10; 12

ФОРМИРОВАНИЕ ПОЛЯ ТОРОИДАЛЬНОГО ТИПА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭНЕРГОАНАЛИЗАТОРЕ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

М. И. Явор

Решается задача синтеза энергоанализатора с заданным распределением электростатического поля вблизи оси пучка. С этой целью разработан специальный аналитический метод расчета поля. Предложена конструкция анализатора с малыми аберрациями второго и третьего порядков, в котором фокусное расстояние может регулироваться в широких пределах изменением потенциалов на ограничивающих электродах.

В высокопрецизионных статических масс-спектрометрах и электронных спектрометрах в качестве электростатического каскада часто используется тороидальный энергоанализатор [1]. Однако широкое применение его ограничено из-за сложности формы электродов и необходимости изготовления их с высокой точностью. Последнее объясняется тем, что форма электродов полностью определяет фокусирующие и дисперсионные свойства анализатора, а электрическая юстировка его невозможна.

С целью упрощения конструкции и введения возможности электрической регулировки параметров в работе [2] была предложена конструкция дефлектора, сочетающего отклоняющие цилиндрические и два дополнительных плоских кольцевых электрода, расположенных симметрично относительно средней плоскости и перпендикулярно оси цилиндрических электродов (идея дополнительных ограничивающих электродов была впоследствии использована и в коробчатом анализаторе [3]). В таком дефлекторе поле вблизи оси пучка близко к полю тороидального конденсатора, а электрическая регулировка достигается путем изменения потенциала на плоских ограничивающих электродах. Позднее в работе [4] была предложена модификация описанного устройства, заключающаяся в том, что каждый из плоских ограничивающих электродов выполнен в виде двух концентрических электрически изолированных колец, на которые подаются различные потенциалы. Новая конструкция расширила возможности электрической регулировки параметров энергоанализатора.

Наибольший практический интерес при расчете дефлектора с ограничивающими электродами представляет решение задачи синтеза, т. е. расчет геометрии электродов и потенциалов на них таких, которые обеспечивают заданное распределение поля вблизи оси пучка. Этому и посвящена настоящая работа. Метод решения, разработанный в ней, позволил установить, что конструкции, описанные в работах [2, 4], имеют существенные недостатки, главным из которых является большая величина аберраций третьего порядка. Предложена усовершенствованная конструкция энергоанализатора, для которого аберрации третьего порядка малы. Показано, что в таком анализаторе электрическая юстировка величин аберраций сможет проводиться раздельно от юстировки параметров первого порядка (фокусного расстояния и дисперсии).

Основой решения поставленной задачи является разработка аналитического метода расчета потенциала электростатического поля в анализаторе, поскольку известные методы — численные [5] или метод разделения переменных [6] — являются для решения задачи синтеза трудоемкими. Перейдем к описанию этого метода применительно к расчету дефлектора, состоящего из двух соосных цилиндрических электродов с радиусами r_1 и r_2, ограниченных системой концентрических кольцевых электродов, расположенных в плоскостях, перпендикулярных оси цилиндрических, симметрично относительно средней плоскости $z=0$. Кольцевые электроды соосны цилиндрическим, расстояние между плоскостями, в которых расположены кольцевые электроды, равно a. Предполагается, что, во-первых, зазоры между соседними кольцевыми, а также крайними кольцевыми и соответствующими цилиндрическими электродами пренебрежимо малы и, во-вторых, величина зазора $b=r_2-r_1$ между цилиндрическими электродами значительно меньше их радиусов $\varepsilon=b/r_1 \ll 1$. На рис. 1 показано сечение электродов аксиальной плоскостью для случая, когда число пар кольцевых электродов равно трем.

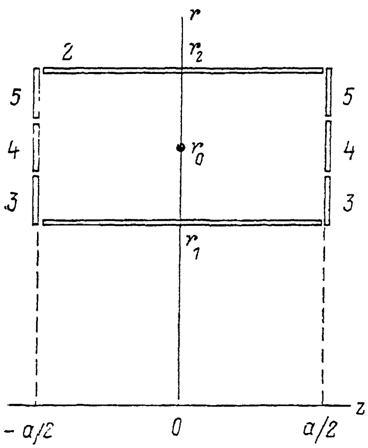

Рис. 1. Энергоанализатор с тремя парами ограничивающих электродов.

Потенциалы на электродах: *1* — $u=0$, *2* — V, *3* — Vv_1, *4* — Vv_2, *5* — Vv_3.

Введем переменные $\xi=(r-r_1)/b$, $\nu=z/b$ и обозначим $\alpha=a/b$. Потенциал электростатического поля энергоанализатора является решением уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon\xi}\frac{\partial u}{\partial \xi}+\frac{\partial^2 u}{\partial \nu^2}=0 \tag{1}$$

с граничными условиями

$$u(0, \nu)=0; \quad u(1, \nu)=V; \quad u\left(\xi, \pm\frac{\alpha}{2}\right)=Vv(\xi), \tag{2}$$

где $v(\xi)$ — кусочно-постоянная функция.

Решение задачи (1), (2) ищем в виде ряда

$$u(\xi, \nu)=\sum_{j=0}^{\infty} u_j(\xi, \nu)\,\varepsilon^j. \tag{3}$$

Подстановка (3) в (1) и (2) приводит к рекуррентной последовательности уравнений

$$\Delta u_0=0, \quad \Delta u_j=-\frac{\partial u_{j-1}}{\partial \xi}+\xi\frac{\partial u_{j-2}}{\partial \xi}-\ldots+(-1)^j\xi^{j-1}\frac{\partial u_0}{\partial \xi}, \quad j\geqslant 1, \tag{4}$$

где $\Delta=\partial^2/\partial\xi^2+\partial^2/\partial\nu^2$ с граничными условиями (2) для функции u_0 и однородными граничными условиями для u_j при $j\geqslant 1$.

Функцию u_0 можно представить в виде $u_0=V(U_0+w_0)$, где U_0 и w_0 — решения уравнения Лапласа с граничными условиями $U_0(\xi, -\alpha/2)=U_0(\xi, \alpha/2)=U_0(0, \nu)=0$, $U_0(1, \nu)=1$, $w_0(\xi, -\alpha/2)=w_0(\xi, \alpha/2)=v(\xi)$, $w_0(0, \nu)=w_0(1, \nu)=0$. Нетрудно убедиться, что

$$U_0(\xi, \nu)=\xi+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\frac{\operatorname{ch}(\pi n\nu)}{\operatorname{ch}\left(\pi n\frac{\alpha}{2}\right)}\sin(\pi n\xi),$$

$$w_0(\xi, \nu)=\sum_{n=1}^{\infty} a_n\frac{\operatorname{ch}(\pi n\nu)}{\operatorname{ch}\left(\pi n\frac{\alpha}{2}\right)}\sin(\pi n\xi), \tag{5}$$

где a_n — коэффициенты Фурье разложения

$$v(\xi)=\sum_{n=1}^{\infty} a_n\sin(\pi n\xi).$$

Обозначим $\mu = \exp(-\pi\alpha/2)$. Если $\alpha \geqslant 1$, что будет предполагаться в дальнейшем, то параметр μ является малым. Раскладывая функции $\operatorname{ch}^{-1}(\pi n\alpha/2)$ в (5) по степеням μ, получим

$$u_0(\xi,\ 0) = V\{\xi + 2d_1\mu\sin(\pi\xi) + 2d_2\mu^2\sin(2\pi\xi) + \\ + 2[d_3\sin(3\pi\xi) - d_1\sin(\pi\xi)]\mu^3 + 0(\mu^4)\}, \tag{6}$$

где

$$d_1 = a_1 - 2/\pi,\quad d_2 = a_2 + 1/\pi,\quad d_3 = a_3 - 2/(3\pi).$$

Перейдем к определению функции u_1. Представим ее в виде

$$u_1(\xi,\ \nu) = V\left\{\frac{1}{2}[(1-\xi)U_0(\xi,\ \nu) - \xi w_0(\xi,\ \nu)] + w_1(\xi,\ \nu)\right\}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (4), получим, что w_1 является решением уравнения Лапласа с граничными условиями $w_1(0,\ \nu) = w_1(1,\ \nu) = 0$, $w_1(\xi,\ -\alpha/2) = w_1(\xi,\ \alpha/2) = \xi v(\xi)/2$, т. е. может быть записана в виде

$$w_1(\xi,\ \nu) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{\operatorname{ch}(\pi n\nu)}{\operatorname{ch}\left(\pi n\frac{\alpha}{2}\right)}\sin(\pi n\xi),$$

где b_n — коэффициенты Фурье разложения

$$\xi v(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(\pi n\xi).$$

Окончательно имеем

$$u_1(\xi,\ 0) = V\left\{\frac{1}{2}\xi(1-\xi) + \left[\frac{2}{\pi}(\xi-1) - a_1\xi + b_1\right]\mu\sin(\pi\xi) + \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{\pi}(1-\xi) - a_2\xi + b_2\right]\mu^2\sin(2\pi\xi) + 0(\mu^3)\right\}. \tag{8}$$

Аналогичным путем, хотя и несколько сложнее, можно получить выражения для функций u_j при $j \geqslant 2$.

Используем полученные результаты для описания распределения поля вблизи оси пучка заряженных частиц, являющейся окружностью радиуса $r_0 = (r_1 + r_2)/2$. Одним из способов такого описания является введение набора параметров c_k, $k = 0,\ 1,\ 2, \ldots$, выражения для которых имеют вид

$$c_k = \left(\frac{r_0}{b}\right)^k \frac{\partial^k}{\partial\xi^k}\left[\frac{r_0}{R(\xi)}\right]_{\xi=1/2},$$

где $R(\xi)$ — радиус кривизны линии пересечения эквипотенциала поля с плоскостью, проходящей через ось z, в точке с координатами $(\xi,\ 0)$ пересечения этой линии со средней плоскостью $\nu = 0$. Смысл введения величин c_k состоит в том, что они входят как параметры в уравнения траекторий заряженных частиц в дефлекторе [7], причем параметр c_0 определяет фокусирующие и дисперсионные свойства анализатора в параксиальном приближении, c_1 — аберрации второго порядка, c_2 — третьего и т. д. Параметры c_k могут быть выражены [8] через производные от функции $u(\xi,\ 0)$ на оси пучка $\xi = 0.5$, и наоборот. Используя приведенные в [8] результаты, а также выражения (6), (8) и аналогичные формулы для функций u_2 и u_3, получим с точностью до малых поправок следующие формулы для параметров c_0, c_1 и c_2:

$$c_0 = C_0 + \gamma_0,$$

$$c_1 = C_1 + 2c_0 + c_0^2 - \frac{3}{2}C_0 + \gamma_1,$$

$$c_2 = C_2 + 3c_1(1 + c_0) - c_0(6 + 3c_0 + c_0^2) + \gamma_2, \tag{9}$$

где

$$C_0 = \frac{2\pi^2 d_1 \mu}{\varepsilon},$$

$$C_1 = -16\pi^3 d_2 \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^2,$$

$$C_2 = -2\pi^4 \frac{\mu}{\varepsilon^3} (d_1 - 81 d_3 \mu^2),$$

$$\gamma_0 = \pi^2 (d_1 + g_1) \mu - \frac{2\mu^3\pi^2}{\varepsilon} (9d_3 + d_1 [1 - 4\pi d_2]) + 2\pi^2 d_1^2 \mu^2 -$$

$$- \varepsilon\mu \left\{\frac{d_1}{2} - \pi^2 \left(h_1 + \frac{d_1}{6} + \frac{g_1}{2}\right)\right\},$$

$$\gamma_1 = -8\pi^3 (g_2 + 2d_2) \frac{\mu^2}{\varepsilon} - 3\pi^2 (d_1 - h_2) \mu,$$

$$\gamma_2 = -\frac{\pi^4\mu}{\varepsilon^2} [g_1 + 3 (d_1 - 81 d_3 \mu^2)] + 2\pi^4 d_1 (1 - 4\pi d_2) \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^3 -$$

$$- 2\pi^3 \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^2 [-16 d_2 + \pi (d_1 - 81 d_3 \mu^2) d_1] - \frac{\pi^2\mu}{\varepsilon} \left\{\pi^2 \left(h_1 + \frac{d_1}{6} + \frac{3g_1}{2} +\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{3}{2} [d_1 - 81 d_3 \mu^2]\right) - 9d_1\right\},$$

$$g_1 = -\frac{1}{\pi} - \frac{a_1}{2} + b_1,$$

$$g_2 = \frac{1}{2\pi} - \frac{a_2}{2} + b_2,$$

$$h_1 = \frac{5}{8\pi} - \frac{1}{\pi^3} + \left(\frac{3}{16} - \frac{\ln \mu}{4\pi^2}\right) a_1 - \frac{b_1}{4} - \frac{f_1}{2} + \frac{\ln \mu}{2\pi^3},$$

$$h_2 = -\frac{1}{2\pi} + \frac{3a_1}{4} - \frac{b_1}{2},$$

$$f_1 = \int_0^1 \xi^2 v(\xi) \sin(\pi\xi)\, d\xi.$$

Формулы, аналогичные (9), можно получить и для параметров c_k с более высокими номерами. Точность формул (9) проверялась путем сравнения результатов расчетов по этим формулам с результатами, получаемыми методом разделения переменных [6] для энергоанализатора со сплошными ограничивающими электродами [2] (в этом случае $v(\xi) = \omega = \text{const}$). Такое сравнение показало, что параметры c_k определяются по формулам (9) с точностью 0.1—0.2 %. Вместе с тем эти формулы существенно проще формул, получаемых методом разделения переменных.

Заметим, что каждая из величин C_k зависит лишь от k первых коэффициентов a_m, а слагаемые γ_k в (9) являются малыми по сравнению с C_k. Последнее обстоятельство позволяет для решения задачи синтеза (т. е. определения функции $v(\xi)$, сводящегося к расчету коэффициентов a_m) энергоанализатора с заданным параметрами c_k распределением поля вблизи оси пучка эффективно применять метод последовательных приближений. При этом на каждом шаге параметры a_m легко восстанавливаются по значениям C_k. Разумеется, число возможных задаваемых независимо от параметров c_k и соответственно число определяемых коэффициентов a_m зависит от максимально возможного количества участков постоянства функции $v(\xi)$, т. е. от того, сколько кольцевых электродов расположено в каждой из ограничивающих плоскостей.

Рассмотрим сначала дефлектор, предложенный в работе [2]. Коэффициенты a_m разложения функции $v(\xi)$, являющейся постоянной со значением ω, равны

$a_1=4\omega/\pi$, $a_2=0$, $a_3=4\omega/(3\pi)$ и т. д. Для такого энергоанализатора можно решать задачу синтеза поля с заданными значениями параметров c_0 и c_1, варьируя значения μ (аксиального размера анализатора) и ω. Задача решается методом последовательных приближений, причем на каждом шаге значения μ и ω восстанавливаются по величинам C_0 и C_1. Заметим, однако, что, поскольку $C_1 < 0$, то из (9) следует, что в первом приближении (без учета поправок γ_0 γ_1) всегда выполняется соотношение $c_1 < c_0^2+c_0/2$. Таким образом, не для любых заданных значений c_0 и c_1 можно подобрать такие величины μ и ω, чтобы эти значения реализовались.

Кроме того, если величина ε имеет порядок 0.1, то для того, чтобы параметры c_0 и c_1 были порядка единицы, необходимо $\omega \sim 1$, $\alpha \sim 3$. В этом случае $81 d_3 \mu^2 \ll d_1$ и в первом приближении $c_2=-\pi^2\varepsilon^{-2}c_0$, т. е. c_2 является большой величиной порядка 10^3. Иначе говоря, исследуемый анализатор обладает большими аберрациями третьего порядка, причиной которых является быстрое

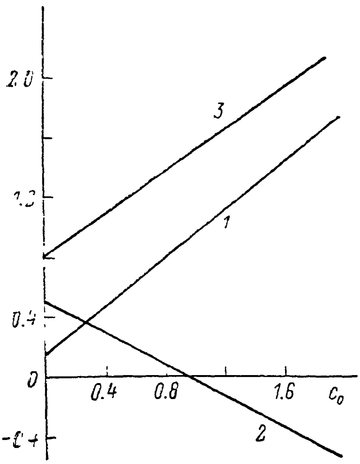

Рис. 2.

1 — v_1, 2 — v_2, 3 — v_3.

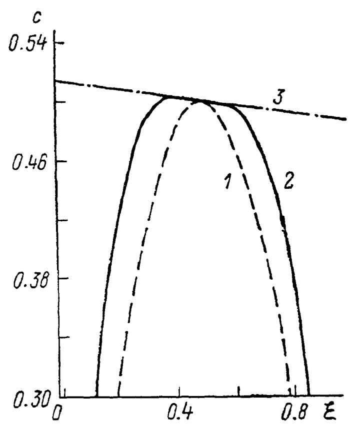

Рис. 3.

1 — энергоанализатор с двумя парами ограничивающих электродов, 2 — с тремя парами, 3 — тороидальный дефлектор.

изменение аксиальной кривизны эквипотенциалей поля при удалении от оси пучка.

Модернизация энергоанализатора, предпринятая в работе [3], обеспечила возможность независимой электрической регулировки параметров c_0 и c_1 при фиксированной геометрии анализатора (постоянном μ). В модернизированной конструкции каждый из ограничивающих электродов разрезан на две кольцевых части, радиальные размеры которых равны $r_1 < r < r_0$ и $r_0 < r < r_2$. В этом случае функция $v(\xi)$ принимает значения v_1 при $0 < \xi < 0.5$ и v_2 при $0.5 < \xi < 1$. Коэффициенты a_1 и a_2 связаны с «нормированными» потенциалами v_1 и v_2 соотношениями $a_1=2(v_1+v_2)/\pi$, $a_2=2(v_1-v_2)/\pi$. Для рассматриваемого дефлектора при любых значениях c_0 и c_1 можно найти потенциалы v_1 и v_2, реализующие эти значения. Однако можно показать, что в модернизированном анализаторе, так же как и в первоначально рассматривавшемся, аберрации третьего порядка велики.

Для уменьшения аберраций можно предложить использовать конструкцию энергоанализатора с тремя парами кольцевых электродов (рис. 1), радиальные размеры которых равны соответственно $r_1 < r < r_1+b/3$, $r_1+b/3 < r < r_1+2b/3$, $r_1+2b/3 < r < r_2$. При этом функция $v(\xi)$ может принимать различные значения v_1 при $0 < \xi < 1/3$, v_2 при $1/3 < \xi < 2/3$ и v_3 при $2/3 < \xi < 1$. Тогда коэффициенты a_1, a_2 и a_3 имеют вид $a_1=(v_1+2v_2+v_3)/\pi$, $a_2=3(v_1-v_3)/(2\pi)$, $a_3=4(v_1-v_2+v_3)/(3\pi)$. Задавшись произвольными значениями c_0, c_1 и c_2, можно путем решения системы уравнений (9) методом последовательных приближений рассчитать соответствующие значения v_1, v_2 и v_3. Удобно, например, потребовать выполнения соотношений $c_1=-c_0^2$, $c_2=2c_0^3$, которые имеют место в тороидальном энергоанализаторе с совпадающими аксиальными центрами кривизны. При этом коэффициенты аберраций второго и третьего порядков предлагаемого энергоанализатора будут совпадать с соответствующими коэффициентами аберраций тороидального дефлектора с таким же значением c_0. На рис. 2 приведены зависимости нормированных потенциалов v_1, v_2 и v_3 от c_0 для такого случая при размерах анализатора $r_1=200$ мм, $b=20$ мм, $a=40$ мм.

Улучшение распределения поля вблизи оси пучка в дефлекторе с тремя парами ограничивающих электродов по сравнению с анализатором, описанным в [4], иллюстрируется рис. 3, где показана зависимость величины $c(\xi)=r_0/R(\xi)$ от ξ (предполагается $\varepsilon=0.1$, $\alpha=2$). Потенциалы v_k подобраны таким образом, чтобы для всех рассматриваемых анализаторов выполнялись условия $c_0=c(0)=0.5$, $c_1=-c_0^2$, а для анализатора с тремя парами ограничивающих электродов, кроме того, $c_2=2c_0^3$. Из графиков видно, что для дефлектора с тремя парами ограничивающих электродов аксиальная кривизна эквипотенциалей при изменении ξ в пределах $1/3 < \xi < 2/3$ меняется значительно меньше, чем для анализатора, рассматривавшегося в [4] (в первом случае кривизна меняется в пределах 4 % своей величины, во втором — 15 %). Таким образом, распределение поля в предлагаемом энергоанализаторе близко к распределению поля в тороидальном дефлекторе в значительно более широкой окрестности оси пучка. Это позволяет в анализаторе с тремя парами ограничивающих электродов пропускать с малыми аберрациями пучки с радиальной шириной, достигающей $b/3$.

Еще одно удобство предлагаемого дефлектора заключается в возможности электрической юстировки аберраций при сохранении неизменными его фокусирующих свойств первого порядка. Например, подавая на ограничивающие электроды дополнительные юстировочные потенциалы одинаковой величины, но с чередующимся знаком ($\Delta v_1=-\Delta v_2=\Delta v_3$), мы получим изменение коэффициента a_3 при постоянных a_1 и a_2 и, как следует из (9), в первом приближении (без учета поправок γ_k) изменение параметра c_2 при постоянных c_0 и c_1. Таким образом, будут изменяться коэффициенты аберраций третьего порядка, а параксиальные свойства и коэффициенты аберраций второго порядка останутся неизменными.

Сформулируем окончательные выводы. Исследование свойств анализаторов, описанных в [2, 4], позволило установить, что они непригодны к использованию в высокопрецизионных электронных и масс-спектрометрах, так как обладают большими аберрациями третьего порядка. Этот недостаток устранен в предложенном в работе дефлекторе с тремя парами ограничивающих электродов. Такой анализатор несложен в изготовлении, а потенциалы на ограничивающих электродах, формирующие требуемое распределение поля, рассчитываются аналитически. Кроме того, он удобен тем, что допускает независимую электрическую юстировку различных параметров.

Список литературы

[1] *Афанасьев В. П., Явор С. Я.* Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М., 1978. 224 с.
[2] *Matsuda H.* // Rev. Sci. Instr. 1961. Vol. 32. N 7. P. 850—852.
[3] *Афанасьев В. П., Явор С. Я.* // Письма в ЖТФ. 1975. Т. 1. Вып. 17. С. 779—782.
[4] *Hu Zhao-Heng, Wang Guo-Liang, Matsuda H, Boerboom A. J. H.*, // Mass Spectr. (Japan). 1987. Vol. 35. N 5. P. 312—315.
[5] *Matsuda H., Fujita Y.* // Int. J. Mass Spectr. Ion Phys. 1975. Vol. 16. N 4. P. 395—404.
[6] *Цырлин Л. Э.* Избранные задачи расчета электрических и магнитных полей. М., 1977. 320 с.
[7] *Matsuo T., Matsuda H., Wollnik H.* // Nucl. Instr. Meth. 1972. Vol. 103. N 3. P. 515—532.
[8] *Wollnik H., Matsuo T., Matsuda H.* // Nucl. Instr. Meth. 1972. Vol. 102. N 1. P. 13—17.

Научно-техническое объединение
Институт аналитического приборостроения АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
20 декабря 1988 г.