

ПРОНИКНОВЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА В КОНТАКТ В КРИТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ

В. В. Брыксин, А. В. Гольцев, С. Н. Дороговцев, А. Н. Самухин

Классическая задача о критическом состоянии жесткого сверхпроводника второго рода ставится следующим образом [1]: включают внешнее магнитное поле и наблюдают, каким образом магнитный поток начинает проникать в сверхпроводящую систему. Из-за пиннинга вихрей на дефектах после первоначальной быстрой релаксации в образце устанавливается неоднородное пространственное распределение вихрей, называемое критическим, которое уже затем чрезвычайно медленно (логарифмически) релаксирует к однородному, обеспечивающему минимум свободной энергии. В каждой из точек критического профиля полная сила, действующая на вихрь со стороны других вихрей и внешнего поля, равняется максимальной силе пиннинга, при которой дефект еще удерживает вихрь.

Будем рассматривать линейную джозефсоновскую структуру (внешнее магнитное поле H параллельно оси z и приложено справа, плоскость контакта xz) с плотной периодической по x неоднородностью. В более подробной публикации будет показано, что в обсуждаемой задаче можно использовать следующее приближение: считать взаимодействие между вихрями экспоненциальным на всех расстояниях, а максимальную силу пиннинга — постоянной. В таком случае по изложенным выше соображениям можно написать следующую систему уравнений для критического состояния, которую мы сразу приведем в безразмерном виде:

$$p = a_1 + \dots + a_1 \dots a_n + ha_1 \dots a_n a_b - a_1 \dots a_n a_b^2 -$$

$$- a_1 \dots a_n a_b^2 a_n - \dots - a_1 \dots a_n a_b^2 a_n \dots a_1,$$

... ..

$$p = -a_1 \dots a_{m-1} - \dots - a_{m-1} + a_m + \dots + a_m \dots a_n + ha_m \dots a_n a_b -$$

$$- a_m \dots a_n a_b^2 - \dots - a_m \dots a_n a_b^2 a_n \dots a_1,$$

... ..

$$p = -a_1 \dots a_n - \dots - a_n + ha_b - a_b^2 - a_b^2 a_n - \dots - a_b^2 a_n \dots a_1. \quad (1)$$

Здесь p — безразмерная максимальная сила пиннинга; $a_m \equiv \exp\{-(x_m - x_{m-1})/\delta^*\}$; $\{x_m\}$ — координаты вихрей, которые и хотим определить; δ^* — эффективная джозефсоновская длина (т. е. ширина вихря в неоднородной структуре); $a_b \equiv \exp\{-(x_b - x_n)/\delta^*\}$; $x_0 < x_1 < \dots < x_n < x_b$ — координата внешней поверхности. В случае центров пиннинга в виде поперечных джозефсоновских контактов конечной по y длины $2l$ (плоскости, параллельные yz) с расстояниями между ними L при соотношении $\lambda_L \ll L \ll l \ll \delta$ (λ_L — лондоновская глубина проникновения, δ — джозефсоновская длина однородного контакта) параметр p оказывается [2] $p = (\pi^3/\lambda) \exp(-\pi^2/\sqrt{\lambda}) \ll 1$ ($\lambda = 2lL/\delta^2 \ll 1$), $\delta^* = \delta/\sqrt{2l/L}$, а нижнее критическое поле структуры $H_{c1}^* = H_{c1}/\sqrt{2l/L}$, H_{c1} — нижнее критическое

поле однородного контакта. Параметр h в (1): $h = H/\pi H_{c1}^*$. В случае соотношения $\lambda_L \ll l \ll L \ll \delta$ также можно использовать уравнения (1), но уже с другими p , δ^* и H_{c1}^* , чем выписанные выше.

Члены типа $\pm \Pi a_k$ в правой части (1) возникают от взаимодействия m -го вихря с остальными. Член с h появился от взаимодействия с внешним полем, члены, пропорциональные a_b^2 , — от взаимодействия с антивихрями — «изображениями». Подробный вывод (1) для $H \ll H_{c1}^*/\sqrt{\lambda}$ будет приведен в другом месте. Отметим, что система (1) является обобщением известной задачи о поверхностном барьере (см., например, [3-5]).

Уравнение (1) удастся решить точно. Для краткости здесь мы положим $a_b = 1$, т. е. будем рассматривать лишь моменты, когда последний вихрь отделяется от внешней поверхности. Последнее уравнение системы (1) дает

$$a_n (1 + a_{n-1} (1 + \dots (1 + a_1))) = (h - 1 - p)/2. \quad (2)$$

После подстановки (2) в остальные уравнения получаем

$$\begin{aligned} p &= a_1 (1 + \dots (1 + a_{n-1})) + a_1 \dots a_n (h + 1 + p)/2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ p &= -a_{m-1} (1 + \dots (1 + a_1)) + a_m (1 + \dots (1 + a_{n-1})) + \\ &\quad + a_m \dots a_n (h + 1 + p)/2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ p &= -a_{n-1} (1 + \dots (1 + a_1)) + a_n (h + 1 + p)/2. \end{aligned} \quad (3)$$

Складывая m первых уравнений из (3), имеем

$$\begin{aligned} p &= a_1 (1 + \dots (1 + a_{n-1})) + a_1 \dots a_n (h + 1 + p)/2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ mp &= (1 + a_{m-1} (1 + \dots (1 + a_1))) a_m (1 + a_{m+1} (1 + \dots (1 + a_{n-1}))) + \\ &\quad + a_m \dots a_n (1 + a_{m-1} (1 + \dots (1 + a_1))) (h + 1 + p)/2, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ np &= 0 + a_n (1 + a_{n-1} (1 + \dots (1 + a_1))) (h + 1 + p)/2. \end{aligned} \quad (4)$$

Последнее уравнение из (4) вместе с (2) сразу дает

$$h = [(1 + p)^2 + 4np]^{1/2} \quad (5)$$

— поле, при котором в контакт входит $(n+1)$ -й вихрь (или, что то же, максимальное поле, при котором в системе еще n вихрей). С другой стороны,

соотношение (5) определяет зависимость проникшего в структуру потока (или магнитного момента) от внешнего поля.

Решая совместно пару m уравнений из (3) и (4), находим неизвестное a_{m-1} ($1 + \dots (1 + a_1)$), откуда сразу получается

$$a_m \equiv \exp \left\{ - (x_m - x_{m-1}) / \delta^* \right\} = \\ = (\sqrt{(1+p)^2 + 4mp} - (1+p)) / (\sqrt{(1-p)^2 + 4mp} + (1-p)). \quad (6)$$

Таким образом, мы нашли распределение плотности числа вихрей (а значит, и магнитного поля) вдоль критического профиля. В итоге в континуальном приближении, воспользовавшись уравнением Максвелла $\mathcal{F} = (c/4\pi) \partial H / \partial x$ и тем, что $p \ll 1$, получим критический ток

$$\mathcal{F}_c = 8\pi p j_c (2\bar{H} / \pi^2 H_{c1}^*) \operatorname{sh}^3 (\pi^2 H_{c1}^* / 4\bar{H}) \operatorname{ch}^{-1} (\pi^2 H_{c1}^* / 4\bar{H}), \quad (7)$$

где j_c — критический ток однородного джозефсоновского контакта; \bar{H} — магнитное поле в контакте, усредненное по промежуткам между центрами пиннинга. \mathcal{F}_c и критический профиль $H(x)$ показаны на рисунке, где также выделены области перехода между различными асимптотиками. При $H \gg \pi^2 H_{c1}^* / 2$

$$\mathcal{F}_c = \pi p j_c$$

и имеет место линейная «биновская» [1] зависимость $H(x) = (p\pi^2/4) H_{c1}^* x / \delta^*$ (в точке фронта положено $x=0$). При $\bar{H} \ll \pi^2 H_{c1}^* / 2$

$$\mathcal{F}_c = 2\pi p j_c (2\bar{H} / \pi^2 H_{c1}^*)^3 \exp (\pi^2 H_{c1}^* / 2\bar{H})$$

и критический профиль

$$(2\bar{H} / \pi^2 H_{c1}^*) = \left\{ \ln [(L/x\pi^3) (2l/\delta^2)^{1/2} \exp (\pi^2 \delta / \sqrt{2lL})] \right\}^{-1}.$$

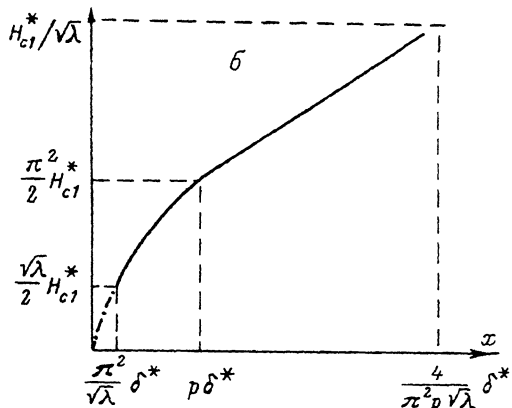
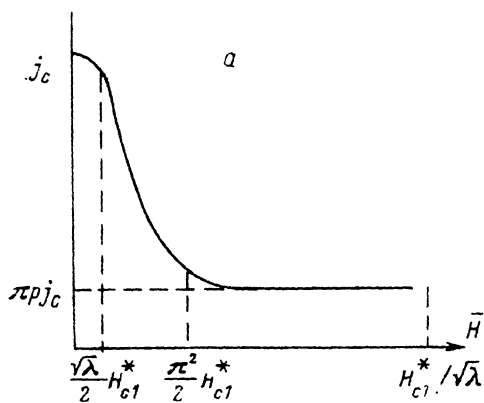
Зависимости такого типа получались в работах [6, 7].

Теперь можно определить, как выражается через внешнее поле H значение n вблизи поверхности: H_b . Для этого оценим число проникших в контакт вихрей

$$n = \frac{2l}{L} \frac{2\lambda_L}{\Phi_0} \int_0^{x_b} dx H(x) = \frac{c}{4\pi} \frac{2l}{L} \frac{2\lambda_L}{\Phi_0} \int_0^{H_b} \frac{dH}{\mathcal{F}_c(H)},$$

где x_b — расстояние от фронта критического профиля до поверхности, Φ_0 — квант потока, а множитель $2l/L$ появился из-за растекания поля по поперечным контактам, играющим роль центров пиннинга. Подставим в это выражение $\mathcal{F}_c(H)$ из (7) и выразим n через H с помощью соотношения (5). В итоге получим простое выражение

$$\left(\frac{\pi^2 H_{c1}^*}{4H_b} \right) = \operatorname{arth} \left(\frac{\pi H_{c1}^*}{H} \right). \quad (8)$$



Полевая зависимость критического тока через неоднородный джозефсоновский контакт (а) и критический профиль проникающего в контакт поля (б) — поле попадает в контакт справа.

Выделены значения поля, критического тока и координаты x (отсчитывается от фронта профиля), при которых происходит переход с одного режима на другой, а также масштаб полей и x , при которых теория становится непригодной. Штрихпунктир выделяет область малых x и H , где большое расстояние между вихрями не дает возможности использовать континуальное приближение. H_{c1}^* — нижнее критическое поле системы, δ^* — эффективная джозефсоновская длина, $\lambda \equiv (2IL/\delta^2) \ll 1$, j_c — критический ток однородного контакта, $p \ll 1$ — безразмерная максимальная сила пиннинга.

Заметим, что, несмотря на то что при получении системы (1) были сделаны весьма сильные предположения, при $H \gg H_{c1}^* H_b$ оказалось близко к H , как и должно быть. Некоторое отличие в коэффициентах при этом — как раз следствие этих приближений.

В заключение отметим, что, действуя в том же духе, можно получить оценку для критического тока гранулированного сверхпроводника как функцию магнитной индукции

$$j_c \sim \exp \left\{ (2\Phi_0 / \delta^2 B)^{1/2} \right\}.$$

Подобная зависимость ранее использовалась для описания экспериментальных данных [8].

Список литературы

- [1] Bean C. P. // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 8. N 6. P. 250—253.
- [2] Брыксин В. В., Гольцев А. В., Дороговцев С. Н., Кузьмин Ю. И., Самухин А. Н. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. № 4. С. 1282—1285.
- [3] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1968. 280 с.
- [4] Абрикосов А. А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 520 с.
- [5] Brandt E. H. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. N 18. P. 2219—2223.
- [6] Bryksin V. V., Goltsev A. V., Dorogovtsev S. N. // Physica C. 1990. V. 172. N 3/4. P. 352—360.
- [7] Винокур В. М., Кошелев А. Е. // ЖЭТФ. 1990. Т. 97. № 3. С. 976—989.
- [8] Андрианов А. В. // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 53. № 5. С. 246—249.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
11 марта 1992 г.