УДК 637.621

СВЯЗАННЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ В МАГНЕТИКАХ С БИКВАДРАТИЧНЫМ ОБМЕНОМ

Ю. Н. Мицай, А. Н. Майорова, Ю. А. Фридман

С использованием техники операторов Хаббарда получено дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн, справедливое при произвольных значениях константы анизотропии и произвольных температурах (вплоть до критической). Найдены спектры связанных магнитоупругих волн в окрестности точек ориентационных фазовых переходов для случаев сильного и слабого биквадратичного обмена.

В последнее время активно исследуются спектральные и термодинамические свойства магнетиков с более сложным, нежели гейзенберговский обмен, взаимодействием между магнитными ионами [1-5]. Этот интерес связан с синтезированием и экспериментальными исследованиями магнетиков, в которых температуры магнитного упорядочения достаточно низки. В таких магнетиках при величине спина магнитного иона $S \geqslant 1$ гейзенберговское взаимодействие может оказаться сравнимым или даже меньшим взаимодействия, описываемого инвариантами высшего порядка. Примерами таких веществ могут служить редкоземельные пниктиды [6], кубические интерметаллиды TmCd [7], TmZn [8] и т. п.

Хорошо известно, что чаще всего в негейзенберговских магнетиках носителями магнетизма являются редкоземельные ионы (Tm^{3+}, Ce^{2+}). Наличие незамороженного орбитального момента и спин-орбитальной связи приводит к большим величинам константы одноионной анизотропии (ОА), способной конкурировать в условиях относительно низких температур с величиной обменного взаимодействия. Эта особая роль ОА приводит к специфике спектральных свойств негейзенберговских магнетиков [2-5]. Однако практически не изучен вопрос о влиянии магнитоупругого (МУ) взаимодействия на спектральные свойства негейзенберговских магнетиков, хотя природа МУ связи и ОА практически одна и та же.

В данной работе изучены спектры связанных МУ волн ферромагнетика с ОА типа «легкая плоскость» и биквадратичным обменом. Адекватным математическим аппаратом, позволяющим построить дисперсионные уравнение связанных МУ волн, справедливое при произвольных значениях констант ОА и произвольных температурах (вплоть до критической), является техника операторов Хаббарда [9, 10], построенных на базисе собственных состояний одноузельного гамильтониана

$$\mathscr{H}_0 \equiv \sum_n \mathscr{H}_0(H, S_n^x, S_n^y, S_n^z) \equiv \sum_n \mathscr{H}_0(n).$$

Здесь S_n^i — спиновые операторы в узле n; H — внешнее магнитное поле в энергетических единицах. Гамильтониан МУ взаимодействия в простейшем случае можно представить в виде

$$\nu \sum_n S_n^i S_n^j u_{ij}(n),$$

где ν — константа МУ связи, $u_{ij}(n)$ — компоненты тензора деформации. Видно, что МУ гамильтониан (или его обобщения) имеет по спиновым операторам структуру, совпадающую с оператором ОА. Поэтому адекватным способом точного учета МУ взаимодействия является использование операторов Хаббарда.

В работе изучены спектры связанных МУ волн в окрестности ориентационных фазовых переходов (ОФП) из ферромагнитной фазы (ФМ) в квадрупольно-ферромагнитную (КФМ) и из квадрупольной (КУ) в КФМ, так как в окрестности ОФП МУ связь проявляется наиболее сильно. Спектры найдены для случаев слабого $(K(0) < J(0))$ и сильного $(K(0) > J(0))$ биквадратичного обмена.

1. Спектр МУ волн магнетика со слабым биквадратичным обменом

Рассмотрим ферромагнитный кристалл с биквадратичным обменом и ОА типа «легкая плоскость». Гамильтониан такого кристалла можно представить в виде

$$\begin{aligned}\mathscr{H} = -H \sum_n S_n^z + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^z)^2 - \frac{1}{2} \sum_{nn'} \{J(n-n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + K(n-n') (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2\} + \\ + \nu \sum_n S_n^i S_n^j u_{ij}(n) + \frac{1}{2} \int dr \{(\lambda - \eta)(u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + \\ + 2\eta (u_{xy}^2 + u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + 2\lambda (u_{xx}u_{yy} + u_{xx}u_{zz} + u_{yy}u_{zz})\}, \quad (1)\end{aligned}$$

где H — внешнее магнитное поле, параллельное оси OZ; $J(n-n')$, $K(n-n')$ — константы билинейного и биквадратичного обменов; $\beta > 0$ — константа ОА; λ, η — модули упругости. Далее для простоты вычислений будем рассматривать систему со спином $S=1$. Однако предлагаемая схема справедлива и для $S > 1$.

Первые три слагаемые в (1) описывают магнитную подсистему, четвертое — МУ—связь, а последнее — упругую подсистему, которую для простоты вычислений (не теряя общности) считаем изотропной.

Точный учет ОА и МУ взаимодействия, как отмечалось выше, удается провести, используя технику операторов Хаббарда. Эти операторы строятся на полном базисе одноионных состояний, определяемых одноионным гамильтонианом, включающим в себя эффекты самосогласованного поля. В общем случае, кроме молекулярного поля, связанного с упорядочением магнитного момента, в рассматриваемом магнетике возникают дополнительные молекулярные поля, определяемые квадрупольным моментом [2-4].

Выделяя в обменной части (1) среднее поле $\langle S^z \rangle$, связанное с упорядочением магнитного момента, и дополнительное поле q_2^p $(p=0.2)$, определяемое квадрупольным моментом, для одноузельного гамильтониана $\mathscr{H}_0(n)$ получаем

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_0(n) = -\bar{H} S_n^z - B_2^0 Q_{2n}^0 - B_2^2 Q_{2n}^2 + \frac{\nu}{4} \{(S_n^+)^2 (u_{xx} - u_{yy} - 2iu_{xy}) + 4u_{zz} (S_n^z)^2 + \\ + (u_{xx} + u_{yy}) S_n^+ S_n^- + 2u_z^- (S_n^z S_n^+ + S_n^+ S_n^z) + \text{э. с.}\}, \quad (2)\end{aligned}$$

где

$$\bar{H} = H + \left(J(0) - \frac{K(0)}{2}\right) \langle S^z \rangle,$$

$$Q_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - 2,\ \ Q_{2n}^2 = \frac{1}{2}[(S_n^+)^2 + (S_n^-)^2],$$

$$B_2^0 = \frac{1}{6}(K(0)q_2^0 - \beta),\ \ B_2^2 = \frac{K(0)}{2}q_2^2,$$

$$q_2^p = \langle Q_2^p \rangle,$$

$$u_z^\pm = u_{xz} \pm iu_{yz},\ \ S^\pm = S^x \pm iS^y.$$

Гамильтониан (2), выраженный через операторы Хаббарда, построенные на собственных функциях оператора $L = -\bar{H}S^z - B_2^0O_2^0 - B_2^2Q_2^2$, принимает вид

$$\mathscr{H}_0 = \sum_n \left\{ \sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P_\alpha X_n^\alpha \right\}, \tag{3}$$

где $H_n^M \equiv X_n^{MM}$ — диагональные операторы Хаббарда, M — номер собственного состояния оператора L ($M = -1, 0, 1$), α — соответствующие корневые векторы.

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (3), можно получить энергетические уровни магнитного иона с учетом МУ взаимодействия (в первом неисчезающем по ν приближении)

$$E_1 = \varepsilon_0 - 3B_2^0 + \frac{\nu}{2}(u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + 2u_{zz}^0) - \frac{\varkappa}{2},$$

$$E_0 = \varepsilon_0 + \nu(u_{xx}^0 + u_{yy}^0),$$

$$E_{-1} = \varepsilon_0 - 3B_2^0 + \frac{\nu}{2}(u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + 2u_{zz}^0) + \frac{\varkappa}{2}, \tag{4}$$

где

$$\varkappa^2 = 4\bar{H}^2 + (2B_2^2 - \nu(u_{xx}^0 - u_{yy}^0))^2 + 4\nu^2 u_{xy}^{0^2},$$

$$\varepsilon_0 = 2B_2^0 - \frac{2}{3}K(0) + \frac{\beta}{3} + \frac{1}{2}\left(J(0) - \frac{K(0)}{2}\right)\langle S^z \rangle^2 + \frac{K(0)}{12}(q_2^0)^2 + \frac{K(0)}{4}(q_2^2)^2.$$

Спонтанные деформации u_{ij}^0 определяются из условия минимума плотности свободной энергии

$$F = F_0 - T\ln z,$$

где F_0 — плотность упругой энергии системы,

$$z = \sum_{M=-1,0,1} \exp(-E_M/T)$$

— статическая сумма.

Видно что гамильтониан $\mathscr{H}_0$ (3) недиагонален в базисе собственных функций оператора L (отличными от нуля являются коэффициенты при операторах X_n^{1-1} и X_n^{-11}). Для диагонализации этого гамильтониана введем новые операторы Хаббарда

$$Y_n^{MM'} \equiv |\tilde{\psi}_n(M')\rangle\langle\tilde{\psi}_n(M)|\ (Y_n^{MM} \equiv Y_n^M),$$

построенные на собственных функциях $\tilde{\psi}(M)$ гамильтониана (3)

$$\tilde{\psi}_n(1) = \cos\vartheta_1\psi_n(1) + \sin\vartheta_1\psi_n(-1),$$

$$\tilde{\psi}_n(0) = |0\rangle,$$

$$\tilde{\psi}_n(-1) = -\sin\vartheta_1\psi_n(1) + \cos\vartheta_1\psi_n(-1), \tag{5}$$

где

$$\cos\vartheta_1=\frac{\nu}{2}\frac{(u^0_{xx}-u^0_{yy})\cos 2\vartheta}{\sqrt{\varkappa\left(\frac{\varkappa}{2}-\bar H\cos 2\vartheta+B_2^2\sin 2\vartheta+\frac{\nu}{2}(u^0_{xx}-u^0_{yy})\sin 2\vartheta\right)}},$$

$\psi(M)$ — собственные функции оператора L, $|M\rangle$ — собственные состояния оператора S^z,

$$\psi_n(1)=\cos\vartheta|1\rangle+\sin\vartheta|-1\rangle,$$
$$\psi_n(0)=|0\rangle,$$
$$\psi_n(-1)=\sin\vartheta|1\rangle+\cos\vartheta|-1\rangle,$$
$$\cos\vartheta=\left\{\frac{\sqrt{\bar H^2+(B_2^2)^2}+\bar H}{2\sqrt{\bar H^2+(B_2^2)^2}}\right\}^{1/2}.$$

Связь спиновых операторов с новыми операторами Хаббарда имеет вид

$$\begin{gathered}S_n^+=\sqrt{2}\,\{\sin\vartheta_2(Y_n^{01}-Y_n^{-10})+\cos\vartheta_2(Y_n^{0-1}+Y_n^{10})\},\\ S_n^z=\cos 2\vartheta_2(Y_n^{11}-Y_n^{-1-1})-\sin 2\vartheta_2(Y_n^{1-1}+Y_n^{-11}),\\ \vartheta_2=\vartheta+\vartheta_1,\quad S_n^-=(S_n^+)^+.\end{gathered}\tag{6}$$

Представляя компоненты тензора деформации в виде $u_{ij}=u^0_{ij}+u^{(1)}_{ij}$, где $u^{(1)}_{ij}$ — динамическая часть тензора деформации, описывающая колебания кристаллической решетки, и проквантовав динамическую часть $u^{(1)}_{ij}$ стандартным образом [11], из гамильтониана $\mathscr{H}_0$ получим гамильтониан, описывающий процессы трансформации магнона в фонон и обратно

$$\mathscr{H}_{\text{tr}}=\sum_n\left\{\sum_M P_M Y_n^M+\sum_\alpha P_\alpha Y_n^\alpha\right\},\tag{7}$$

где

$$P_{M(\alpha)}=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k,\lambda}(b_{k,\lambda}+b^+_{-k,\lambda})\,T_n^{M(\alpha)}(k,\lambda).$$

$b_{k,\lambda}$, $b^+_{-k,\lambda}$ — операторы рождения (уничтожения) фононов с поляризацией λ; $T_n^{M(\alpha)}(k,\lambda)$ — амплитуды трансформаций.

Для получения уравнения для функции Грина, полюса которой определяют спектр элементарных возбуждений

$$G^{\alpha\alpha'}(n,\tau;n',\tau')=-\langle\hat T\tilde Y_n^\alpha(\tau)\tilde Y_{n'}^{-\alpha'}(\tau')\rangle,\tag{8}$$

необходимо переписать обменную часть гамильтониана (1) в терминах операторов Y_n^α.

Дальнейшие вычисления будем проводить в приближении среднего поля, поэтому понадобится лишь «поперечная» часть обменного гамильтониана, которая равна

$$\mathscr{H}_{\text{int}}=-\frac{1}{2}\sum_{\substack{nn'\\ \alpha\beta}}\{\mathbf{C}(\alpha),\ \hat A_{nn'}\mathbf{C}(\beta)\}\,Y_n^\alpha Y_{n'}^\beta,\tag{9}$$

где восьмимерный вектор $\mathbf{C}(\alpha)$ имеет следующие компоненты:

$$\mathbf{C}(\alpha)=\{\gamma_1^{\parallel}(\alpha);\ \gamma_1^{\perp}(\alpha);\ \gamma_1^{*\perp}(-\alpha);\ \gamma_2^{\parallel}(\alpha);\ \gamma_2^{\perp}(\alpha);\ \gamma_2^{*\perp}(-\alpha);\ \gamma_3^{\perp}(\alpha);\ \gamma_3^{*\perp}(-\alpha)\},$$

а матрица $\hat A_{nn'}$ размерности 8×8 распадается на прямую сумму двух матриц

$$\hat A_{nn'}=\hat A^{(3)}_{nn'}\otimes\hat A^{(5)}_{nn'},$$

$$\hat{A}^{(3)}_{nn'}=\left[J(n-n')-\frac{1}{2}K(n-n')\right]\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1/2\\0&1/2&0\end{pmatrix},$$

$$\hat{A}^{(5)}_{nn'}=\frac{1}{2}K(n-n')\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1/2&0&0\\0&1/2&0&0&0\\0&0&0&0&1/2\\0&0&0&1/2&0\end{pmatrix}. \qquad (10)$$

Функции $\gamma^{\parallel(\perp)}(\alpha)$ определяются из связи спиновых и хаббардовских операторов

$$S^+_n=\sum_\alpha\gamma^\perp_1(\alpha)Y^\alpha_n,\quad S^-_n=(S^+_n)^+,\quad S^z_n=\sum_\alpha\gamma^\parallel_1(\alpha)Y^\alpha_n,$$

$$(S^+_n)^2=\sum_\alpha\gamma^\perp_2(\alpha)Y^\alpha_n,\quad (S^z_n)^2=\sum_\alpha\gamma^\parallel_2(\alpha)Y^\alpha_n,$$

$$S^z_nS^+_n+S^+_nS^z_n=\sum_\alpha\gamma^\perp_3(\alpha)Y^\alpha_n.$$

Включение биквадратичного взаимодействия формально свелось к увеличению размерности векторов $\mathbf{C}(\alpha)$ и матрицы $\hat{A}_{nn'}$ по сравнению со случаем гейзенберговской модели.

Уравнение Ларкина для функции Грина (8) имеет следующий вид:

$$G^{\alpha\alpha'}(k,\ \omega_n)=\Sigma^{\alpha\alpha'}(k,\ \omega_n)-\frac{1}{2}\Sigma^{\alpha\alpha_1}(k,\ \omega_n)\{\mathbf{C}(-\alpha_1),\ \hat{A}(k)\mathbf{C}(\alpha_2)\}G^{\alpha_2\alpha'}(k,\ \omega_n)+$$

$$+\Sigma^{\alpha\alpha'}(k,\ \omega_n)T^{-\alpha_1}(k,\ \lambda)D_\lambda(k,\ \omega_n)T^{\alpha_2}(-k,\ \lambda)G^{\alpha_2\alpha'}(k,\ \omega_n), \qquad (11)$$

где

$$D_\lambda(k,\ \omega_n)=\frac{2\omega_\lambda(k)}{\omega^2-\omega^2_\lambda(k)}$$

— функция Грина λ-поляризованного фонона с законом дисперсии $\omega_\lambda(k)=c_\lambda k$. Благодаря расщепленной зависимости уравнения (11) от индекса α его удается решить, и учитывая, что в приближении среднего поля неприводимая, по Ларкину, часть принимает форму

$$\Sigma^{\alpha\alpha'}(k,\ \omega_n)=\delta_{\alpha\alpha'}b(\alpha)G^\alpha_0(\omega_n),$$

$$b(\alpha)=\langle\boldsymbol{\alpha}\mathbf{Y}\rangle,$$

$$G^\alpha_0(\omega_n)=[i\omega_n+(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{E})]^{-1},$$

получаем дисперсионное уравнение связанных МУ волн

$$\det\|\delta_{ij}+G^\alpha_0b(\alpha)a_{ik}(\alpha)A_{kj}+$$

$$+B^0(k;\ \lambda,\ \lambda')T^{-\alpha}(k;\ \lambda)G^\alpha_0b(\alpha)T^\beta(-k;\ \lambda')G^\beta_0b(\beta)a_{ik}(\alpha,\ \beta)A_{kj}\|=0, \qquad (12)$$

где

$$B^0(k;\ \lambda,\ \lambda')=\frac{D_\lambda(k,\ \omega_n)}{1-Q_{\lambda\lambda'}D_\lambda(k,\ \omega_n)},$$

$$Q_{\lambda\lambda'}=T^\alpha(-k;\ \lambda')G^\alpha_0b(\alpha)T^{-\alpha}(k;\ \lambda),$$

$$a_{ik}(\alpha;\ \beta)=C_{ir}(\alpha)C_{rk}(-\beta),$$

$$a_{ik}(\alpha)=a_{ik}(\alpha;\ \alpha).$$

Проанализируем уравнение (12) для случая, когда волновой вектор $\mathbf{k} \parallel OY$. В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются e_l^y, e_τ^x, e_t^z, а дисперсионное уравнение (12) распадается на два уравнения, по отдельности определяющих спектры «продольных» и «поперечных» колебаний соответственно

$$\begin{vmatrix} 1+x_{11} & x_{15} & x_{16} \\ x_{51} & 1+x_{55} & x_{56} \\ x_{61} & x_{65} & 1+x_{66} \end{vmatrix} = 0, \tag{13}$$

$$\begin{vmatrix} 1+x_{22} & x_{23} & x_{27} & x_{28} \\ x_{32} & 1+x_{33} & x_{37} & x_{38} \\ x_{72} & x_{73} & 1+x_{77} & x_{78} \\ x_{82} & x_{83} & x_{87} & 1+x_{88} \end{vmatrix} = 0, \tag{14}$$

где

$$x_{ij} = G_0^\alpha b(\alpha) a_{ik}(\alpha) A_{kj} + B^0 T^{-\alpha}(k) G_0^\alpha b(\alpha) T^\beta(-k) G_0^\beta b(\beta) a_{ik}(\alpha;\ \beta) A_{kj}.$$

Уравнения (13), (14) описывают спектры элементарных возбуждений при произвольных значениях константы ОА и произвольных температурах (вплоть до критической).

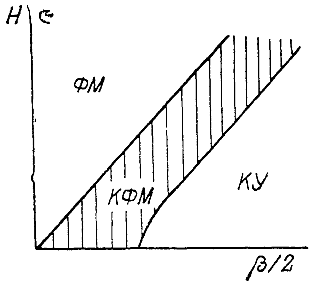

Рис. 1. Фазовая диаграмма легкоплоскостного магнетика с биквадратичным обменом в магнитном поле при $K(0) < J(0)$.

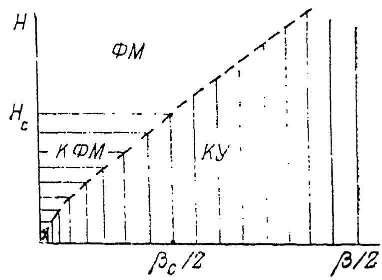

Рис. 2. Фазовая диаграмма легкоплоскостного ферромагнетика с биквадратичным обменом в магнитном поле при $K(0) > J(0)$.

Штриховая линия — линия фазового перехода 1-го рода, сплошная — линия фазового перехода 2-го рода.

Изучим подробно магнетик со слабым биквадратичным обменом $K(0) < J(0)$. Фазовая диаграмма H—β такого магнетика [4] приведена на рис. 1. Будем рассматривать низкотемпературный случай ($T \ll T_c$).

В таком приближении изучим спектры МУ волн в двух интервалах полей: $H \geqslant H_{c_2}$ и $H \leqslant H_{c_1}$, согласно фазовой диаграмме.

1) $H \geqslant H_{c_2}$. В этом интервале полей система находится в ФМ фазе, в которой параметры порядка таковы:

$$\langle S^z \rangle = 1,\ q_2^0 = 1,\ q_2^2 = 0\ (\cos\vartheta_2 = 1).$$

В этом случае низшим энергетическим уровнем, соответствующим основному состоянию, является уровень E_1.

Из уравнений (13), (14) находим две ветви возбуждений спиновой системы

$$\varepsilon_\parallel(k) = 2(J(0) - K(0)) + 2H + K(0) - K(k), \tag{15}$$

$$\varepsilon_\perp(k) = J(0) - J(k) + a_0 + H - \beta/2, \tag{16}$$

где

$$a_0=\nu^2/2\eta.$$

Ветвь (15) соответствует высокочастотным магнонным возбуждениям и с фононами не взаимодействует, а выражение (16) описывает спектр магнонов, взаимодействующих с t-поляризованными фононами. Спектр квазифононов определяется из уравнения (14) и имеет вид

$$\omega^2(k)=\omega_t^2(k)\frac{J(0)-J(k)+H-\beta/2}{J(0)-J(k)+a_0+H-\beta/2}.$$

При малых волновых векторах ($\mathbf{k}\to 0$) $J(k)=J(0)(1-R_0^2k^2)$, где R_0 — радиус взаимодействия гейзенберговского обмена. Тогда спектры квазимагнонов и квазифононов таковы:

$$\varepsilon(k)=\alpha k^2+H-H_{c_2}+a_0, \tag{17}$$

$$\omega^2(k)=\omega_t^2(k)\frac{\alpha k^2+H-H_{c_2}}{\alpha k^2+a_0+H-H_{c_2}}, \tag{18}$$

где $\alpha=R_0^2J(0)$, $H_{c_2}=\beta/2$ — поле ОФП из ФМ в КФМ фазу. Как видно из (18), в окрестности ОФП (при $\alpha k^2\ll a_0$) квазифононная ветвь размягчается

$$\omega^2(k)=\omega_t^2(k)\frac{\alpha k^2}{a_0},$$

а как следует из (17) (при $H=H_{c_2}$), в спектре квазимагнонов появляется МУ щель, равная a_0.

Отметим, что полученные результаты аналогичны результатам, полученным в работе [12], и, следовательно, наличие слабого биквадратичного обмена не влияет на спектры МУ волн в ФМ фазе.

2) Рассмотрим теперь интервал полей $0\leqslant H\leqslant H_{c_1}$. В этом случае происходит инверсия энергетических уровней и низшим уровнем магнитного иона является E_0. В этом интервале полей система находится в КУ фазе, параметры порядка в которой равны

$$\langle S^z\rangle=0,\ q_2^0=-2,\ q_2^2=0.$$

Уравнение (4) определяет спектры квазимагнонов и квазифононов в длинноволновом пределе ($\mathbf{k}\to 0$)

$$\varepsilon(k)=\sqrt{(\beta+4a_0)(\alpha k^2+\beta/4+a_0-J(0)+K(0))}-H, \tag{19}$$

$$\omega^2(k)=\omega_t^2(k)\frac{2(K(0)+\beta/2+2a_0)\alpha k^2+H_{c_1}^2-H^2}{2(K(0)+\beta/2+2a_0)(\alpha k^2+\tilde{a}_0)+H_{c_1}^2-H^2}, \tag{20}$$

где

$$\tilde{a}_0=a_0\left(1-4\frac{J(0)-\frac{K(0)}{2}}{\beta}\right),$$

$$H_{c_1}=\sqrt{\beta(\beta/4+a_0-J(0)+K(0))}$$

— поле ОФП из КУ в КФМ фазу.

Из (19) видно, что КУ фаза может быть реализована лишь при значениях константы ОА $\beta/2\geqslant 2(J(0)-K(0)-a_0)$. Из выражения (20) получаем, что в точке ОФП (и при $\alpha k^2\ll\tilde{a}_0$) спектр квазифононов размягчается и имеет вид

$$\omega^2(k)=\omega_t^2(k)\frac{\alpha k^2}{\tilde{a}_0},$$

а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель, величина которой равна

$$a_0 \sqrt{1 - 4\frac{(J(0) - K(0))}{\beta} + 4\frac{a_0}{\beta}}\,.$$

Из приведенных выражений следует, что наличие биквадратичного обмена проявляется в КУ фазе. По сравнению с гейзенберговским магнетиком [12] в этой фазе величина параметра $\tilde{a}_0$ уменьшается на $K(0)a_0/2\beta$, величина МУ щели также уменьшается примерно на $2K(0)/\beta$, а величина критической константы ОА, при которой может реализоваться КУ фаза, уменьшается на $2a_0$ (по сравнению с негейзенберговским магнетиком без учета МУ связи [4]).

2. Спектр МУ волн магнетика с сильным биквадратичным обменом

Изучим спектры МУ волн негейзенберговского магнетика, описываемого гамильтонианом (1), в случае, когда константа биквадратичного обмена превосходит константу гейзенберговского обмена ($K(0) > J(0)$).

Фазовая H—β диаграмма такого магнетика [4] приведена на рис. 2. Как известно, фазовые переходы 1-го рода не сопровождаются размягчением какой-либо моды коллективных возбуждений. Размягчения соответствующих мод можно ожидать на линиях устойчивости фаз. Рассмотрим ОФП ФМ—КФМ фаза, на линии которого происходит размягчение моды коллективных возбуждений.

Используя описанный выше способ вычислений и оставляя прежнюю геометрию задачи ($\mathbf{k} \parallel OY$; e_t^z, e_l^y, e_τ^x), можно показать, что спектры коллективных возбуждений определяются дисперсионным уравнениями (13), (14).

В ФМ фазе в рассматриваемом случае низшим энергетическим уровнем является уровень E_1, а параметры порядка равны $\langle S^z\rangle = 1$, $q_2^0 = 1$, $q_2^2 = 0$, $\cos\vartheta_2 = 1$.

В этом случае уравнение (14) описывает высокочастотную ветвь коллективных колебаний спиновой системы

$$\varepsilon_\perp(k) = \alpha k^2 + a_0 + H - \beta/2,$$

которая практически не взаимодействует с фононами.

Уравнение (13) описывает спектры МУ волн, причем в данном случае с магнонами взаимодействуют τ-поляризованные фононы.

Спектр квазимагнонов в данном случае имеет вид (в длинноволновом пределе при $\mathbf{k} \to 0$)

$$\varepsilon_\parallel(k) = \gamma k^2 + 2H + 2(J(0) - k(0)), \tag{21}$$

где $\gamma = \tilde{R}_0^2 K(0)$, $\tilde{R}_0$ — радиус биквадратичного взаимодействия.

Спектр квазифононов имеет вид

$$\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k)\frac{\gamma k^2 + 2(H - H_c)}{\gamma k^2 + a_0 + 2(H - H_c)}, \tag{22}$$

где

$$H_c = K(0) - J(0) + a_0/2$$

— поле ОФП из ФМ в КФМ фазу.

Из (22) следует, что в точке ОФП (при $\gamma k^2 \ll a_0$) квазифононная мода размягчается

$$\omega^2(k) = \omega_\tau^2(k)\frac{\gamma k^2}{a_0},$$

а в спектре квазимагнонов (21) при $H=H_c$ появляется МУ щель, равная a_0.

Координаты точки пересечения линий фазовых переходов определяются из сравнения плотности свободной энергии в ФМ и КУ фазах и равны $H_c=K(0)-J(0)+a_0/2$, $\beta_c/2=(K(0)-J(0))/2+3a_0/2$.

Проведенное исследование показало, что МУ волны существуют и в фазах с тензорным параметром порядка при равной нулю средней намагниченности. При этом общая структура МУ спектров и их изменения вблизи ОФП принципиально не отличаются от спектров для систем с векторным параметром порядка.

Список литературы

[1] Нагаев Э. Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями. М.: Наука, 1988. 232 с.
[2] Вальков В. В., Мацулева Г. Н., Овчинников С. Г. // Препринт ИФ СО АН СССР. Красноярск, 1987. № 418Ф. 31 с.
[3] Вальков В. В., Мацулева Г. Н. // Препринт ИФ СО АН СССР. Красноярск, 1989. № 596. 53 с.
[4] Вальков В. В., Мацулева Г. Н. // Препринт ИФ СО АН СССР. Красноярск, 1990. № 645Ф. 54 с.
[5] Вальков В. В., Мацулева Г. Н., Овчинников С. Г. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 6. С. 60—68.
[6] Chen H. H. // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27. N 20. P. 1383—1385.
[7] Aleonard R., Morin P. // Phys. Rev. 1979. V. B19. N 8. P. 3868—3872.
[8] Morin P., Rouchy J., Schmitt D. // Phys. Rev. 1978. V. B17. N 9. P. 3684—3694.
[9] Зайцев Р. О. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. № 1. С. 207—215.
[10] Мацай Ю. Н., Фридман Ю. А. // ТМФ. 1989. Т. 81. № 2. С. 263—270.
[11] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976. 583 с.
[12] Мицай Ю. Н., Фридман Ю. А. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 8. С. 2316—2318.

Симферопольский государственный университет
им. М. В. Фрунзе

Поступило в Редакцию
4 июня 1991 г.