

УДК 538.918—405

© 1992

О НАСЫЩЕНИИ РЕЗОНАНСНОЙ ЛИНИИ В УСЛОВИЯХ ФОНОННОГО УЗКОГО ГОРЛА: УЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Б. И. Кочелав, А. Е. Соловьев

Изучено стационарное насыщение неоднородно- и однородно-уширенной резонансной линии в условиях фононного узкого горла. Передача энергии от фононной системы в термостат рассмотрена микроскопически на основе пространственной динамики фононов. Получены выражения для пространственно-неоднородного распределения неравновесных фононов и спиновой температуры в кристалле; найдена ширина «дыры», выжигаемой насыщением в неоднородно-уширенной линии.

Проблема насыщения однородно-уширенной резонансной линии была впервые рассмотрена в работах Блоха [1] и Блумбергена, Парсела, Паунда [2]. Дальнейшие исследования этого вопроса показали [3, 4], что существенную роль в насыщении однородно-уширенной линии играет диполь-дипольный резервуар спиновой системы (ДДР). Именно неравновесное состояние ДДР при насыщении крыла однородной линии в условиях фононного узкого горла приводит к возникновению лавинообразного роста фононов с частотами, сдвинутыми еще дальше на крыло линии [5, 6].

Насыщение неоднородно-уширенной линии, состоящей из отдельных спиновых пакетов, подробно рассматривалось в [7] методом неравновесного статистического оператора, где предполагалось, что фононная система находится в равновесии. В отличие от однородно-уширенной линии влияние ДДР в этом случае оказывается пренебрежимо малым. Влияние фононного узкого горла на насыщение неоднородно-уширенной линии было рассмотрено в [8].

Энергия насыщающего переменного поля поглощается спиновой системой, что ведет к повышению спиновой температуры. Поглощенная энергия в процессе парамагнитной релаксации передается затем резонансным фононам, которые переносят ее к стенкам кристалла, где избыток энергии передается термостату. Стационарное значение спиновой температуры определяется соотношением мощности накачки W и эффективным временем спиновой релаксации T_1' . Это время в условиях фононного узкого горла определяется скоростью переноса энергии к стенкам кристалла неравновесными фононами, вследствие чего особое значение приобретает характер распространения фононов [9].

Обычно в кинетических уравнениях передача энергии в термостат описывается феноменологически релаксационным членом с временем жизни фононов τ_{ph} , для которого полагают $\tau_{ph} \sim L/v$ (L — размер кристалла, v — скорость звука). Однако при сильном резонансном пленении распространение неравновесных фононов происходит, скорее, путем пространственной диффузии. При этом возникает пространственная неоднородность спиновой температуры и числа неравновесных фононов. Поэтому для описания насыщения резонансной линии в ус-

ловиях сильного пленения фононов необходимо учитывать их пространственное распределение; этой проблеме и посвящена данная работа. Поскольку насыщение однородно- и неоднородно-уширенной линии поглощения описывается разными динамическими переменными, мы рассмотрим оба случая по отдельности.

1. Насыщение неоднородной линии

Рассмотрим использованную в [7, 8] модель неоднородно-уширенной линии, которая состоит из отдельных спиновых пакетов. Кинетические уравнения работы [8] для обратной зеемановской температуры $\beta_x(\omega, \mathbf{r}, t)$ спинового пакета частоты ω и чисел заполнения фононов $n(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t)$, которые являются теперь локальными величинами, можно представить в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} X_\omega(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau} [(Z_\omega(\mathbf{r}, t) + 1) X_\omega(\mathbf{r}, t) - 1] - W_\omega X_\omega(\mathbf{r}, t).$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_q \nabla\right) Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau^*(\omega_q)} [(Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) + 1) X_{\omega_q}(\mathbf{r}, t) - 1]. \quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} X_\omega(\mathbf{r}, t) &= \beta_x(\omega, \mathbf{r}, t) / \beta_0, \\ Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) &= n(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) / n_q^0 - 1, \\ W_\omega &= W \varphi(\omega - \Omega), \end{aligned}$$

Ω — частота переменного поля; W — мощность накачки; β_0 — обратная температура термостата; $n(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t)$ и n_q^0 — соответственно неравновесные и равновесные числа заполнения фононов с волновым вектором \mathbf{q} ,

$$Z_\omega(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\rho(\omega)} \sum_{\mathbf{q}} Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) \delta(\omega - \omega_q),$$

$\rho(\omega)$ — плотность фононных состояний; $1/\tau = G^2 (2n_q^0 + 1) \rho(\omega_0)$ — обратное время спин-решеточной релаксации (G — константа спин-фононного взаимодействия); $1/\tau^*(\omega) = (1/\tau) b g(\omega)$ — обратное время жизни фононов частоты ω ; $b = (1/4) \omega_0^3 \beta_0^2 N / \rho(\omega_0) \Gamma$ — фактор фононного узкого горла; N — число спинов в образце; $\varphi(\omega)$ — форма линии спинового пакета; $g(\omega)$ — безразмерная форма неоднородной линии с шириной Γ . Заметим, что при слабом отклонении от равновесия система (1) переходит в известные кинетические уравнения линейной теории переноса неравновесных фононов.

Рассмотрим стационарные решения системы (1). Следуя [10], разобьем величину $Z(\mathbf{q}, \mathbf{r})$ на две части $Z_s(\mathbf{q}, \mathbf{r})$ и $Z_a(\mathbf{q}, \mathbf{r})$, четную и нечетную по \mathbf{q} . Они удовлетворяют уравнениям

$$\mathbf{v}_q \nabla Z_s(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = -\frac{1}{\tau^*(\omega_q)} Z_a(\mathbf{q}, \mathbf{r}) X_\omega(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{v}_q \nabla Z_a(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = -\frac{1}{\tau^*(\omega_q)} [(Z_s(\mathbf{q}, \mathbf{r}) + 1) X_\omega(\mathbf{r}) - 1].$$

Используя диффузионное приближение, можно перейти к уравнению для $Z_\omega(\mathbf{r})$, имеющему вид

$$\frac{1}{3} v^2 \tau^*(\omega)^2 \frac{1}{X_\omega(\mathbf{r})} \operatorname{div} \left[\frac{1}{X_\omega(\mathbf{r})} \operatorname{grad} Z_\omega(\mathbf{r}) \right] = \frac{1}{X_\omega(\mathbf{r})} [(Z_\omega(\mathbf{r}) + 1) X_\omega(\mathbf{r}) - 1].$$

Поскольку мы не рассматриваем спектральную диффузию, то кинетические уравнения записываются для каждого спинового пакета в отдельности; поэтому

далее опустим частотный индекс у переменных. Предположим также, что $X(\mathbf{r})$ и $Z(\mathbf{r})$ зависят только от одной координаты x (плоская геометрия), и введем новую переменную, являющуюся аналогом оптической толщины поглощающей среды [11]

$$u = \int_0^x X(x') dx', \quad -L \leq x \leq L. \quad (2)$$

Тогда в новых переменных системах (1) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} l_0^2 \frac{\partial^2}{\partial u^2} Z(u) &= \frac{1}{X(u)} [(Z(u) + 1) X(u) - 1], \\ \frac{1}{\tau} [(Z(u) + 1) X(u) - 1] + WX(u) &= 0, \\ l_0 &= \tau^* v. \end{aligned}$$

Решения этой системы легко могут быть найдены ($X(u)$, $Z(u)$ — четные функции)

$$\begin{aligned} Z(u) &= -\frac{3}{2} \frac{W\tau}{l_0^2} u^2 + C, \\ \frac{1}{X(u)} &= 1 + W\tau + Z(u). \end{aligned} \quad (3)$$

Предположим, что на границах кристалла имеет место отражение фононов с коэффициентом κ . Граничные условия запишем в виде [12]

$$Z(u) - \xi l_0 \frac{\partial}{\partial u} Z(u) = 0, \quad u = u_m,$$

где ξ — численный коэффициент порядка единицы при малом отражении и стремящийся к бесконечности при $\xi \rightarrow 1$. Следуя работе [13], можно записать для него выражение

$$\xi = a_1 + a_2(1 - \kappa), \quad a_1, a_2 \simeq 1.$$

Используя граничное условие, определим неизвестную константу в (3)

$$C = 3W\tau \left(\frac{1}{2} \frac{u_m^2}{l_0^2} + \xi \frac{u_m}{l_0} \right). \quad (4)$$

Зная $X(u)$, найдем обратное преобразование от u к x

$$x = \int_0^u \frac{du'}{X(u')} = (1 + W\tau + C)u - \frac{1}{2} \frac{W\tau}{l_0^2} u^3. \quad (5)$$

Предельное значение u_m находится из (5) при $x=L$

$$L = \left[1 + W\tau \left(1 + \frac{3}{2} \frac{u_m^2}{l_0^2} + 3\xi \frac{u_m}{l_0} \right) \right] u_m - \frac{1}{2} \frac{W\tau}{l_0^2} u_m^3. \quad (6)$$

Выражения (3)–(6) в принципе представляют собой решение задачи о пространственном распределении неравновесных фононов и спиновой температуры в параметрическом виде. В то же время уравнение (6) дает информацию о средней по образцу величине \bar{X} , которая измеряется в экспериментах по насыщению неоднородной линии. Действительно,

$$\frac{u_m}{l_0} = \frac{1}{l_0} \int_0^L X(x') dx' = \frac{L}{l_0} \left(\frac{1}{L} \int_0^L X(x') dx' \right) = \frac{L}{l_0} \bar{X}.$$

Уравнение (6) представим в виде

$$W\tau \left(\frac{L}{l_0} \right)^2 \bar{X}^3 + 3\xi W\tau \frac{L}{l_0} \bar{X}^2 + (1 + W\tau) \bar{X} - 1 = 0. \quad (7)$$

Полученное выражение полезно сравнить с соответствующим уравнением работы [8] для пространственно-однородной спиновой температуры, которое имеет вид

$$W\tau \frac{\tau_{ph}}{\tau^*} X^2 + (1 + W\tau) X - 1 = 0. \quad (8)$$

Из сравнения (7) и (8) видно, что τ_{ph} соответствует выражение

$$\tau_{ph} = 3\xi \frac{L}{v} + \frac{L^2}{v^2 \tau^*} \bar{X}. \quad (9)$$

Первое слагаемое в (9) представляет собой время баллистического пролета фононов, модифицированное с учетом отражений на границах кристалла; второе — время пространственной диффузии, причем эффективная длина свободного пробега фононов

$$l_{\text{eff}}^{-1} = l_0^{-1} \bar{X}$$

определяется средней спиновой температурой.

Рассмотрим решения уравнения (7) при различных мощностях накачки.

1) Слабая накачка $W\tau \ll 4l_0^2/27L^2$. В этом случае неравновесность является слабой, поэтому пространственное распределение близко к однородному. Решение уравнения (7) будет

$$\bar{X} \simeq 1 - W\tau \frac{L^2}{l_0^2} = 1 - Wt_x,$$

где $t_x = L^2/l_0^2\tau$ — время диффузионного выхода возбуждений из кристалла. Это совпадает с результатами линейной теории [14].

2) Промежуточная накачка $4l_0^2/27L^2 \ll W\tau \ll L/2l_0\xi^3$. В данном интервале мощностей $l_{\text{eff}} \ll L$ и фононы распространяются диффузионным путем. При этом имеется сильная пространственная неоднородность распределения спиновой температуры и фононных чисел заполнения с максимумом в центре кристалла. Из (3)—(5) следует, что

$$Z(x=0) \simeq \frac{3}{2} W\tau \frac{L^2}{l_0^2} \bar{X}.$$

$$Z(x=\pm L) \simeq 3W\tau \frac{L}{l_0} \xi \bar{X} \ll Z(x=0).$$

Решение уравнения (6) дает для \bar{X}

$$\bar{X} \simeq \frac{1}{(Wt_x)^{1/3}}.$$

Нелинейная зависимость спиновой температуры от мощности накачки обусловлена эффектом отрицательной обратной связи. Увеличение мощности накачки выравнивает заселенности спиновых уровней, уменьшая тем самым обратную спиновую температуру $X(\mathbf{r})$. Это ведет, согласно (9), к сокращению времени жизни фононов τ_{ph} , т. е. к увеличению скорости эффективной релаксации спиновой системы, что в свою очередь препятствует насыщению неоднородной линии.

3) Сильная накачка $W\tau \gg (L/l_0) \xi$. В этом случае $l_{\text{eff}} \gg L$, т. е. для фононов реализуется баллистический режим распространения. Пространственное распределение является поэтому практически однородным, а для \bar{X} из (7) можно получить

$$\bar{X} \sim 1/W\tau.$$

Уравнение (7) позволяет также получить информацию о ширине выжигаемой «дыры» в неоднородной линии. Согласно [7], мнимая часть комплексной восприимчивости определяется выражением

$$\chi''(\omega, \Omega) = \chi_0''(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{X}_{\omega'} \varphi(\omega - \omega'),$$

где $\chi_0''(\omega) = (\pi/2) \chi_0 \omega_0 g(\omega)$ — восприимчивость в отсутствие насыщения. Поскольку $\bar{X}_{\omega'}$ меняется с частотой гораздо медленнее, чем $\varphi(\omega - \omega')$ (что справедливо, конечно, лишь при $W\tau \gg 1$), то можно приближенно положить

$$\chi''(\omega, \Omega) \simeq \chi_0''(\omega) \bar{X}_{\omega}.$$

Ширина дыры находится, следовательно, из условия $\bar{X}_{\omega} = 1/2$. Взяв в качестве формы линии спинового пакета функцию Лоренца

$$\varphi(\omega - \omega') = \frac{1}{\pi} \frac{\Delta}{(\omega - \omega')^2 + \Delta^2},$$

можно получить из (7)

$$\delta_x = \sqrt{W\tau} \left(1 + \frac{3}{2} \xi \frac{L}{l_0} + \frac{1}{4} \frac{L^2}{l_0^2} \right)^{1/2},$$

где

$$\delta(\omega) = \left| \frac{\omega - \Omega}{\Delta} \right|.$$

Таким образом, рассмотрение пространственного распределения неравновесных фононов приводит к более детальному описанию насыщения неоднородной линии.

2. Насыщение однородной линии

Как уже отмечалось в начале статьи, в насыщении однородно-уширенной линии важную роль играет диполь-дипольный резервуар спиновой системы. В работах [5, 6] было показано, что отклонение ДДР от равновесия при сильной накачке может создать инверсную заселенность спиновых уровней на крыле резонансной линии; это приводит к возникновению лавины фононов соответствующих частот.

В настоящей задаче о пространственном распределении неравновесных фононов и спиновой температуры неравновесность ДДР при насыщении однородной линии качественно меняет ситуацию, рассмотренную в предыдущем разделе для неоднородно-уширенной линии, где ДДР находится в равновесном состоянии. Теперь спин-фононная система описывается обратными температурами зеемановского и диполь-дипольного резервуаров $\beta_x(\mathbf{r}, t)$ и $\beta_d(\mathbf{r}, t)$ спиновой системы, а также числом неравновесных фононов $n(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t)$. Кинетические уравнения для них, полученные в работе [15], представляют собой обобщение соответствующих уравнений для пространственно-однородных величин и могут быть записаны в виде

$$-\dot{X}(\mathbf{r}, t) = \frac{X(\mathbf{r}, t) - 1}{\tau} + \frac{1}{\tau} \int d\omega \varphi(\omega - \omega_0) Z_\omega(\mathbf{r}, t) \times \\ \times \left[X(\mathbf{r}, t) + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} Y(\mathbf{r}, t) \right] + W_\varphi(\Omega - \omega_0) \left[X(\mathbf{r}, t) + \frac{\Omega - \omega_0}{\omega_0} Y(\mathbf{r}, t) \right], \quad (10a)$$

$$-\dot{Y}(\mathbf{r}, t) = \frac{Y(\mathbf{r}, t) - 1}{\tau} \frac{\Delta^2}{\omega_d^2} + \frac{1}{\tau} \int d\omega \varphi(\omega - \omega_0) \frac{\omega_0(\omega - \omega_0)}{\omega_d^2} \times \\ \times Z_\omega(\mathbf{r}, t) \left[X(\mathbf{r}, t) + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} Y(\mathbf{r}, t) \right] + \\ + W_\varphi(\Omega - \omega_0) \frac{\omega_0(\Omega - \omega_0)}{\omega_d^2} \left[X(\mathbf{r}, t) + \frac{\Omega - \omega_0}{\omega_0} Y(\mathbf{r}, t) \right], \quad (10б)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_q \nabla \right) Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) = - \frac{1}{\tau^*(\omega_q)} \times \\ \times \left[(Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) + 1) \left(X(\mathbf{r}, t) + \frac{\omega_q - \omega_0}{\omega_0} Y(\mathbf{r}, t) \right) - 1 \right]. \quad (10в)$$

Здесь

$$X(\mathbf{r}, t) = \beta_x(\mathbf{r}, t)/\beta_0, \\ Y(\mathbf{r}, t) = \beta_d(\mathbf{r}, t)/\beta_0, \\ Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t) = n(\mathbf{q}, \mathbf{r}, t)/n_q^0 - 1,$$

$\varphi(\omega - \omega_0)$ — функция формы ненасыщенной однородной линии, $1/\tau^*(\omega) = (1/\tau) b \Delta \varphi(\omega - \omega_0)$, Δ^2 — второй момент $\varphi(\omega - \omega_0)$, ω_d^2 — квадрат амплитуды среднего локального поля.

Мы будем искать стационарные решения системы (10) и используем приближение бесконечной накачки $W_\tau \rightarrow \infty$. Тогда для обратных спиновых температур можно найти, что

$$X(\mathbf{r}, t) + \frac{\Omega - \omega_0}{\omega_0} Y(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (11)$$

Исключая из уравнений (10a)—(10б) слагаемые, содержащие накачку, и используя (11), получим

$$\frac{1}{Y(\mathbf{r})} = \frac{(\Omega - \omega_0)^2 + \Delta^2 + \int d\omega Z_\omega(\mathbf{r}) (\omega - \Omega)^2 \varphi(\omega - \omega_0)}{\Delta^2 - \omega_0(\Omega - \omega_0)}. \quad (12)$$

Уравнение (10в) в свою очередь преобразуется к

$$\mathbf{v}_q \nabla Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = - \frac{1}{\tau_q^*} \left((Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}) + 1) \frac{\omega_q - \Omega}{\omega_0} Y(\mathbf{r}) - 1 \right). \quad (10в')$$

Величина

$$n(\omega, \mathbf{r}) = \frac{\omega - \Omega}{\omega_0} Y(\mathbf{r})$$

представляет собой эффективную разность заселенностей спиновых уровней на частоте ω . Поскольку в наших условиях $Y(\mathbf{r}) < 0$, то при $\omega > \Omega$ эта величина становится отрицательной, а проекция градиента $Z(\mathbf{q}, \mathbf{r})$ на направление скорости \mathbf{v}_q фононов положительной, как это видно из (10в'). Кроме того, при $Z(\mathbf{q}, \mathbf{r}) \gg 1$ градиент числа неравновесных фононов пропорционален $Z(\mathbf{q}, \mathbf{r})$. Это означает, что в процессе распространения неравновесных фононов в кристалле будет происходить нелинейное увеличение их числа, напоминающее некий сорт фоновой лавины, которая развивается не во времени, а в пространстве.

Для описания этого процесса перейдем, как и в предыдущем разделе, от уравнения (10в') к уравнению для числа фононов частоты ω

$$\frac{1}{\frac{\omega - \Omega}{\omega_0} Y(\mathbf{r})} (\tau^*(\omega) v)^2 \operatorname{div} \left(\frac{1}{\frac{\omega - \Omega}{\omega_0} Y(\mathbf{r})} \operatorname{grad} Z_\omega(\mathbf{r}) \right) = Z_\omega(\mathbf{r}) - \frac{1}{\frac{\omega - \Omega}{\omega_0} Y(\mathbf{r})}. \quad (13)$$

Мы ограничимся одномерным случаем и вновь совершим переход к новой переменной

$$u = \int_0^x |Y(x')| dx', \quad -L \leq x \leq L.$$

Уравнение (13) станет

$$l^2(\omega) \frac{\partial^2}{\partial u^2} Z_\omega(u) = Z_\omega(u) + 1 + \frac{T(u)}{\frac{\omega - \Omega}{\omega_0}}, \quad (14)$$

$$T(u) = \frac{1}{|Y(u)|},$$

$$l(\omega) = v\tau^*(\omega) \frac{\omega_0}{\omega - \Omega}.$$

Если использовать граничное условие

$$Z_\omega(u) - \frac{1+z}{1-z} l(\omega) \frac{\partial}{\partial u} Z_\omega(u) = 0 \Big|_{u=u_m},$$

которое соответствует отражению фононов на границах кристалла с коэффициентом z , то решение уравнения (14) будет

$$Z_\omega(u) = A_\omega(u) + \frac{1}{l(\omega)} \int_{-u_m}^{u_m} W_\omega(u-u') T(u') du', \quad (15)$$

где

$$A_\omega(u) = \frac{1-z}{1-z \exp(2u_m/l(\omega))} e^{u_m/l(\omega)} \operatorname{ch} \frac{u}{l(\omega)} - 1,$$

$$W_\omega(u) = \frac{\omega_0}{\omega - \Omega} \left\{ \frac{\operatorname{ch}(u/l(\omega))}{1-z \exp(2u_m/l(\omega))} - \frac{1}{2} e^{-|u|/l(\omega)} \right\}.$$

Подстановка этого решения в (12) дает

$$T(u) = \frac{1}{\omega_0(\Omega - \omega_0) - \Delta^2} \left((\Omega - \omega_0)^2 + \Delta^2 + A(u) + \int_{-u_m}^{u_m} du' W(u-u') T(u') \right). \quad (16)$$

Таким образом, мы приходим к линейному интегральному уравнению для величины $T(u)$. Из решения этого уравнения можно найти обратное преобразование от u к x

$$x = \int_0^u T(u') du', \quad -u_m \leq u \leq u_m. \quad (17)$$

Наконец, параметр u_m находится из (17) при $x=L$

$$L = \int_0^{u_m} T(u) du. \quad (18)$$

Уравнения (16)—(18) дают в параметрическом виде пространственное распределение спиновой температуры в кристалле. В свою очередь уравнение (15) позволяет найти пространственное распределение неравновесных фононов частоты ω .

Численное решение уравнений (15)—(18) с помощью пространственных Фурье-преобразований привело к результатам, качественно согласующимся с результатами приближенного аналитического решения работы [15]. Расчеты проводились для образца, имеющего форму тонкого стержня, на боковой поверхности которого выполняются условия полного внутреннего отражения. Поэтому неравновесными считаются только те фононы, волновые векторы которых образуют с осью стержня угол меньше критического; остальные фононы после нескольких актов рассеяния уходят через боковую поверхность в термо-

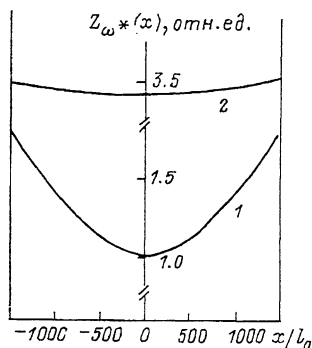


Рис. 1. Распределение неравновесных фононов в тонком стержне при насыщении крыла однородной линии.

$\omega_0/\Delta=100$, $|\omega_0-\Omega|/\Delta=1$, $\Omega_0/4\pi=0.001$, $L/l_0=1500$. Δ^2 — второй момент однородной линии, $l_0=v\tau^*(\omega_0)$, 1 — коэффициент отражения $x=0.5$, 2 — 0.1 .

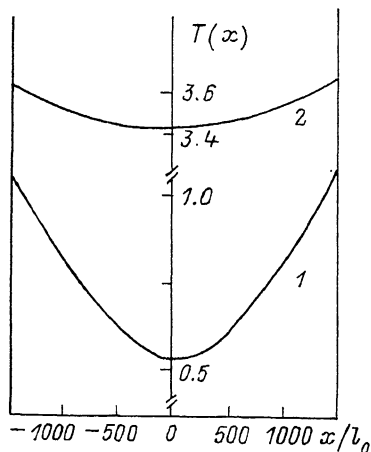


Рис. 2. Распределение спиновой температуры в стержне.

Параметры те же, что и на рис. 1.

стат. Этот факт может быть отражен введением дополнительного множителя $\Omega_0/4\pi$ перед интегральным слагаемым в уравнении (12), где Ω_0 — телесный угол, внутри которого лежат волновые векторы неравновесных фононов. Как можно видеть из (15), частотное распределение горячих фононов имеет острый пик на частоте ω^* , соответствующей максимуму функции $l^{-1}(\omega) \sim (\omega - \Omega) \times \varphi(\omega - \omega_0)$. Число фононов в этом пике возрастает нелинейно по мере их распространения вдоль стержня. В результате имеется сильно неоднородное распределение числа неравновесных фононов в кристалле с минимумом в центре (рис. 1). В соответствии с уравнением (12) будет также существовать неоднородное распределение спиновой температуры (рис. 2).

Эти распределения являются как бы инвертированными по отношению к соответствующим распределениям для неоднородно-уширенной линии, где наибольшее число неравновесных фононов находится в центре кристалла. Отражение фононов на торцах стержня стремится сгладить это неоднородное распределение (рис. 2), поскольку степень неоднородности можно оценить как

$$\frac{Z_{\omega}(x=L)}{Z_{\omega}(x=0)} < \frac{1}{x}.$$

Поэтому экспериментальное наблюдение эффектов возможно только при достаточно малых коэффициентах отражения κ . Этого можно добиться соответствующей обработкой поверхности образца, поскольку, как указывалось в [16], для шероховатой поверхности твердого тела в контакте с жидким гелием коэффициент прохождения тепловых фононов близок к единице.

Список литературы

- [1] Bloch F. // *Phys. Rev.* 1946. V. 70. N 7—8. P. 460—474.
- [2] Bloembergen N., Purcell E. M., Pound R. V. // *Phys. Rev.* 1948. V. 73. N 7. P. 679—712.
- [3] Redfield A. // *Phys. Rev.* 1955. V. 98. N 6. P. 1787—1808.
- [4] Провоторов Б. Н. // *ЖЭТФ.* 1961. Т. 41. № 5. С. 1582—1591.
- [5] Альтшулер С. А., Валишев Р. М., Кочелаев Б. И., Хасанов А. Х. // *ЖЭТФ.* 1972. Т. 62. № 12. С. 639—651.
- [6] Гринберг Е. С., Деминев Р. Г., Кочелаев Б. И. // *ЖЭТФ.* 1978. Т. 20. № 12. С. 3638—3644.
- [7] Буишвили Л. Л., Звиададзе М. Д., Хуцишвили Г. Р. // *ЖЭТФ.* 1969. Т. 56. № 1. С. 290—298.
- [8] Гринберг Е. С. // *Изв. вузов, физика.* 1978. № 8. С. 70—75.
- [9] Giordmaine J. A., Nash F. R. // *Phys. Rev.* 1965. V. 138. N 5A. P. 1510—1523.
- [10] Левинсон И. Б. // *ЖЭТФ.* 1978. Т. 75. № 1. С. 234—247.
- [11] Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел. М.: Наука, 1969. 472 с.
- [12] Kazakovtsev D. V., Levinson Y. B. // *J. Low Temp. Phys.* 1981. V. 45. N 1/2. P. 49—66.
- [13] Левинсон И. Б. // *ЖЭТФ.* 1977. Т. 73. № 1. С. 318—331.
- [14] Малышев В. А., Шехтман В. Л. // *ФТТ.* 1984. Т. 26, № 4. С. 1016—1026.
- [15] Чистяков Д. В. // *ФТТ.* 1990. Т. 32. № 11. С. 3322—3329.
- [16] Anderson C. H., Sabisky E. S. // *Physical Acoustics.* V. 8 / Ed. W. P. Mason, R. N. Thurston. N. Y.; London: Academic Press, 1972. P. 1.

Казанский государственный университет
им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в Редакцию
15 марта 1991 г.