УДК 539.2

РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ ЧЕРЕЗ НЕУПОРЯДОЧЕННЫЕ ОБЛАСТИ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

А. М. Сатанин

Показано, что если длина волны туннелирующего электрона мала по сравнению с размером флуктуационных ям в неупорядоченной области, возможно сильное перекрытие резонансов. Исходя из унитарности и аналитичности матрицы рассеяния, получено выражение для резонансной проводимости в случае сильного перекрытия резонансов. В резонансной области проводимость испытывает сильные флуктуации. Найдена функция распределения проводимости.

Резонансное туннелирование через неупорядоченные барьеры изучалось в ряде работ [1–3]. При смещении уровня Ферми наблюдались резонансные пики в зависимости проводимости от энергии на фоне потенциального рассеяния. Резонансные пики проявляются как в одномерных $1D$-каналах [1], так и в $2D$-системах [3]. Теория резонансного туннелирования развита для $1D$-систем в [4–6]. Специфика туннелирования в $3D$-системе обсуждалась в [6], где использована модель короткодействующих ям. В этой работе исследовано перекрытие резонансных состояний, относящихся к различным центрам, которое, вследствие отталкивания уровней, не может быть сильным. Недавно было выполнено численное моделирование туннелирования в $2D$ [7] и $3D$ [8] системах.

В работах [4–8] рассматривались уединенные резонансы, когда их характерные ширины Γ малы по сравнению с расстоянием между резонансными уровнями Δ. В данной работе мы покажем, что в неупорядоченной системе, содержащей крупномасштабные флуктуационные ямы радиуса R, которые велики по сравнению с длиной волны λ туннелирующего электрона в яме, возможно сильное перекрытие резонансов и ширины Γ могут стать больше Δ. При этом малые изменения параметров ямы или размеров неупорядоченной области будут приводить к сильным флуктуациям проводимости, когда уровень Ферми окажется в области перекрытия резонансов.

Приведем качественные соображения, позволяющие выяснить условия осуществления сильного перекрытия резонансов $\Gamma \gg \Delta$. Пусть в неупорядоченной системе возникла флуктуационная яма радиуса R, отделенная от классически доступной области движения достаточно высоким барьером. В силу неравенства $\lambda \gg R$ движение в яме квазиклассично. Расстояние между уровнями в яме определяется плотностью состояний $\rho(E)$

$$\Delta = \rho^{-1}(E) \sim \frac{\hbar^2\lambda}{mR^3}. \tag{1}$$

Если в некотором направлении в потенциальном рельефе образуется «горловина» масштаба d $(\lambda \gg d \lesssim R)$, через которую частица может покидать яму, то уровни в яме приобретут ширину $\Gamma = \hbar/\tau$, где τ — характерное время ухода состояния через горловину. Время τ можно оценить из условия непрерывности потока вероятности

$$\frac{1}{\tau} \simeq \int \mathbf{j} ds \sim v_F d^2 |\psi|^2 \sim \frac{\hbar^2 d^2}{m\lambda R^3}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) следует:

$$\frac{\Gamma}{\Delta} \sim \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \gg 1. \tag{3}$$

Для двумерной ямы аналогичные рассуждения дают $\Gamma/\Delta \sim d/\lambda \gg 1$.

Таким образом, крупномасштабные флуктуационные ямы, соединенные хорошо проницаемыми каналами между собой и берегами, будут иметь сильно уширенные уровни.

Резонансная структура проводимости σ_r может быть установлена из унитарности и аналитичности S-матрицы. Согласно формуле Ландауэра, проводимость (в единицах e^2/h) многоканальной системы выражается через матрицу прохождения t [9]

$$\sigma = \mathrm{Tr}\,(t^+ t). \tag{4}$$

Рассматривая неупорядоченную область как рассеиватель размером L вдоль направления движения (пленка или трехмерный слой), будем классифицировать состояния, используя волновые функции поперечного движения ψ_a, где a — номер открытого канала ($a = 1, 2, \ldots, N$). Будем полагать, что ψ_a обращаются в 0 на стенках, ограничивающих движение в поперечном направлении. Матрица рассеяния ($2N \times 2N$)

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}$$

удовлетворяет условию унитарности $S^+S = \mathrm{I}$. Из симметрии относительно обращения времени следует: $S^T = S$. Эти условия эквивалентны соотношениям

$$r^+r + t^+t = I, \quad r^+t^T + t^+r' = 0,$$

$$r'^+r' + t^*t^T = I, \quad t^*r + r'^+t = 0,$$

$$t' = t^T, \quad r = r^T, \quad r' = r'^T. \tag{5}$$

Из аналитичности S-матрицы по энергии следует [10], что резонансам соответствуют простые полюса на втором листе комплексной плоскости E. Резонансное рассеяние будет описываться мероморфными функциями вида

$$r_{ab} = \delta_{ab} - i\frac{A_a^R(E)\,A_b^R(E)}{p(E) + iq(E)}, \quad t_{ab} = t'_{ba} = -i\frac{A_a^L(E)\,A_b^R(E)}{p(E) + iq(E)},$$

$$r'_{ab} = \delta_{ab} - i\frac{A_a^L(E)\,A_b^L(E)}{p(E) + iq(E)}, \tag{6}$$

где $p(E)$ — функция, имеющая нули при энергии, соответствующей положению резонансного уровня, $q(E)$ — положительная плавная функция, не имеющая нулей при действительной энергии, $A_a^L(E)$ и $A_a^R(E)$ — функции, не имеющие особенностей в рассматриваемом интервале энергий. Значки L и R в (6) указывают на те области (левая $x < 0$, правая $x > L$), из которых амплитуды волн связываются элементами S-матрицы. Подставляя (6) в (5), убеждаемся, что (6) является решением системы (5), если выполнено условие

$$q = q^L + q^R, \qquad q^L = \frac{1}{2}\sum (A_a^L)^2, \qquad q^R = \frac{1}{2}\sum (A_a^R)^2.$$

Вблизи уединенного резонанса E_λ, когда расстояние между резонансами велико по сравнению с их шириной, матрицу t можно представить в виде

$$t_{ab}(E) = -i\frac{A_a^L(E_\lambda)\,A_b^R(E_\lambda)}{p'(E_\lambda)(E - E_\lambda) + iq(E_\lambda)} = -i\frac{\gamma_{a\lambda}^L\gamma_{b\lambda}^R}{E - E_\lambda + i\dfrac{\Gamma_\lambda}{2}}, \tag{7}$$

где

$$\gamma_{a\lambda}^{L,R} = A_a^{L,R}(E_\lambda)/(p'(E_\lambda))^{1/2},$$

$$\Gamma_\lambda = 2q(E_\lambda)/p'(E_\lambda) > 0,$$

$$\Gamma_\lambda = \Gamma_\lambda^L + \Gamma_\lambda^R, \qquad \Gamma_\lambda^{L,R} = \frac{1}{2}\sum (\gamma_{a\lambda}^{L,R})^2.$$

Ввиду положительности ширины $p'(E\lambda) > 0$ ($\lambda = 1, 2, \ldots, n$; n — число резонансов), так что между двумя нулями $p(E)$ имеется энергия $\bar{E}_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n-1$), при которой p обращается в бесконечность.

Резонансный вклад в проводимость найдем из (4) и (6):

$$\sigma_r = \frac{4q^Lq^R}{p^2 + q^2}. \tag{8}$$

При $E = E_\lambda$ резонансная проводимость $\sigma_r = 4q^Lq^R/(q^L + q^R)^2$ и достигает максимального значения $\sigma_r = 1$ при $q^L = q^R$. Между соседними резонансами (при любом соотношении между Γ и Δ) имеются нули σ_r, когда $E = \bar{E}_k$. Выражение (8) описывает точный вклад резонансных состояний при любом соотношении Γ и Δ. Для выяснения структуры (8) полезно провести дальнейшую детализацию этого выражения. При $\Gamma \ll \Delta$ воспользуемся (7):

$$\sigma_r = \sum_\lambda \frac{\Gamma_\lambda^L\Gamma_\lambda^R}{(E - E_\lambda)^2 + \left(\dfrac{\Gamma_\lambda^L + \Gamma_\lambda^R}{2}\right)^2}. \tag{9}$$

Это выражение совершенно аналогично формуле Брейта и Вигнера для сечения резонансного рассеяния. В случае, когда резонансы перекрываются $\Delta \ll \Gamma$, представим (6) в виде

$$t_{ab}(E) = -i\frac{g_a^L(E)\,g_b^R(E)\,\Pi\,(E-\overline{E}_k)^{\alpha_k}}{\Pi\,(E-E_\lambda+i\Gamma_\lambda/2)}, \tag{10}$$

α_k определяет поведение (порядок нуля) t_{ab} при $E \to \overline{E}_k$. Из условия унитарности следует

$$2\mathrm{Im}\,\prod_\lambda\,(E-E_\lambda+i\frac{\Gamma_\lambda}{2}) = \Pi\,(E-\overline{E}_k)^{\alpha_k}\left(\sum\,(g_a^L)^2+\sum\,(g_a^R)^2\right). \tag{11}$$

Вклад в проводимость (10) приводит к

$$\sigma_r = \frac{4G^LG^R\Pi\,(E-\overline{E}_k)^{2\alpha_k}}{\Pi\left[(E-E_\lambda)^2+\frac{\Gamma_\lambda^2}{4}\right]}, \tag{12}$$

где $G^{L,\,R} = \sum\,(g_a^{L,R})^2/2$ определяются (11). Из (12) также видно, что проводимость σ_r имеет резонансные пики при E_λ, однако расстояние между ними порядка Δ, а не Γ. При $E = \overline{E}_k$ необходимо учитывать нерезонансное рассеяние. В этих точках полная проводимость целиком определяется нерезонансным рассеянием.

Состояния в ямах сильно зависят от реализации и размеров системы. Прежде чем покинуть яму, частица совершит $(R/d)^2$ столкновений с потенциальным барьером. Изменение размера на $\delta R\ (R/d)^2 \sim\lambda$, т. е. на $\delta R \sim (d/R)^2\lambda \ll \lambda$, приведет к изменению состояний. Положения резонансных уровней и ширины не являются статистически независимыми величинами, так как они определяются одной и той же функцией — потенциальным рельефом. Вычисление статистических характеристик σ_r возможно при установлении функциональной зависимости величин, входящих в (12), от потенциала. На феноменологическом уровне можно заметить, что δ_r представляется в виде произведения случайных величин, и уже это указывает на негауссовский закон распределения σ_r. Для дальнейшего удобно переписать (11) в виде

$$\Pi\left[(E-E_\lambda)^2+\frac{\Gamma_\lambda^2}{4}\right]^{1/2}\sin\delta = \Pi\,(E-\overline{E}_k)^{\alpha_k}\,(G_L+G_R), \tag{13}$$

где $\delta = \Sigma\sigma_\lambda$, а $\delta_\lambda = \mathrm{arctg}\,[\,\Gamma_\lambda/2\,(E-E_\lambda)\,]$. С учетом (13) выражение для проводимости приобретает вид

$$\sigma_r = \frac{4G^LG^R}{(G^L+G^R)^2}\sin{}^2\delta. \tag{14}$$

Сформулируем теперь статистическую гипотезу относительно величин $g_a^{L,R}$. Будем считать их статистически независимыми с нулевым средним и дисперсией $\langle(g_a^{L,R})^2\rangle = 2D^{L,\,R}$. Тогда для большого числа каналов рассеяния (в силу центральной предельной теоремы) распределение G^L и G^R будет гауссовым:

$$W(G^{L,R}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D^{L,R}}}\exp\left[-\left(G^{L,R}-\overline{G}^{L,R}\right)^2/\,2ND^{L,R}\right],$$

где $\bar{G}^{L,R} = ND^{L,R}$. Таким образом, проводимость (14) равна

$$\sigma_r = \sigma_0 \sin^2\delta, \tag{15}$$

где σ_0 слабо флуктуирует и с вероятностью, близкой к единице (при $N \gg 1$), принимает значение

$$\sigma_0 = \frac{4D^L D^R}{\left(D^L + D^R\right)^2},$$

а фаза $\delta = \Sigma\delta_\lambda$ целиком определяет флуктуации σ_r. Если число перекрывающихся резонансов велико, то фаза δ, являющаяся суммой большого числа случайных слагаемых, также будет иметь простой закон распределения. Приведя ее к интервалу $(0, \pi)$, можно полагать, что в этом интервале все значения δ равновероятны. С учетом сказанного распределение σ_r будет иметь вид

$$P(\sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma_0}\left[\frac{\sigma}{\sigma_0}\left(1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2\right]^{-1/2}. \tag{16}$$

Наиболее вероятные значения σ_r сосредоточены вблизи нуля и σ_0. Такое поведение σ_r совершенно естественно вытекает из структуры выражения (12). Таким образом, проводимость σ_r не является самоусредняющейся величиной.

Распределение (16) применимо в случае, когда резонансные каналы происходят от небольшого числа ям. Если площадь барьера будет существенно превышать характерную площадь ямы ($\sim R^2$) и в нем будет присутствовать большое число ям, то следует ожидать изменения функции распределения проводимости. В работе (11) показано, что если число каналов экспоненциально велико, то распределение логарифма полной проводимости (прозрачности) барьера подчиняется гауссову закону. При этом ввиду сложения большого числа резонансных слагаемых проводимость является плавной функцией энергии.

Мы не будем обсуждать здесь температурное размытие уровней, так как эти эффекты могут быть исследованы подобно [5].

Для экспериментального наблюдения резонансного туннелирования в области перекрытых резонансов необходимо присутствие в неупорядоченной системе крупномасштабных флуктуаций. Такие флуктуации возникают естественным образом в сильно легированном компенсированном полупроводниковом слое [12]. Характерный масштаб флуктуаций в полупроводнике $R \sim N_t^{1/2}/n^{2/3}$, где $N_t = N_D + N_A$, $n = N_0 - N_A$. Неравенство $R \gg \lambda$ обеспечивается условием сильного легирования $N_t a^3 \gg 1$ (a — боровский радиус примесного атома). Расстояние между уровнями $\Delta \sim \hbar^2 (N_t a^3)^{5/4}/ma^2$ и, например, для InSb с $N_t \sim 10^{16}$ см$^{-3}$ составляет величину $\Delta \sim 1$ мэВ. Так что уже при гелиевых температурах пики могут быть разрешены. Путем изменения компенсации можно менять соотношение между Γ и Δ.

В заключение отметим, что существует глубокая аналогия между рассмотренной здесь проблемой и проблемой описания перекрытия резонансов в открытых резонаторах [13], а также в статистической модели ядра [14].

Список литературы

[1] Kwasnick R. F., Kastner M. A., Malngailis J., Lee P. A. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. N 3. P. 224—227.
[2] Bending S. J., Beasley M. R. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. N 2. P. 324—328.

[3] Fowler A. B., Timp G. L., Wainer J. J., Webb R. A. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 57. N 1. P. 138—141.
[4] Azbel M. Ya. // Sol. St. Commun. 1983. V. 45. N 3. P. 527—536.
[5] Azbel M. Ya. // Phil. Mag. 1984. V. 50. N 3. P. 229—235.
[6] Лифшиц И. М., Кирпиченков В. Я. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 3(9). С. 989—1016.
[7] Xue W., Lee P. A. // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. N 6. P. 3913—3917.
[8] Kalmeyer V., Laughlin R. B. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 18. P. 9805—9808.
[9] Buttiker M., Imry Y., Landauer R., Pinhas S. // Phys. Rev. B. 1985. V. 31. N 10. P. 6207—6218.
[10] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. 752 с.
[11] Райх М. Э., Рузин И. М. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 6. С. 2257—2276.
[12] Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. 416 с.
[13] Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., 1966. 476 с.
[14] Шубин Ю. Н. // ФЭЧиАЯ. 1974. Т. 5. № 4. С. 1023—1074.

Государственный университет
им. Н. И. Лобачевского
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию
5 мая 1991 г.
В окончательной редакции
5 декабря 1991 г.