

01; 04; 10

© 1990 г.

**К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ РАДИАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ
ОБРАТНОГО ПЛАЗМЕННОГО ТОКА
И ЭФФЕКТА ФАЗОВОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ
НА РАЗВИТИЕ РЕЗИСТИВНОЙ ШЛАНГОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭП**

Е. К. Колесников, А. С. Мануйлов

В рамках модели «жесткого пучка» дано аналитическое описание стабилизирующего эффекта на развитие резистивной шланговой неустойчивости РЭП «широких» радиальных профилей равновесного обратного плазменного тока. Рассмотрен способ моделирования стабилизирующего эффекта фазового перемешивания, приводящий к простым дисперсионным уравнениям.

Введение

Известно, что распространение релятивистских электронных пучков (РЭП) в газоплазменных средах сопровождается развитием ряда резистивных неустойчивостей, среди которых наибольшим инкрементом обладает резистивная шланговая неустойчивость (РШН), приводящая к растущим по амплитуде боковым изгибным колебаниям пучка [1-3]. Основным физическим механизмом развития указанной неустойчивости является взаимодействие тока пучка с вихревыми токами, генерируемыми в плазменной среде при боковом смещении РЭП. Кроме того, наличие равновесного обратного плазменного тока обуславливает дополнительный механизм роста шланговой амплитуды, поскольку противоположно направленные токи пучка и плазмы имеют тенденцию к расталкиванию. Этот эффект был ранее продемонстрирован в [2] для случая, когда РЭП и обратный плазменный ток имеют идентичные радиальные профили с одинаковыми характерными радиусами. Однако, как показывают эксперименты [4], в ситуации, когда радиальный профиль равновесного плазменного тока существенно шире соответствующего профиля пучка, имеет место заметное ослабление роста РШН.

Другим стабилизирующим фактором для РШН является также процесс фазового перемешивания траекторий частиц пучка из-за неизохронности их бетатронных колебаний в коллективном электромагнитном поле системы плазма—пучок [5]. В частности, в работе [1] в рамках простой модели «жесткого пучка» (основанной на предположении, что поперечное смещение РЭП не изменяет его поперечной структуры, и верной в низкочастотной области) с помощью феноменологической модели «распределенных масс», в которой вводится искусственное распределение частиц пучка по массам, был смоделирован процесс фазового перемешивания. Было показано, что учет указанного процесса приводит к заметному снижению инкрементов нарастания на линейной стадии РШН. Кроме того, в [2] была разработана модель «энергетических групп», дающая аналогичные результаты.

В настоящей работе в рамках модели «жесткого пучка», которая позволяет аналитически исследовать дисперсионные свойства РШН, дано теоретическое описание стабилизирующего эффекта при наличии «широких» радиальных профилей равновесного обратного плазменного тока, а также рассмотрен способ моделирования стабилизирующего эффекта фазового перемешивания, который

в отличие от указанной выше модели «распределенных масс» приводит к существенно более простым для анализа дисперсионным уравнениям, решения которых достаточно хорошо аппроксимируют данные предыдущих моделей [1, 2].

1. Рассмотрим парааксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный РЭП, распространяющийся в плазменной среде, характеризующейся скалярной проводимостью σ , вдоль оси z цилиндрической системы координат (r, ϑ, z) . Ограничимся далее случаем высокой проводимости фоновой среды ($4\pi\sigma R_b/c \gg 1$, где R_b — радиус пучка, c — скорость света), когда выполнено условие полной нейтрализации пространственного заряда пучка. Кроме того, будем предполагать, что проводимость среды не возмущается при боковых смещениях пучка (профиль канала проводимости $\sigma(r)$ является фиксированным). Рассмотрим представляющее основной интерес низкочастотное ($\omega R_b \ll c$) длинноволновое ($k_z R_b \ll 1$) возмущение вида $\exp[i(\vartheta - \omega\tau - \Omega z)]$, где ω и k_z — частота и волновое число колебаний, ϑ — азимутальный угол, $\tau = t - z/v_z$ — сдвинутое время, $\Omega = \omega/v_z - k_z$ — доплеровское смещенное волновое число колебаний, v_z — продольная компонента скорости электронов пучка.

Для получения достаточно простых уравнений, описывающих дисперсионные свойства на линейной стадии РШН, воспользуемся моделью «жесткого пучка». Необходимо отметить, что указанная модель в низкочастотной области дает хорошее соответствие с более точными моделями [8]. В этом случае между возмущением плотности тока пучка J_{z1} и средним смещением пучка Y имеет место простая связь вида

$$J_{z1} = -Y \frac{\partial J_{b0}}{\partial r}, \quad (1)$$

где $J_{b0}(r)$ — равновесный радиальный профиль плотности тока пучка.

Аналогичная зависимость существует между возмущением продольной компоненты векторного потенциала A_{z1} и средним поперечным смещением оси магнитного поля пучка

$$A_{z1} = -D \frac{\partial A_{z0}}{\partial r}, \quad (2)$$

где A_{z0} — равновесное значение z -компоненты векторного потенциала магнитного поля пучка.

В силу нашего предположения об отсутствии возмущения проводимости σ при боковых смещениях РЭП обратный плазменный ток, а следовательно, и поле, созданное им, остаются центрированными в канале. Именно этим следует объяснить наличие в (2) A_{z0} вместо компоненты векторного потенциала коллективного поля системы плазма—пучок A_{z0} .

2. Обратимся далее к исследованию влияния радиального профиля обратного плазменного тока на развитие РШН. В отличие от работ [1, 2] будем предполагать, что радиальные профили плотности тока пучка $J_{b0}(r)$ и обратного тока плазмы $J_{p0}(r)$ имеют идентичный вид, но различаются характерными радиусами R_b и R_p соответственно. На практике ситуация $R_p > R_b$ может быть реализована при наличии фоновой газоплазменной среды достаточно низкого давления, когда процесс лавинной ионизации значительно расширяет канал проводимости. При высоких давлениях среды профиль проводимости может быть значительно сужен. Более того, каналы проводимости разной ширины могут быть созданы искусственно. Для простоты в разделе 2 эффектом фазового перемешивания будем пренебрегать. Принимая во внимание наличие обратного плазменного тока, а также используя приведенную в [1] методику исследования линейной стадии РШН, получим следующие уравнения для малых смещений оси пучка Y и оси магнитного поля пучка D :

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = k_z^2 [(D - Y) + Y f_m \Psi(\eta)], \quad (3)$$

$$D + \tau_d \frac{\partial D}{\partial \tau} = Y, \quad (4)$$

$$k_*^2 = 4\pi^2 \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \int_0^\infty dr r \frac{[J_{b0}(r)]^2}{I_b^2}, \quad (5)$$

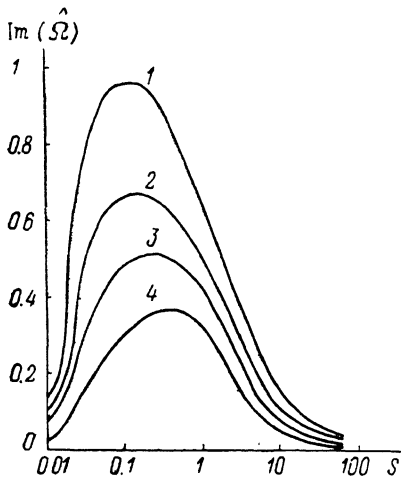
$$f_m = -I_p/I_b, \quad (6)$$

$$f_m \Psi(\eta) = -(k_*^*/k_*)^2, \quad \eta = (R_b/R_p)^2, \quad (7)$$

$$(k_*^*)^2 = 4\pi^2 \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \int_0^\infty dr r \frac{J_{b0}(r) J_{p0}(r)}{I_b^2}, \quad (8)$$

$$\tau_d = \frac{1}{c^2 \pi} \frac{\int_0^\infty dr \sigma(r) [I_b(r)]^2 / r}{\int_0^\infty dr r [J_{b0}(r)]^2}. \quad (9)$$

Здесь I_b и I_p — соответственно токи пучка и плазмы, I_A — ток Альфвена, f_m — эффективный коэффициент магнитной нейтрализации, параметр η описывает относительную ширину профилей $J_{b0}(r)$ и $J_{p0}(r)$,



$$I_b(r) = \int_0^r dr' 2\pi r' J_{b0}(r'), \quad (10)$$

τ_d — дипольное скин-слоевое время.

Заметим, что уравнение (3) отличается от полученного ранее в [1] вторым слагаемым в квадратных скобках, которое описывает эффект обратного плазменного тока.

Рис. 1. Зависимость пространственного инкремента нарастания $\text{Im}(\hat{Q})$ РШН от частоты s в различных ситуациях.

1 — $\eta=4$, 2 — 1, 3 — 0.4, 4 — 0.1.

Тогда с учетом указанного вида возмущений из (3) и (4) получим следующее дисперсионное уравнение:

$$-\hat{Q}^2 = \frac{is}{1-is} + f_m \Psi(\eta), \quad (11)$$

где $\hat{Q} = Q/k_*$, $s = \omega \tau_d$.

В отличие от соответствующего результата работы [2] уравнение (11) содержит функцию $\Psi(\eta)$, которая характеризует различие радиальных профилей $J_{b0}(r)$ и $J_{p0}(r)$. Нетрудно проверить, что в частном случае гауссовских радиальных профилей $J_{b0}(r)$ и $J_{p0}(r)$ функция $\Psi(\eta)$ может быть представлена следующим образом:

$$\Psi(\eta) = \frac{2\eta}{1+\eta}. \quad (12)$$

Очевидно, что значение возрастающей функции $\Psi(\eta)$ существенно влияет на инкремент РШН, поскольку малые значения η могут исключить дестабилизирующий вклад обратного плазменного тока, и, наоборот, большое Ψ усиливает этот вклад.

В качестве иллюстрации на рис. 1 для случая гауссовских профилей $J_{b0}(r)$ и $J_{p0}(r)$, $f_m=0.5$ приведена зависимость пространственного инкремента $\text{Im} \hat{Q}$ от вещественной частоты возмущения s при разных значениях параметра η . Очевидно, что с ростом η неустойчивость существенно нарастает. Физически

это означает, что большая часть обратного плазменного тока находится внутри пучка и, следовательно, эффективно работает механизм расталкивания противоположно направленных токов пучка и плазмы, приводящий к выталкиванию пучка из фиксированного проводящего канала. С другой стороны, при убывании параметра η ($\eta < 1$) значительная часть плазменного тока оказывается вне пучка, что способствует удержанию РЭП вблизи его первоначальной оси.

3. Рассмотрим далее способ моделирования еще одного стабилизирующего фактора для РШН — процесса фазового перемешивания траекторий частиц пучка, который в отличие от модели «распределенных масс» приводит к существенно более простым дисперсионным уравнениям. Для простоты в разделе 3 будем считать, что магнитная нейтрализация полностью отсутствует ($f_m=0$).

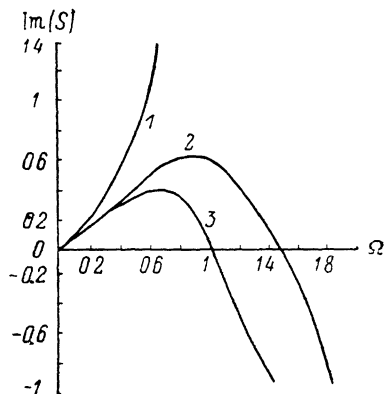


Рис. 2.

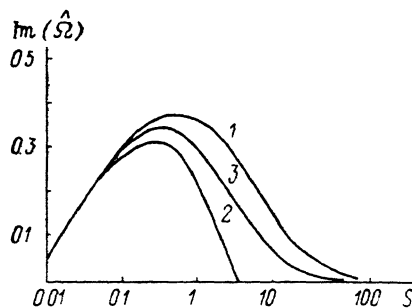


Рис. 3.

Предположим, что влияние фазового перемешивания на эволюцию РШН может быть учтено с помощью включения в правую часть (3) (при $f_m=0$) фиктивного диссипативного члена. Тогда получим

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -\alpha_p k_s \frac{\partial}{\partial z} (Y - D) + k_s^2 (D - Y), \quad (13)$$

где

$$\alpha_p = \left(\frac{\langle k_\beta^4 r^2 \rangle \bar{R}_\beta^2}{\langle k_\beta^2 r^2 \rangle^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (14)$$

— коэффициент, характеризующий процесс фазового перемешивания [7]; k_β — волновое число бетатронных колебаний электронов пучка; \bar{R}_β^2 — среднеквадратичный радиус РЭП; угловые скобки обозначают оператор усреднения по радиальному профилю плотности тока пучка.

Очевидно, что правомерность указанного выше метода моделирования эффекта фазового перемешивания должна быть подтверждена при помощи сравнения решений системы (4), (13) и результатов работ [1, 2]. Чтобы показать это, с учетом (4), (13) получим сначала следующее дисперсионное уравнение:

$$\frac{\hat{\Omega}^2}{1 - i\alpha_p \hat{\Omega}} = \frac{-is}{1 - is}, \quad (15)$$

где $\hat{\Omega} = \Omega/k_s$, $s = \omega\tau_d$.

В частности, для вещественных $\hat{\Omega}$ временной инкремент РШН имеет вид

$$\text{Im } s = \frac{\hat{\Omega}^2 (1 - \hat{\Omega}^2)}{(\hat{\Omega}^2 - 1)^2 + (\alpha_p \hat{\Omega})^2}. \quad (16)$$

На рис. 2 приведено сравнение временных инкрементов РШН беннетовского РЭП, полученных соответственно без учета фазового перемешивания (кривая 1), с помощью модели «распределенных масс» (кривая 2 [1]) и с использованием (16) (кривая 3), где для беннетовского пучка $\alpha_p \approx 0.6$. Кроме того, на рис. 3 приведено аналогичное сравнение (1—3 — то же, что и на рис. 2) пространственных инкрементов РШН. Из рис. 2, 3

видно, что используемый здесь метод моделирования процесса фазового перемешивания, во-первых, исключает наличие нефизического резонанса во временном инкременте $\text{Im } s$ и, во-вторых, дает близкие к результатам модели «распределенных масс» дисперсионные кривые.

4. Таким образом, в настоящей работе в рамках модели «жесткого пучка», позволяющей аналитически исследовать дисперсионные свойства РШН, рассмотрены два стабилизирующих эффекта на линейной стадии неустойчивости. С помощью простого дисперсионного уравнения показано, что «широкие» радиальные профили обратного плазменного тока (по отношению к соответствующему профилю плотности тока пучка) способствуют заметному ослаблению роста РШН, что соответствует экспериментальным и имитационным результатам работы [4]. Кроме того, рассмотрен способ моделирования стабилизирующего эффекта фазового перемешивания на РШН, приводящий к простому дисперсионному уравнению, решение которого достаточно хорошо согласуется с результатами модели «распределенных масс».

Список литературы

- [1] Lee E. P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327—1343.
- [2] Uhm H. S., Lampe M. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 8. P. 1574—1585.
- [3] Надеждин Е. Р., Сорокин Г. А. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 988—991.
- [4] Hubbard R. F., Fernsler R. F., Slinker S. P. et al. // 5th Intern. Conf. on High Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 370—373.
- [5] Власов М. А., Никонов С. В. // РИЭ. 1983. Т. 28. № 5. С. 965—970.
- [6] Sharp W. M., Lampe M., Uhm H. S. // Phys. Fluids. 1982. Vol. 25. N 8. P. 1456—1470.
- [7] Barletta W. A., Lee E. P., Yu S. S. // Nucl. Fusion. 1981. Vol. 21. N 8. P. 961—972.

Ленинградский государственный
университет

Поступило в Редакцию
27 июля 1988 г.

В окончательной редакции
5 апреля 1989 г.