Будем считать, что протяжен-

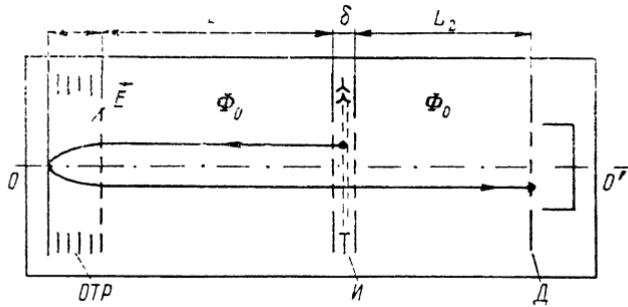


Рис. 1. Схема ионно-оптической системы линейного масс-рефлектрона [3].

$И$ — источник ионов; $Д$ — детектор ионов, $O-O'$ — ось системы; d — протяженность однородного отражающего поля напряженностью E ; δ — протяженность области ионизации, L_1 и L_2 — участки бесполевого дрейфового пространства, находящегося под потенциалом Φ_0 .

ность δ области ионизации невелика ($\delta \ll L_i$) и выталкиваемый из источника ионов пакет бесконечно тонкий. Размытием пакета на этом участке при обратном прохождении будем пренебречь. Ограничимся случаем, когда начальная скорость v_0 заряженных частиц в пакете определяется лишь ее осевой составляющей ($v_0 = z_0, r_0 \dot{\phi}_0 = 0, r_0 = 0$). Тогда вертикальные размеры пакета остаются неизменными, т. е. $r_m = \text{const}$. Ось z совмещается с осью симметрии системы. Продольные размеры системы $d = z_d - z_k$, $L_1 \approx \zeta_0 - z_d$, $L_2 \approx \zeta_D - z_0$, где z_k и z_d — координаты на оси z точки поворота центра масс частиц и границы однородного поля соответственно, ζ_0 и ζ_D — положение плоскостей, в которых находятся выходное и входное окна источника и детектора ионов. Потенциал внеполевых участков L_1 и L_2 постоянен и равен Φ_0 . На участке d потенциал распределен линейно $\Phi = \Phi' (\zeta - z_k)$, где $\Phi' = \Phi_0/d$ — напряженность E однородного поля.

Для такой системы равенства (8), (14)–(16), служащие для расчета уширения, существенно упрощаются. На участке $[\zeta_0, z_k, \zeta_F]$ при $\zeta > z_d$

$$\begin{aligned} h = & -\frac{z_m}{\Phi_0} \left[\left(d - \frac{\zeta - z_d}{2} \right) \mp \left(d - \frac{\zeta_0 - z_d}{2} \right) \right] + \\ & + \frac{en_0}{2\varepsilon\Phi_0} \left\{ (\zeta_0 - z_k) \left[\left(d - \frac{\zeta - z_d}{2} \right) \mp \left(d - \frac{\zeta_0 - z_d}{2} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{3d^2 + (\zeta - z_k)^2}{4} \mp \frac{3d^2 + (\zeta_0 - z_k)^2}{4} \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

при $z_k \leq \zeta \leq z_d$

$$h = -\frac{q_m}{\Phi_0} \left[d \mp \frac{\sqrt{\zeta - z_k}}{\sqrt{d}} \left(d - \frac{\zeta_0 - z_d}{2} \right) \right] +$$

$$+ \frac{en_0}{2\epsilon\Phi_0} \left\{ (\zeta_0 - z_k) \left[d \mp \frac{\sqrt{\zeta - z_k}}{\sqrt{d}} \left(d - \frac{\zeta_0 - z_d}{2} \right) \right] + d(\zeta + \zeta_0 - 2z_k) \mp \right. \\ \left. \mp \frac{\sqrt{\zeta - z_k}}{\sqrt{d}} \left[(\zeta_0 - z_k) \left(d - \frac{\zeta_0 - z_d}{2} \right) + \frac{3d^2 + (\zeta_0 - z_k)^2}{4} \right] \right\}. \quad (20)$$

Для отраженных частиц, когда ζ_F находится в поле зеркала, при $\zeta_F < \zeta \leq z_d$

$$h = 2h'_F [\sqrt{\zeta_F - z_k} \sqrt{\zeta - z_k} - (\zeta_F - z_k)] + \\ + \frac{en_0 d}{2\epsilon\Phi_0} [(\zeta_F - z_k) + (\zeta - z_k) - 2\sqrt{\zeta_F - z_k} \sqrt{\zeta - z_k}], \quad (21)$$

а при $\zeta > z_d$

$$h = 2h'_F \sqrt{\zeta_F - z_k} \left[\sqrt{d} - \sqrt{\zeta_F - z_k} + \frac{\sqrt{\zeta_F - z_k}}{2d} (\zeta - z_d) \right] + \\ + \frac{en_0}{2\epsilon\Phi_0} \left[d^2 - 2d\sqrt{d} \sqrt{\zeta_F - z_k} + d(\zeta_F - z_k) + \frac{(\zeta - \zeta_F)^2}{4} - \frac{(z_d - \zeta_F)^2}{4} \right]. \quad (22)$$

$h'_F = h'(\zeta_F)$ находится дифференцированием равенства (19), если $\zeta > z_d$, или равенства (20), если $\zeta < z_d$, для обратной ветви при $\zeta = \zeta_F$. Случай, когда фокусировка происходит вне поля зеркала ($\zeta_F > z_d$), представляет наибольший интерес, так как в этом месте (или по крайней мере в окрестности ζ_F) целесообразно разместить детектор для получения высокого разрешения. Исследуем этот случай более подробно. Величину ζ_F найдем из выражения (19) для обратной ветви вне поля, положив в нем $h=0$,

$$\zeta_F = \zeta_0 + S - \sqrt{S^2 + 4S(\zeta_0 - z_k - 3d) + 2(\zeta_0 - z_k - 3d)^2 - 24d^2}, \quad (23)$$

где

$$S = \frac{2\epsilon}{e} \frac{\varphi_m}{n_0}. \quad (24)$$

Выражение (23) представляет собой уравнение времяпролетного изображения. Если в нем подкоренное выражение меньше нуля, то это означает, что вследствие объемного заряда продольная фокусировка не осуществляется и выбранная система не может правильно отобразить в плоскости детектора временную структуру исходящего из источника пакета. Условием существования такой фокусировки будет выполнение требования

$$S \geq S_{np} = 2(z_k + 3d - \zeta_0) + \sqrt{2(z_k + 3d - \zeta_0)^2 + 24d^2}. \quad (25)$$

Отсюда, учитывая равенство (24), следует, что при заданном разбросе φ_m энергий частиц фокусировка возможна, если удельная концентрация ионов в пакете не превышает предельно допустимой

$$n_0 \leq n_{np} = \frac{2\epsilon}{e} \frac{\varphi_m}{S_{np}}. \quad (26)$$

В случае, когда концентрация ионов настолько мала ($n_0 \rightarrow 0$, $S \rightarrow \infty$), что их электростатическим взаимодействием можно пренебречь, уравнение изображения (23) переходит в известное [1]

$$\zeta_F + \zeta_0 = 2(z_k + 3d) = 2z_T. \quad (27)$$

Если пакет моноэнергетичен ($\varphi_m = 0$, $S = 0$), то фокусировка возможна, если положение плоскости источника $z = \zeta_0$ удовлетворяет условию

$$\zeta_0 \geq \zeta_{np} = z_T + 2\sqrt{3}d. \quad (28)$$

Продольное размытие (уширение) пакета, равное $2|h|$, вне поля после фокусировки будет описываться уравнением

$$h = h'_F(\zeta - \zeta_F) + \frac{en_0}{8\epsilon\Phi_0} (\zeta - \zeta_F)^2, \quad (29)$$

причем ζ_F определяется равенством (23), а

$$h_F' = \frac{\varphi_m}{2\Phi_0} + \frac{en_0}{2e\Phi_0} \left(\frac{\zeta_F + \zeta_0}{2} - z_k \right). \quad (30)$$

На рис. 2 зависимость $h=h(\zeta)$ построена для $S/d=0, 1, \infty$ и $\zeta_0/d=3, 5.6, 6.46$. Каждое из приведенных значений ζ_0 характерно тем, что какая-либо из траекторий 1, 2, 3 проходит в рассматриваемой системе так, что ее прямая и обратная ветви совпадают. При $S/d \rightarrow 0$ пренебрегается влиянием начального разброса энергий частиц, при $S/d \rightarrow \infty$ — их взаимодействием, при $S/d=1$ учтено

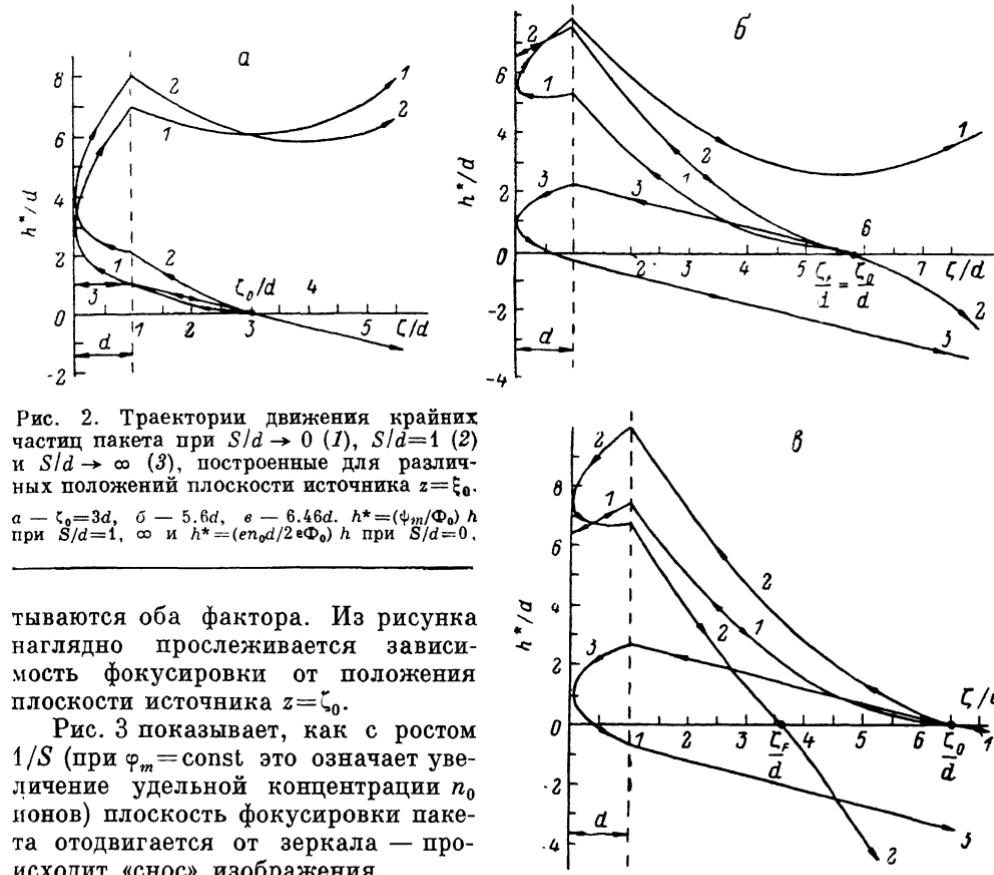


Рис. 2. Траектории движения крайних частиц пакета при $S/d \rightarrow 0$ (1), $S/d=1$ (2) и $S/d \rightarrow \infty$ (3), построенные для различных положений плоскости источника $z=\zeta_0$.

$a = \zeta_0 = 3d$, $b = 5.6d$, $c = 6.46d$. $h^* = (\varphi_m/\Phi_0) h$ при $S/d=1$, $h^* = (en_0 d / 2 e \Phi_0) h$ при $S/d=0$.

тываются оба фактора. Из рисунка наглядно прослеживается зависимость фокусировки от положения плоскости источника $z=\zeta_0$.

Рис. 3 показывает, как с ростом $1/S$ (при $\varphi_m=\text{const}$ это означает увеличение удельной концентрации n_0 ионов) плоскость фокусировки пакета отодвигается от зеркала — происходит «снос» изображения.

Кривые 1—8 на рис. 4 рассчитаны с помощью уравнения (23) и представляют собой зависимость положения ζ_F плоскости изображения от положения плоскости предмета ζ_0 при фиксированных значениях $1/S$. Кружками на кривых 2—8 отмечены точки, соответствующие при заданных значениях $1/S$ определенным граничным значениям $\zeta_0 = \zeta_{np}$. Для каждого из указанных значений $1/S$ фокусировка возможна при $\zeta_0 \geq \zeta_{np}$. Пунктиром показана зависимость $\zeta_F = \zeta_F(\zeta_0)$. Для моноэнергетического пакета ионов ($\varphi_m=0, S=0$) граничное значение $\zeta_{np} = \zeta_F = 6.46 d$. В этом случае прямые и обратные ветви траектории h совпадают друг с другом. При $1/S=0$ (взаимодействие частиц пренебрежимо мало) фокусировка возможна при любых положениях ζ_0 предмета, положение изображения при этом будет симметричным ему относительно плоскости $z=z_T=z_k + 3d$. Кривая 9 дает зависимость предельной величины $1/S_{np}$ от положения источника ζ_0 .

Если концентрация частиц превышает предельно допустимую, то интерес представляет расчет величины минимального размытия пакета и местоположения этого минимума на оси. Задача сводится к определению минимума функции $h(\zeta)$ для обратной ветви вне поля. Из равенства $(\partial h)/(\partial \zeta)=0$ надо найти ζ_{min} и в этом значении ζ определить h_{min} . В общем случае произвольного поля зер-

кала для этого необходимо воспользоваться равенством (15). В случае однородного поля

$$\zeta_{\min} - z_k = \zeta_0 - z_k + S, \quad (31)$$

$$h_{\min} \frac{\Phi_0}{\varphi_m} = -\frac{S}{4} + (3d - \zeta_0 + z_k) + \frac{1}{2S} [12d^2 - (3d - \zeta_0 + z_k)^2]. \quad (32)$$

Величина h_{\min} будет определять предельное разрешение времязадающего масс-спектрометра при заданном разбросе начальных энергий частиц φ_m и их удельной концентрации n_0 в пакете

$$R_{np}(\varphi_m, n_0, \zeta_{\min}) = \frac{T(\zeta_{\min}) \sqrt{-\frac{2e}{m} \frac{\Phi_0}{\varphi_m}}}{2 |h_{\min}|}, \quad (33)$$

где

$$T = -\frac{1}{\sqrt{-\frac{2e}{m}}} \left[\int_{\zeta_0}^{z_k} \frac{d\zeta}{\sqrt{\Phi}} - \int_{z_k}^{\zeta_{\min}} \frac{d\zeta}{\sqrt{\Phi}} \right] \quad (34)$$

— полное время пролета пакета от источника до детектора, установленного в месте минимального сечения пакета. Когда зеркало представляет собой одно-

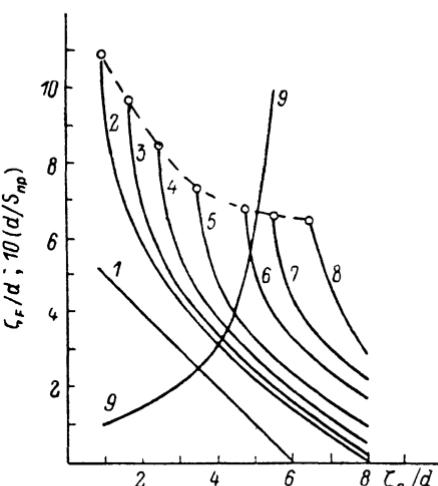
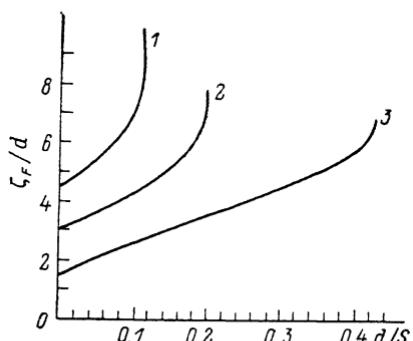


Рис. 3. Изменение положения изображения в зависимости от плотности ионов в пакете.
1, 2, 3 построены при $\zeta_0 = 1.5d$, 3d, 4.5d соответственно.

Рис. 4. Зависимости $\zeta_F = \zeta_F(\zeta_0)$ (1—8) и $S_{np} = S_{np}(\zeta_0)$ (9).
 d/S : 1 — 0, 2 — 0.1, 3 — 0.125, 4 — 0.17, 5 — 0.25, 6 — 0.5, 7 — 1, 8 — ∞ .

родное поле, то

$$R_{np} = \frac{\frac{S}{2} + d + \zeta_0 - z_k}{\frac{\varphi_m}{\Phi_0} \left\{ -\frac{S}{4} + (3d - \zeta_0 + z_k) + \frac{1}{2S} [12d^2 + (3d - \zeta_0 + z_k)^2] \right\}}. \quad (35)$$

Список литературы

- [1] Дауменов Т. Д., Сапаргалиев А. А., Секунова Л. М., Якушев Е. М. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 6. С. 1137—1145.
- [2] Бимурзаев С. Б., Дауменов Т., Секунова Л. М., Якушев Е. М. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 3. С. 524—528.
- [3] Шмикк Д. В. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 5. С. 1024—1026.