КВАЗИДВУМЕРНЫЕ ДЫРКИ В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Е. Бисти, В. И. Фалько

Рассмотрено влияние наклонного магнитного поля на энергетический спектр дырок в квантовой яме. В случае сильного поля вычислены эффективные массы дырок на различных уровнях Ландау. В случае слабого поля показана анизотропия g-фактора квазидвумерных дырок.

В последнее время в связи с развитием технологии изготовления различных пространственных полупроводниковых структур пониженной размерности (квантовые ямы, нити, точки) наблюдается интерес к их изучению. Одним из удобных методов изучения таких систем является магнитное поле, дающее набор дискретных уровней, которые могут быть зарегистрированы различными методами (оптические переходы, резонансное туннелирование, циклотронный резонанс).

В данной работе рассматривается система частиц с вырожденной энергетической зоной (дырок), находящихся одновременно в квантовой яме, описывающейся потенциалом $V(z)$, и в магнитном поле H, направленном под углом α к оси z. Дырочную зону мы считаем изотропной ($\gamma_2 = \gamma_3$). Гамильтониан такой системы имеет вид

$$H(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{H}, z) = \frac{h}{2m_0} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5}{2}\gamma_2 \right) \hat{\mathbf{k}}^2 - 2\gamma_2 \{\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_j\} \{J_i J_j\} \right] + \mu_0 g \mathbf{J}\mathbf{H} + V(z), \quad (1)$$

m_0 — масса свободного электрона; γ_1, γ_2 — параметры Латтинжера; $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k} + (e/\hbar c)\mathbf{A}$; A — вектор-потенциал; J — матрицы спина 3/2; $i, j = x, y, z$; $\{\ldots\}$ — коммутатор; g — g-фактор трехмерных дырок.

Для H ‖ z уравнение Шредингера с гамильтонианом (1) решалось в работах [1–5]. Случай H ⊥ z был рассмотрен в [6, 7].

Мы рассмотрим влияние наклонного магнитного поля в двух предельных случаях: $\hbar\omega_c \gg E_n$ (сильное поле) и $\hbar\omega_c \ll \Delta E_n$ (слабое поле) ($\omega_c = eH/m_0c$ — циклотронная частота; $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n$; E_n — уровни энергии в потенциале $V(z)$ без магнитного поля).

Рассмотрим подробно случай сильного магнитного поля, направленного вдоль оси z, при этом $\hat{k}_z = k_z = -i\partial/\partial z$. Следуя Латтинжеру [8, 9], вводим операторы рождения и уничтожения

$$a^+ = \lambda_H \hat{k}_+/\sqrt{2}\,, \quad a = \lambda_H \hat{k}_-/\sqrt{2}\,, \quad \hat{k}_\pm = \hat{k}_x \pm i\hat{k}_y\,, \quad (2)$$

$\lambda_H = (\hbar c / eH)^{1/2}$ — магнитная длина.

Гамильтониан (1), выраженный через a и a^+, имеет вид

$$H = H_0 (a, a^+, k_z) + V(z), \tag{3}$$

где

$$H_0 (a, a^+, k_z) = \begin{vmatrix} P + Q + \frac{3}{4} gH & R & -S & 0 \\ R^+ & P - Q - \frac{1}{4} gH & 0 & S \\ -S^+ & 0 & P - Q + \frac{1}{4} gH & R \\ 0 & S^+ & P^+ & P + Q - \frac{3}{4} gH \end{vmatrix}, \tag{4}$$

$$P = \frac{\gamma_1}{2} \left(k_z^2 + \omega_c (a^+ a + a a^+) \right),$$

$$\psi = \frac{\gamma_2}{2} \left(-2k_z^2 + \omega_c (a^+ a + a a^+) \right),$$

$$R = - \sqrt{3}\, \gamma_z \omega_c a^2,$$

$$S = \sqrt{6}\, \gamma_z \omega_c^{1/2} k_z a \tag{5}$$

(используем атомные единицы).

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (3) ищем в виде

$$\psi_N (x, y, z) = \begin{pmatrix} A_1 (z, N) \; U_{N-3} (x, y) \\ A_2 (z, N) \; U_{N-1} (x, y) \\ A_3 (z, N) \; U_{N-2} (x, y) \\ A_4 (z, N) \; U_N (x, y) \end{pmatrix}, \quad (N = 0, 1, 2 \ldots). \tag{6}$$

Функции U_N удовлетворяют условиям

$$a^+ U_N = (N + 1)^{1/2} U_{N+1}, \quad a U_N = N^{1/2} U_{N-1}, \tag{7}$$

U_0 определяется из уравнения

$$a U_0 = 0. \tag{8}$$

Подставляя выражение (6) в уравнение Шредингера с гамильтонианом (3) и используя соотношения (7), получаем для функций $A_i (z, N)$ одномерное уравнение Шредингера с эффективным гамильтонианом H_N. Это уравнение решалось численно вариационными методами в работах [1–4]. Для $N \geqslant 3$ H_N имеет вид

$$H_N = \begin{vmatrix} C^+(N-3, k_z) & B(N-1) & -D(N-2)\,k_z & 0 \\ B(N-1) & A^-(N-1, k_z) & 0 & D(N)\,k_z \\ -D(N-2)\,k_z & 0 & A^+(N-2, k_z) & B(N) \\ 0 & D(N)\,k_z & B(N) & C^-(N, k_z) \end{vmatrix}, \quad (9)$$

$$C^\pm(N, k_z) = C^\pm(N) + \left(\frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2\right) k_z^2, \quad C^\pm(N) = (\gamma_1 + \gamma_2)\,\omega_c \left(N + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} gH,$$

$$A^\pm(N, k_z) = A^\pm(N) + \left(\frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2\right) k_z^2, \quad A^\pm(N) = (\gamma_1 - \gamma_2)\,\omega_c \left(N + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} gH,$$

$$D(N) = \sqrt{6}\,\gamma_2 \omega_c^{1/2} \sqrt{N}, \quad B(N) = -\sqrt{3}\,\gamma_2 \omega_c \sqrt{N(N-1)}\,. \quad (10)$$

При $N = 0, 1, 2$ часть компонент функции $\psi_N(x, y, z)$ равна нулю и поэтому матрица гамильтониана H_N имеет меньший размер.

Поскольку число функций U_0, удовлетворяющих уравнению (8), бесконечно, каждое из полученных таким образом состояний бесконечно вырождено. Покажем это, используя аксиальную калибровку $\mathbf{A} = 1/2 \cdot [\mathbf{Hr}]$ и цилиндрические координаты. Операторы a и a^+ имеют вид

$$a = \frac{e^{-i\varphi}}{i\sqrt{2H}} \left(\frac{\partial}{\partial\rho} - \frac{i}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{H}{2}\rho\right),$$

$$a^+ = \frac{e^{i\varphi}}{i\sqrt{2H}} \left(\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{i}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{H}{2}\rho\right). \quad (11)$$

Уравнение (8) дает набор функций

$$U_{0m} = e^{im\varphi}\rho^{-m} U_0(\rho), \quad (m = 0. -1, -2\ldots) \quad (12)$$

с проекциями орбитального момента m. Операторы a и a^+ изменяют на 1 не только номер уровня N, определяющий энергию частицы, но и проекцию момента m.

$$aU_{N,m} = N^{1/2} U_{N-1, m-1}, \quad a^+ U_{N,m} = (N+1)^{1/2} U_{N+1, m+1}\,. \quad (13)$$

С учетом (13) волновые функции (8), являющиеся решениями гамильтониана (3), должны иметь вид

$$\psi_{Nj_z} = \begin{pmatrix} A_1(z, N)\; U_{N-3, j_z-3/2} \\ A_2(z, N)\; U_{N-1, j_z+1/2} \\ A_3(z, N)\; U_{N-2, j_z-1/2} \\ A_4(z, N)\; U_{N, j_z+3/2} \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} (N = 0, 1, 2\ldots, \\ j_z = N - 3/2, N - 3/2 - 1, \ldots). \end{matrix} \quad (14)$$

Как и следует из соображений симметрии, это решения с сохраняющейся проекцией полного момента частицы на ось z $j_z = l_z + s_z$, причем, поскольку в эффективный одномерный гамильтониан H_N (9) j_z не входит, то по j_z имеется вырождение.

Используем теперь предположение о том, что магнитное поле сильное ($\hbar\omega_c >> E_n$ по крайней мере для нескольких нижних уровней как тяжелых, так и легких дырок). Гамильтониан H_N можно разбить на несколько частей.

$$H_N = H_{N0} + k_z H_{N1} + k_z^2 H_{N2} + V(z). \tag{15}$$

Делаем унитарное преобразование гамильтониана (15)

$$H'_N = UH_N U^+ = H'_{N0} + k_z H'_{N1} + k_z^2 H'_{N2} + V(z), \tag{16}$$

диагонализующее числовую матрицу H_{N0}

$$U = \begin{vmatrix} U(\varphi) & 0 \\ 0 & U(\varphi') \end{vmatrix}, \quad U(\varphi) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{vmatrix},$$

$$\varphi = \varphi(N) = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2B(N-1)}{A-(N-1)-C^+(N-3)},$$

$$\varphi' = \varphi'(N) = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2B(N)}{C^-(N)-A^+(N-2)}. \tag{17}$$

Элементы диагональной матрицы H_{N0}^B — уровни Ландау дырок E_N^i при $k_z=0$, $V(z)=0$

$$E_N^{1,2} = \frac{A^-(N-1)+C^+(N-3)}{2} \mp$$

$$\mp\left(B(N-1)\sin 2\varphi + \frac{A^-(N-1)-C^+(N-3)}{2}\cos 2\varphi\right),$$

$$E_N^{3,4} = \frac{C^-(N)+A^+(N-2)}{2} \mp \left(B(N)\sin 2\varphi' + \frac{C^-(N)-A^+(N-2)}{2}\cos 2\varphi'\right). \tag{18}$$

Все уровни E_N^i не вырождены по индексу i, $E_N^i - E_N^i \sim \hbar\omega_c$. При решении уравнения Шредингера с гамильтонианом (16) E_N^i можно считать нулевым приближением, а оставшуюся часть $H_N^B - H_{N0}^B$ учесть по теории возмущений. В низшем порядке разложения по $E_n/\hbar\omega_c$ мы получаем для состояний, близких по энергии к E_N^i, свое уравнение Шредингера с гамильтонианом

$$H_N^i = E_N^i + \frac{1}{2m_{Ni}}k_z^2 + V(z), \tag{19}$$

$$\frac{1}{2m_{Ni}} = (H'_{N2})_{ii} + \sum_{j\neq i}\frac{(H'_{N1})_{ij}(H'_{N1})_{ji}}{E_N^i - E_N^j}, \tag{20}$$

$$(H'_{N2})_{11} = \frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2 \cos 2\varphi, \quad (H'_{N2})_{22} = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 \cos 2\varphi,$$

$$(H'_{N2})_{33} = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 \cos 2\varphi, \quad (H'_{N2})_{44} = \frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2 \cos 2\varphi,$$

$$(H'_{N1})_{13} = (H'_{N1})_{31} = -D\,(N-2) \cos\varphi \cos\varphi' + D\,(N) \sin\varphi \sin\varphi',$$

$$(H'_{N1})_{24} = (H'_{N1})_{42} = -D\,(N-2) \sin\varphi \sin\varphi' + D\,(N) \cos\varphi \cos\varphi',$$

$$(H'_{N1})_{23} = (H'_{N1})_{32} = -D\,(N-2) \sin\varphi \cos\varphi' - D\,(N) \cos\varphi \sin\varphi',$$

$$(H'_{N1})_{14} = (H'_{N1})_{41} = -D\,(N-2) \cos\varphi \sin\varphi' - D\,(N) \sin\varphi \cos\varphi',$$

$$(H'_{N1})_{12} = (H'_{N1})_{21} = (H'_{N1})_{34} = (H'_{N1})_{43} = 0. \tag{21}$$

Мы получили, что каждый уровень Ландау характеризуется своей массой для движения вдоль направления магнитного поля, причем, поскольку $D(N) \sim \omega_c^{1/2}$, m_{Ni} не зависят от величины H (см. таблицу).

Расчетные значения масс дырок для четырех нижних уровней Ландау в GaAs ($\gamma_1 = 6.9$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 2.5$, $g = 2.4$)

Энергия уровня Ландау в $\hbar\omega_c$	Масса вдоль поля в m_0
1.3	0.12
1.6	0.21
2.0	0.33
2.9	0.55

При $N = 0$, 1, 2 выражения для E^i_N и m_{Ni} имеют несколько другой вид. При $N = 0$ имеется только один уровень

$$E^1_0 = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}\,\omega_c - \frac{3}{4}\,gH, \quad \frac{1}{2m_{01}} = \frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2\,, \tag{22}$$

при $N = 1$ имеем два уровня

$$E^1_1 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}\,\omega_c - \frac{1}{4}\,gH, \quad \frac{1}{2m_{11}} = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 + \frac{D^2\,(1)}{E^1_1 - E^2_1},$$

$$E^2_1 = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}\,3\omega_c - \frac{3}{4}\,gH, \quad \frac{1}{2m_{12}} = \frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2 + \frac{D^2\,(1)}{E^2_1 - E^1_1}, \tag{23}$$

при $N = 2$ имеем три уровня, $E^{2,3}_2$ соответствуют $E^{3,4}_2$ (18),

$$E^1_2 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}\,3\omega_c - \frac{1}{4}\,gH, \quad \frac{1}{2m_{21}} = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 + D^2\,(2) \left(\frac{\sin^2\varphi'}{E^1_2 - E^2_2} + \frac{\cos^2\varphi'}{E^1_2 - E^3_2}\right),$$

$$\frac{1}{2m_{22}} = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 \cos 2\varphi' + \frac{D^2\,(2) \sin^2\varphi'}{E^2_2 - E^1_2},$$

$$\frac{1}{2m_{23}} = \frac{\gamma_1}{2} - \gamma_2 \cos 2\varphi' + \frac{D^2\,(2) \cos^2\varphi'}{E^3_2 - E^1_2}. \tag{24}$$

Пусть теперь имеется сильное магнитное поле $\mathbf{H} = \{-H\sin\alpha,\ 0,\ H\cos\alpha\}$. Удобно ввести новые пространственные переменные $(\xi,\ \eta)$ вместо переменных $(x,\ z)$, направив ось η вдоль магнитного поля

$$V(z) = V(\eta\cos\alpha + \xi\sin\alpha) = V(\eta\cos\alpha) + \frac{dV}{dz}\xi\sin\alpha + \dots . \tag{25}$$

В пределе сильного поля для гладкого потенциала $V(z)$ в области $z \sim \lambda_z$ справедливо условие

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dz}\gamma_H \sim \gamma_H/\gamma_z \sim (E_n / \hbar\omega_c)^{1/2} \ll 1.$$

(Мы ввели понятие эффективной ширины ямы λ_z). Поскольку $\xi \sim \lambda_H$, то в выражении (25) достаточно учесть только главный член $V(\eta\cos\alpha)$ — изменение потенциала вдоль магнитного поля. Задача становится полностью аналогичной рассмотренной выше для $\mathbf{H} \parallel z$. Движение вдоль η определяется набором эффективных гамильтонианов

$$H_N^i(\alpha) = E_N^i + \frac{1}{2m_{Ni}}k_\eta^2 + V(\eta\cos\alpha). \tag{26}$$

Рассмотрим теперь случай $\omega_c \ll \Delta E_n$ (слабое поле). Пусть $\mathbf{H} = (H_x,\ 0,\ H_z)$, используем калибровку $\mathbf{A} = (H_z y,\ -H_x z,\ 0)$. Гамильтониан (1) делим на части следующим образом:

$$H(\hat{\mathbf{K}}, \mathrm{H}, z) = H_0(k_z, z) + \delta H. \tag{27}$$

Нулевым приближением являются две серии двукратно вырожденных уровней размерного квантования $E_{3/2,\ n}$ и $E_{1/2,\ m}$, соответствующие тяжелым и легким дыркам. Поправки к ним за счет δH найдем по теории возмущений с точностью до линейных по H_x и H_z членов. Известно [6, 7, 10], что $A_y = -H_z z$ не дает линейного по H_x вклада. Вклад линейных по H_z членов подробно рассматривался в [5]. Выпишем поправки, имеющие вид матриц 2×2 вследствие вырожденности состояний

$$\delta H^2_{3/2,n} = \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma_i + \gamma_2 + \alpha_n)(\hat{k}_x^2 + k_y^2) + \frac{3}{2}\mu_0\left(g + \frac{2}{3}\alpha_n\right)H_z\sigma_z\,,$$
$$\alpha_n = \frac{\hbar^2}{2m_0}\sum_m 3\gamma_2^2\frac{|\langle n\,|k_z|\,m\rangle|^2}{E_{3/2,n} - E_{1/2,m}}\,, \tag{28}$$

$$\delta H^2_{1/2,m} = \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma_i - \gamma_2 + \alpha_m)(\hat{k}_x^2 + k_y^2) + \frac{1}{2}\mu_0(g - 2\alpha_m)H_z\sigma_z + \frac{1}{2}\mu_0 g H_x\sigma_x\,,$$
$$\alpha_m = \frac{\hbar^2}{2m_0}\sum_n 3\gamma_2^2\frac{|\langle m\,|k_z|\,n\rangle|^2}{E_{1/2,m} - E_{3/2,n}}\,, \tag{29}$$

σ_x, σ_z — матрицы Паули.

Аналогично [5] находим энергии уровней Ландау

$$E_{nN}^{1,2} = E_{3/2,n} + 2\mu_0(\gamma_1 + \gamma_2 + \alpha_n)\left(N + \frac{1}{2}\right) H_z \pm \frac{3}{2}\mu_0\left(g + \frac{2}{3}\alpha_n\right) H_z ,$$

$$E_{mN}^{1,2} = E_{1/2,m} + 2\mu_0(\gamma_1 - \gamma_2 + \alpha_m)\left(N + \frac{1}{2}\right) H_z \pm$$

$$\pm \frac{1}{2}\mu_0\sqrt{(g - 2\alpha_m)^2 H_z^2 + g^2 H_x^2} . \qquad (30)$$

Из формул (30) видно, что для состояний $E_{nN}^{1,2}$ существенна только компонента поля H_z. Что же касается состояний $E_{mN}^{1,2}$, то в этом случае в орбитальное движение входит только H_z, а спиновое расщепление зависит от обеих компонент H_z и H_x, причем имеет место анизотропия g-фактора.

Список литературы

[1] Broido D. A., Sham L. I. // Phys. Rev. 1985. V. B31. N 2. P. 888—892.
[2] Yang S.-R. E., Broido D. A., Sham L. I. // Phys. Rev. 1985. V. B32. N 10. P. 6630—6633.
[3] Bangert E., Landvehr G. // Surf. Science. 1986. V. 170. P. 593—600.
[4] Ekenberg U., Altarelli M. // Phys. Rev. 1985. V. B32. N 6. P. 3712—3722.
[5] Bisti V. E. // Superlattices and Microstructures. 1991 (in press).
[6] Oliveira G. M. G., Gomes V. M. S., Chaves A. S., Leite J. R., Worlock J. M. // Phys. Rev. 1987. V. B35. N 6. P. 2896.
[7] Batke E., Tu C. W. // Phys. Rev. 1986. V. B34. N 4. P. 3027—3029.
[8] Luttinger J. M., Kohn W. // Phys. Rev. 1955. V. 97. N 4. P. 869—883.
[9] Luttinger J. M. // Phys. Rev. 1956. V. 102. N 4. P. 1030—1041.
[10] Fal'ko V. I. // Sol. St. Comm. 1991. V. 78. N 11. P. 925—929.

Институт физики
твердого тела РАН
Черноголовка
Московская обл.

Поступило в Редакцию
25 декабря 1991 г.