

УДК 621.315.592

© 1991

## ОБ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ «САМОРАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ» ЗАГЛУБЛЕННОГО РАСПЛАВА

*C. Ю. Карпов*

Предложена модель самораспространяющегося заглубленного расплава, возникающего при плавлении аморфных полупроводников напосекундными лазерными импульсами. Рассмотрены необходимые условия его существования. Показано, что скорость распространения заглубленного расплава ограничена сверху значением 14–16 м/с. Продемонстрирована связь характеристик расплава (скорость распространения, толщина) с кинетическими коэффициентами плавления и кристаллизации материала. Рассмотрена устойчивость заглубленного расплава.

Как правило, превращение аморфной фазы в жидкую не является фазовым переходом: образование жидкости происходит в результате значительного (иногда на несколько порядков) уменьшения вязкости вещества [1]. По-видимому, качественно иное поведение наблюдается в случае полупроводников IV группы (кремний, германий) и соединений  $A^3B^5$ . У этих материалов аморфная и жидкая фазы существенно различаются не только по своей структуре, но и по типу химической связи (ковалентная — у аморфного вещества, металлическая — у жидкости). Последние экспериментальные данные, полученные с использованием наносекундного лазерного нагрева<sup>1</sup> [3–8], показали, что превращение аморфной фазы в жидкую в этом случае имеет явные признаки фазового перехода первого рода.

Это достаточно ярко проявилось в эксперименте: при облучении лазерными импульсами аморфных ионно-имплантированных слоев кремния наблюдалось образование так называемого заглубленного расплава (*buried layer*), отдаленного от поверхности слоем закристаллизовавшегося материала и распространяющегося в глубь полупроводника со скоростью  $\sim 8\text{--}15$  м/с [3, 6–9]. Физическая интерпретация этого эффекта достаточно прозрачна. На переднем фронте при температуре  $\sim T_{al}$  аморфный материал плавится, одновременно поглощая скрытую теплоту  $H_{al}$ . На заднем фронте происходит кристаллизация полупроводника из расплава при температуре  $\sim T_{el} > T_{al}$ . Кристаллизация сопровождается выделением скрытой теплоты  $H_{el} > H_{al}$ . Если избыток выделяющегося тепла  $\delta H = H_{el} - H_{al}$  компенсирует теплоотток от расплавленного слоя, то создаются условия для самоподдерживающегося распространения расплава в глубь материала. Такая интерпретация согласуется не только с данными о проводимости образца и коэффициенте отражения света, зондирующего его поверхность непосредственно в процессе импульсного нагрева [6–9], но и с результатами исследования сегрегации внедренной при имплантации примеси после лазерного воздействия [3, 10].

Имеющаяся качественная картина в целом соответствует природе заглубленного расплава, однако ряд вопросов в ее рамках все же не удается

<sup>1</sup> Использование наносекундного лазерного нагрева позволило исключить в эксперименте твердофазную кристаллизацию аморфного полупроводника, предшествующую образованию жидкой фазы уже на временах  $\sim 10^{-6}$  с [2].

выяснить. Это в первую очередь касается температурного режима, обеспечивающего возникновение и распространение расплава в глубь полупроводника, влияния на него теплофизических характеристик материала, роли кинетических факторов, стабильности заглубленного расплава. Проведенное в ряде работ численное моделирование динамики плавления аморфного кремния (см., например, [11-13]) было направлено в первую очередь на проверку возможности образования заглубленного расплава; исследование закономерностей его существования в этих работах не проводилось. С другой стороны, необходимость более детального изучения этого эффекта была дополнительно подчеркнута результатами работ [14, 15], в которых сообщалось о наблюдении заглубленного расплава, продвигающегося в глубь полупроводника с аномально низкой скоростью  $\sim 1-2$  м/с (см. раздел 3).

В данной работе предложена аналитическая модель заглубленного расплава, позволяющая установить необходимые условия его существования. Ряд следствий, вытекающих из этой модели, проверяется путем сравнения с экспериментальными данными. Показано, что использование данной модели позволяет получить информацию о кинетических коэффициентах, связывающих перегрев (переохлаждение) фронта плавления (криSTALLизации) со скоростью его распространения.

### 1. Модель самораспространяющегося заглубленного расплава

При анализе заглубленного расплава примем ряд упрощающих предположений. Во-первых, будем считать, что аморфный материал заполняет неограниченное пространство, а не слой конечной толщины, как это обычно бывает в эксперименте. Во-вторых, исключим возможность подвода

энергии извне (например, за счет облучения полупроводника лазерным импульсом или дополнительного нагрева). Тем самым мы ограничимся структурами, существующими только за счет внутренней генерации тепла.

Рассмотрим плоский слой расплавленного материала толщиной  $d$ , распространяющийся со скоростью  $v$  в глубь полупроводника (рис. 1). На переднем фронте ( $x=d$ ) происходит плавление аморфного материала, на заднем ( $x=0$ ) — кристаллизация полупроводника из расплава. Согласно экспериментальным данным [7, 10], на заднем фронте заглубленного рас-

плава образуется поликристаллический материал. Его термодинамические и теплофизические характеристики в дальнейшем будем считать близкими к характеристикам монокристалла.

В системе координат, связанной с движущимся слоем расплава, распределение температуры описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_v \nabla^2 T + v \frac{\partial T}{\partial x}; \quad v = a, l, c, \quad (1)$$

где  $D_v = \kappa_v / c_v \rho_v$  — коэффициент температуропроводности;  $\kappa_v$  — теплопроводность;  $\rho_v$  — плотность;  $c_v$  — удельная теплоемкость  $v$ -й фазы (в (1) мы пренебрегаем температурной зависимостью этих величин). При  $x \rightarrow \infty$  температура стремится к величине  $T_1$ , соответствующей исходной температуре аморфного материала; на границах  $x=0$  и  $x=d$  температурное поле непрерывно

$$T|_{x \rightarrow \infty} = T_1, \quad T|_{x=0} = T|_{x=-0}, \quad T|_{x=d+0} = T|_{x=d-0}. \quad (2a)$$

Условиями, учитывающими поглощение тепла на фронте плавления и выделение тепла на фронте кристаллизации, являются

$$-D_a \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=d+0} + D_l \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=d-0} = -v \frac{H_{al}}{c_l^p}, \quad (26)$$

$$-D_l \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=+0} + D_c \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = +v \frac{H_{cl}}{c_c^p}, \quad (2b)$$

где  $H_{al}$ ,  $H_{cl}$  — соответственно теплота плавления аморфного и кристаллического материалов.

Будем искать одномерное стационарное решение уравнения (1). Графическим условиям (2) удовлетворяет распределение температуры

$$T(x) = \begin{cases} T_1 + (T_f - T_1) \exp[-\gamma_a(x-d)], & x \geq d, \\ T_1 - T_a + T_c \exp(-\gamma_l x), & 0 \leq x \leq d, \\ T_2, & x \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\gamma_a = vD_a$ ,  $T_c = H_{cl}/c_c^p$ ,  $T_a = H_{al}/c_l^p$ ,  $T_f = T_1 - T_a + T_c \exp(-\gamma_l d)$  — температура фронта плавления,  $T_2 = T_1 + (T_c - T_a)$  — температура фронта кристаллизации. Два из трех свободных параметров  $d$ ,  $v$  и  $T_1$  можно определить, используя связь скорости движения фронта плавления (кристаллизации) с его перегревом (переохлаждением)

$$v = \beta_l (T_f - T_{al}) = \beta_c (T_{cl} - T_2), \quad (4)$$

где  $T_{al}$ ,  $T_{cl}$  — соответственно температуры плавления аморфного и кристаллического материала;  $\beta_l$  и  $\beta_c$  — кинетические коэффициенты. Стого говоря, зависимость скорости движения фронта фазового превращения от перегрева (переохлаждения) является нелинейной [16]. Однако в узком температурном интервале, в котором, как мы увидим далее, существует заглубленный расплав, эта зависимость может быть линеаризована. Условие (4) совместно с (3) дает

$$v = \beta_c [T_{cl} - T_1 - (T_c - T_a)], \quad (5a)$$

$$d = \gamma_l^{-1} \ln \frac{T_c}{T_{al} + T_a - T_1 + v/\beta_l}. \quad (5b)$$

Из (3) и (5) видно, что исходная температура аморфного материала  $T_1$  полностью определяет свойства заглубленного расплава: толщину, скорость движения, температурное поле.

Выражения (5b) можно упростить, считая, что  $\gamma_l d \ll 1$ . В этом случае  $\gamma_l d \approx (T_2 - T_f)/T_c < (T_{cl} - T_{al})/T_c$ . Пользуясь условиями (4), легко получить связь между скоростью движения заглубленного расплава и его толщиной

$$v = \frac{v_{\max}}{1 + d/d_0}, \quad v_{\max} = \beta (T_{cl} - T_{al}), \quad d_0 = D_l / \beta T_c, \quad (6)$$

а  $\beta = \beta_l \beta_c / (\beta_l + \beta_c)$  представляет собой эффективный кинетический коэффициент. Для кремния величина  $(T_{cl} - T_{al})/T_c$  составляет  $\sim 0.14$ , поэтому условие  $\gamma_l d \ll 1$  достаточно хорошо выполняется.

## 2. Условия существования и устойчивость заглубленного расплава

Очевидными условиями существования заглубленного расплава являются  $T_f > T_{al}$  и  $T_2 < T_{cl}$ . Согласно (4), второе из этих условий удовлетворяется автоматически, если выполнено первое. Кроме того, чтобы тепло, выделяющееся на фронте кристаллизации, переносилось к фронту плавления, необходимо потребовать выполнения соотношения  $T_2 > T_f$ . Попытка

следнее условие приводит к двум важным следствиям. Во-первых, из (4) видно, что температура фронта плавления в этом случае должна быть ограничена сверху температурой

$$T_f^* = T_{al} + \frac{\beta_c}{\beta_c + \beta_l} (T_{cl} - T_{al}). \quad (7)$$

Иными словами, температура фронта плавления может изменяться в интервале температур  $T_{al} \leqslant T_f \leqslant T_f^*$ , заметно меньшем, чем интервал существования жидкой фазы, переохлажденной относительно точки плавления кристалла  $T_{al} \leqslant T \leqslant T_{cl}$ . Во-вторых, условие  $T_2 > T_f$  означает, что скорость движения загубленного расплава не может превышать максимально возможного значения  $v_{max}$ , определяемого выражением (6). Как будет видно далее (раздел 3), величина  $v_{max}$  непосредственно определяется из эксперимента.

Рассмотрим теперь слой аморфного полупроводника конечной толщины  $d_a$ . В первом приближении будем считать, что распространение загубленного расплава в этом случае подчиняется тем же закономерностям, что и в неограниченном материале. Тогда толщина загубленного расплава  $d$  не должна превышать величину  $d_a$ . Это условие приводит к более жесткому ограничению температуры фронта плавления снизу, чем это следует из очевидного условия  $T_f > T_{al}$ . При  $\gamma_l d \ll 1$  интервал допустимых значений  $T_f$  в этом случае можно выразить в аналитическом виде

$$\frac{T_f^* + T_{al} (d_a/d_0)}{1 + (d_a/d_0)} \leqslant T_f \leqslant T_f^*, \quad (8)$$

где толщина  $d_0$  определена выражением (6), а температура  $T_f^*$  введена выше. Из (8) следует, что в случае  $d_a \gg d_0$  нижняя граница температуры фронта плавления стремится к температуре плавления аморфного материала  $T_{al}$ ; при  $d_a \leqslant d_0$  нижняя граница смещается к  $T_f^*$ . Последнее обстоятельство приводит к тому, что скорость движения загубленного расплава становится ограниченной снизу значением  $v_{min} = v_{max}/(1 + d_a/d_0)$ .

Распределение температуры (3), описывающее загубленный расплав, представляет собой одномерное стационарное решение уравнения теплопроводности (1). Анализ устойчивости полученного решения, приведенный в Приложении, показал, что загубленный расплав неустойчив относительно длиноволновых флуктуаций профиля границ раздела фаз, таких, что

$$q^2 A_c < \frac{\gamma_a \gamma_c}{\gamma_a - \gamma_c} (T_c - T_a), \quad (9)$$

где

$$A_c = \frac{M}{\rho_c} \frac{\alpha_{el} T_{cl}}{H_{el}},$$

$M$  — атомный (молекулярный) вес полупроводника,  $\alpha_{el}$  — коэффициент поверхностного натяжения границы жидкость—кристалл;  $q$  — волновой вектор, связанный с флуктуацией. Оценка максимального декремента нарастания флуктуации показывает (см. Приложение), что он ограничен сверху величиной

$$\xi_{max} = \frac{\Omega}{1 + (2\Omega/\omega_1)}, \quad \Omega = \frac{\gamma_a \gamma_c}{\gamma - \gamma_c} \beta_c (T_c - T_a), \quad \omega_1 = \frac{v^2}{\beta_c A_c}, \quad (10)$$

где коэффициент

$$a = \frac{\gamma_l - (\gamma_a - \gamma_c)}{\gamma_a \gamma_c} \frac{T_c}{T_a + T_c} \sim 1.$$

Для кремния  $A_c \sim 10^{-6}$  см·К,  $T_c - T_a \approx 500$  К,  $\beta_c \approx 7$  см/с·К,  $\gamma_l \sim \gamma_c \sim \sim 10^{-4}$  см<sup>-1</sup>  $\ll \gamma_a$ . Подставляя эти значения в (10), получаем  $\xi_{max} \sim 3 \times 10^7$  с<sup>-1</sup>, т. е. флуктуация развивается за время, не меньшее, чем  $\sim 30$  нс.

### 3. Сравнение с экспериментальными данными

Имеющиеся к настоящему времени работы по изучению заглубленного расплава выполнены исключительно на аморфных ионно-имплантированных слоях кремния. В табл. 1 приведены основные параметры жидкой, аморфной и кристаллической фаз кремния, а также известные из литературы характеристики фазовых превращений.

Таблица 1

Теплофизические параметры жидкой, аморфной и кристаллической фаз кремния и характеристики фазовых превращений

Фаза	Теплофизические параметры фаз				Характеристики фазовых переходов			
	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\kappa$ , Вт/см · К	$c_p$ , Дж/г · К	$D$ , см <sup>2</sup> /с	Переход	$T$ , К	$H$ , Дж/г	$H/c_p$ , К
<i>c</i> -Si	2.287	0.30	0.99	0.133	$c \rightarrow l$	1685	1800	1820
<i>l</i> -Si	2.553	0.50	0.99	0.198	$a \rightarrow l$	1445	1320	1330
<i>a</i> -Si	2.20	0.05	1.14	0.02	$a \rightarrow c$	$\approx 2500$	420	425

Из имеющихся работ можно выделить две наиболее важные группы. В первой (см., например, [5, 6, 17]) в процессе лазерного воздействия на полупроводник регистрируется проводимость образца и по ее изменению восстанавливается толщина расплавленного слоя. В отсутствие жидкой фазы на поверхности эта величина прямо характеризует толщину заглубленного расплава. Во второй группе [7–10, 15, 18, 19] измеряется коэффициент отражения света, зондирующего поверхность полупроводника в процессе его облучения, и по наблюдаемым осцилляциям отражения определяется скорость продвижения заглубленного расплава в глубь образца. Как видно, объединение этих экспериментов позволило бы выявить связь толщины заглубленного расплава со скоростью его движения. Однако такая работа до сих пор не проведена; поэтому в дальнейшем мы ограничимся анализом данных о скорости заглубленного расплава, непосредственно связанных с кинетикой фазовых превращений.

На рис. 2 представлены значения скорости движения заглубленного расплава, полученные в результате обработки экспериментальных данных работ [7, 8]. В качестве образцов в этих работах использовались слои кремния, имплантированные таким образом, чтобы создать равномерное по глубине распределение примеси. Толщина аморфизированного слоя на разных образцах составляла 410 и 440 нм. Образцы облучались импульсами эксимерного лазера ( $\lambda=248$  нм,  $\tau=45$  нс на полувысоте); в процессе облучения регистрировались временные зависимости коэффициента отражения зондирующего света ( $\lambda=1152$  нм). Образование заглубленного расплава идентифицировалось по наличию осцилляций коэффициента отражения, связанных с интерференцией света, рассеянного поверхностью образца и границей жидкой фазы. При обработке экспериментальных данных измерялись временные интервалы между последовательными максимумами и минимумами коэффициента отражения. Средняя скорость движения расплава на этих интервалах определялась как отношение длины пройденного пути (72 нм) к длительности интервала. По оси абсцисс на рис. 2 отложена полная длина пути  $L$ , пройденная заглубленным расплавом к моменту времени, в который определялась ск

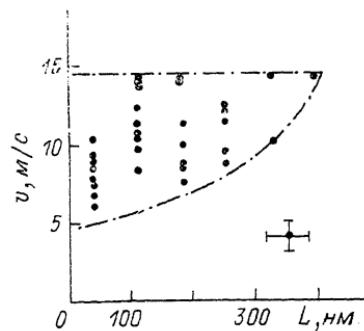


Рис. 2. Зависимость скорости движения заглубленного расплава  $v$  от его глубины пробега  $L$  в аморфном кремнии.

рость его движения (середина соответствующего временного интервала). Следует отметить, что на первом интервале определенная таким образом скорость может иметь заниженное значение, так как в этот интервал дополнительно входит время формирования на поверхности расплавленного полупроводника слоя закристаллизовавшегося материала.

Из рис. 2 видно, что скорость движения заглубленного расплава ограничена сверху значением  $v_{\max} \approx 14.5$  м/с. Используя это значение, можно в соответствии с (6) определить эффективный кинетический коэффициент  $\beta \approx 6$  см/с·К для  $T_{cl} - T_a \approx 240$  К (табл. 1). Характеристическая длина  $d_0 = D_c / \beta T_c$  при этом составляет 180 нм. Толщина заглубленного расплава, распространяющегося в аморфном материале, не должна превышать оставшейся толщины аморфного слоя  $d_a - L$ . Это условие накладывает ограничение снизу на скорость распространения расплава

Таблица 2

Экспериментальные данные по скорости движения заглубленного расплава в аморфных слоях кремния

$d_a$ , нм	$v$ , м/с	Литературная ссылка
160	14	[9]
220	$\leq 15$	[15]
440	$13 \pm 2$	[15]
370	$16.2 \pm 1.2$	[19]

В отличие от [7, 8] в этих работах выполнены менее подробные исследования; поэтому авторами [9, 15, 19] приводятся данные, усредненные по толщине аморфизированного слоя. Из этой таблицы видно, что полученные значения скорости близки к величине  $v_{\max} \approx 14.5$  м/с, а в ряде случаев превышают ее. В связи с этим следует отметить, что небольшие вариации  $v_{\max}$  на разных образцах возможны из-за различий в условиях имплантации (включая тип внедренной примеси).

Приведенные данные позволяют оценить один из кинетических коэффициентов  $\beta_l$  и  $\beta_c$ , если из независимых экспериментов известен другой. Так, например, полагая, что величина  $\beta_c$  близка к значению 7 см/с·К, полученному на кристаллическом кремнии [17], находим  $\beta_l = \beta \beta_c / (\beta_c - \beta) \approx 42$  см/с·К. Эта величина втрое превышает значение 13–16 см/с·К, которое, согласно [17], представляет собой нижнюю границу для кинетического коэффициента плавления кристаллического кремния.

Пользуясь полученными значениями  $\beta_c$  и  $\beta_l$ , определим температурный интервал существования заглубленного расплава. В соответствии с (7) величина  $T_f^* - T_{al}$  составляет  $\sim 35$  К; поэтому при  $d_a = 410$  нм заглубленный расплав может существовать в интервале  $10 \text{ K} \leqslant T_f - T_{al} \leqslant 35 \text{ K}$ . Как видно, этот интервал на порядок меньше ширины температурной области  $T_{al} \leqslant T \leqslant T_{cl}$ , в которой образуется жидккая фаза, переохлажденная относительно точки кристаллизации. Экспериментально это проявляется в том, что заглубленный расплав возникает лишь в узком интервале плотностей энергии лазерного импульса, расположенным вблизи порога плавления полупроводника [7, 9, 10, 18].

Как уже отмечалось, заглубленный расплав оказывается неустойчивым относительно длинноволновых флуктуаций профиля границ фазовых превращений (см. раздел 2). Эта неустойчивость может проявляться на длине пути, пройденном расплавом,  $L > L_u = v / \xi_{\max} \approx D_c / \beta_c (T_c - T_a)$ ; для кремния  $L_u \approx 300 \div 400$  нм. Поскольку толщина используемых на практике аморфных слоев обычно не превышает  $L_u$ , неустойчивость заглубленного расплава в экспериментах пока не наблюдалась.

$$v > v_{\min}(L) = \frac{v_{\max}}{1 + (d_a - L)/d_1}. \quad (11)$$

На рис. 2 границы  $v_{\max}$  и  $v_{\min}$  (последняя определена для  $d_a = 410$  нм) показаны штрихпунктирными линиями. Как видно, экспериментальные значения скорости движения заглубленного расплава располагаются внутри разрешенной области его существования.

В табл. 2 представлены экспериментальные данные работ [9, 15, 19].

#### 4. Обсуждение результатов

В данной работе предложена простая модель самораспространяющегося заглубленного расплава, в основе которой лежит предположение о движении фронта плавления и фронта кристаллизации с одинаковой скоростью. Эта модель имеет ряд экспериментально проверяемых следствий.

Одно из них — существование максимальной скорости распространения заглубленного расплава, составляющей, согласно экспериментальным данным, 14—16 м/с. Другое следствие — ограничение скорости распространения расплава снизу в случае аморфных слоев конечной толщины. Для  $d_a = 220$  нм величина  $v_{\min} \approx 7$  м/с. Тем самым наблюдаемый на таких слоях «медленный» заглубленный расплав, движущийся со скоростью 1—2 м/с [14, 15], не связан с самоподдерживающейся кристаллизацией, а имеет другую физическую природу. Это согласуется с результатами работ [14, 15], авторы которых на основании исследования сегрегации примеси в закристаллизовавшихся слоях пришли к предположению о движении фронта плавления и фронта кристаллизации «медленного» расплава навстречу друг другу. Причина возникновения заглубленного расплава этого типа требует, очевидно, дальнейшего изучения. Еще одним следствием предложенной модели является узкий температурный интервал существования самораспространяющегося заглубленного расплава.

Рассмотренная выше модель описывает движение заглубленного расплава, однако не позволяет судить о начальном этапе его возникновения. Эксперименты, проведенные авторами [18], показывают, что на начальном этапе кристаллизация носит существенно двумерный характер (процесс развивается не только в глубь полупроводника, но и вдоль его поверхности). Поэтому начальный этап образования заглубленного расплава может потребовать более сложного описания, выходящего за рамки одномерной модели.

Автор благодарен Ю. В. Погорельскому за полезные обсуждения данной работы.

#### ПРИЛОЖЕНИЯ

Рассмотрим устойчивость одномерного стационарного решения (3) уравнения теплопроводности. Пусть в направлении  $z$ , перпендикулярном направлению движения заглубленного расплава, флуктуационные смещения положения фронта плавления и кристаллизации суть

$$x_a(z, t) = d + \delta_a \varphi(z, t), \quad x_c(z, t) = \delta_c \varphi(z, t), \quad (\text{П. 1})$$

где  $\varphi(z, t) = \exp(iqz - \omega t)$ ,  $q$  — волновой вектор,  $\omega$  — декремент затухания возмущения. Флуктуации приводят к изменению скорости движения фазовых границ

$$v_a = v + \frac{\partial x_a}{\partial t} = v - \omega \delta_a \varphi, \quad v_c = v + \frac{\partial x_c}{\partial t} = v - \omega \delta_c \varphi. \quad (\text{П. 2})$$

Найдем связанное с этими отклонениями изменение температурного поля в системе. Решение уравнения теплопроводности будем искать в форме

$$T(x, z, t) = \begin{cases} T_1 + (T_f - T_1) \exp[-\gamma_a(x - d)] + \\ \quad + b \varphi(z, t) \exp[-\alpha_a(x - d)], & x \geq x_a, \\ T_1 - T_a + T \exp(-\gamma_t x) + \varphi(z, t) \times \\ \quad \times [c \exp(-\alpha_1 x) + g \exp(-\alpha_2 x)], & x_c \leq x \leq x_a, \\ T_2 + \dot{\alpha} \varphi(z, t) \exp(\alpha_c x), & x \leq x_c, \end{cases} \quad (\text{П. 3})$$

где  $\alpha_a = \gamma_a/2 + (\gamma_a^2/4 + q^2 - \omega/D_a)^{1/2}$ ,  $\alpha_c = (\gamma_c^2/4 + q^2 - \omega/D_c)^{1/2} - \gamma_c/2$ ,  $\alpha_{1,2} = \gamma_t/2 \pm (\gamma_t^2/4 + q^2 - \omega/D_t)^{1/2}$ . Это решение должно удовлетворить условию

непрерывности температуры на фазовых границах  $x_a$  и  $x_c$ , а также условию теплового баланса, аналогичному (2б). В результате с точностью до членов первого порядка по  $\varphi$  получим систему уравнений

$$\begin{aligned} b - c \exp(-\alpha_1 d) - g \exp(-\alpha_2 d) - \delta_a [\gamma_a (T_f - T_1) - \gamma_l T_c \exp(-\gamma_l d)] &= 0, \\ \frac{\alpha_u}{\gamma_u} b - \frac{\alpha_1}{\gamma_l} c \exp(-\alpha_1 d) - \frac{\alpha_2}{\gamma_l} g \exp(-\alpha_2 d) - \delta_a [\gamma_a (T_f - T_1) - \gamma_l T_c \times \\ \times \exp(-\gamma_l d) + T_c \omega/v] &= 0, \\ a - c - g + \gamma_l T_c \delta_c &= 0, \\ \frac{\alpha_c}{\gamma_c} a - \frac{\alpha_1}{\gamma_l} c + \frac{\alpha_2}{\gamma_l} g - \delta_c [\gamma_l T_c - T_c \omega/v] &= 0. \end{aligned} \quad (\text{П. 5})$$

Флуктуации скорости движения фазовых границ должны быть согласованы с изменением температурного поля. Из условий, аналогичных (4), вытекают два дополнительных уравнения

$$b = \delta_a [\gamma_a (T_f - T_1) + q^2 A_i - \omega/v], \quad a = \delta_c [\omega/v - q^2 A_c], \quad (\text{П. 6})$$

где

$$A_c = \frac{M}{\rho_c} \frac{\alpha_{cl} T_{cl}}{H_{cl}}, \quad A_i = \frac{M}{\rho_i} \frac{\alpha_{al} T_{al}}{H_{al}},$$

$M$  — атомный вес полупроводника;  $\sigma_{\mu\nu}$  — коэффициент поверхностного натяжения границы  $\mu$ -й и  $\nu$ -й фаз (в (П. 6)), кроме температурной зависимости скорости движения фазовых границ, учтена также ее зависимость от кривизны поверхности раздела [16]).

Уравнения (П. 5)–(П. 6) образуют однородную систему уравнений. Равенство нулю детерминанта этой системы определяет величину декремента затухания возмущения  $\omega$ . Как было показано в начале статьи, величина  $\gamma_l d$  мала по параметру  $(T_{cl} - T_{al})/T_c$ . Считая, что  $\gamma_l d \ll 1$ , можно исключить из уравнений (П. 5) коэффициенты  $c$  и  $g$ . В результате уравнение для декремента затухания  $\omega$  приобретает вид

$$\begin{aligned} \left( \frac{\alpha_u}{\gamma_a} + \frac{\alpha_c}{\gamma_c} \right) (\omega/\beta_c - q^2 A_c) (\omega/\beta_l - q^2 A_i - \gamma_l T_c) + (\omega/\beta_l - q^2 A_i - \gamma_l T_c) \times \\ \times \left( \frac{\alpha_a - \gamma_a}{\gamma_a} \gamma_l T_c + T_c \omega/v \right) + (\omega/\beta_c - q^2 A_c + \gamma_l T_c) \times \\ \times \left[ \frac{\alpha_a - \gamma_a}{\gamma_a} (\gamma_l T_c - \gamma_a T_c + \gamma_a T_a) + T_a \omega/v \right] = 0. \end{aligned} \quad (\text{П. 7})$$

Анализ показывает, что если волновой вектор  $q$  становится меньше некоторого критического значения  $a$ , то у (П. 7) появляется близкий к нулю отрицательный корень  $\omega = -\xi$ , свидетельствующий о неустойчивости решения (3). Величина  $Q$  при этом определяется уравнением (П. 7), в котором осуществлена замена  $q$  на  $Q$ , а  $\omega$  приравнена нулю. Это уравнение дополнительно упрощается, если считать, что  $Q \gg \gamma$ , ( $\nu = a, c, l$ ).  $A_i \approx A_c$ , а  $T_c - T_a \ll T_c$ . В этом случае

$$Q^2 A_c = \gamma (T_c - T_a), \quad \gamma = \frac{\gamma_a \gamma_c}{\gamma_a - \gamma_c}. \quad (\text{П. 8})$$

Отметим, что условие неустойчивости  $Q^2 A_c < \gamma (T_c - T_a)$  имеет стандартную физическую интерпретацию [16], если под величиной  $\gamma (T_c - T_a) = \gamma (T_2 - T_1)$  подразумевается эффективный температурный градиент вблизи фазовых границ раздела.

Для грубой (по порядку величины) оценки декремента нарастания флуктуаций  $\xi$  положим  $A_c \approx A_i$ ,  $\beta_1 \approx \beta_c$ ,  $q \gg \gamma$ ,  $q^2 \gg \xi/D$ , ( $\nu = a, c, l$ ). В этом случае из (П. 7) имеем

$$\xi + q^2 \beta_c A_c \approx \frac{\gamma_l \beta_c T_c (T_c - T_a) (q - \xi/v)}{q \gamma_l / \gamma + T_c + q (T_c - T_a) + \xi (T_c + T_a)}. \quad (\text{П. 9})$$

Решая (II. 9) относительно  $\xi$ , определяя максимальное значение  $\xi$  из условия  $\partial\xi/\partial q=0$  и полагая  $(T_c-T_a)/(T_c+T_a) \ll 1$ , получим

$$\xi < \xi_{\max} = \frac{\Omega}{1 + (2\omega/a\omega_1)^{1/2}}, \quad \Omega = \gamma \beta_e (T_c - T_a), \quad \omega_1 = \frac{v^2}{\theta_e A_e}, \quad (\text{II. 10})$$

безразмерный коэффициент

$$a = \frac{\gamma I}{\gamma} \frac{T_c}{T_c + T_a} \sim 1.$$

Декремент нарастания флуктуации максимальен при  $q=(a\Omega\omega_1)^{1/2}/v$ .

### Список литературы

- [1] Уббелоде А. Плавление и кристаллическая структура. М.: Мир, 1968. 420 с.
- [2] Olson G. L., Roth J. A., Nygren E., Pogany A. P., Williams J. S. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1987. V. 74. P. 109–115.
- [3] Donovan E. P., Spaepen F., Turnball D., Poate J. M., Jacobson D. C. // J. Appl. Phys. 1985. V. 57. N 5. P. 1795–1803.
- [4] Thompson M. O., Galvin G. J., Mayer J. M., Peercy P. S., Poate J. M., Jacobson D. C., Cullis A. G., Chew N. G. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. N 26. P. 2360–2362.
- [5] Thompson M. O., Peercy P. S., Tsao J. Y., Aziz M. J. // Appl. Phys. Lett. 1986. V. 49. N 10. P. 558–560.
- [6] Thompson M. O., Peercy P. S. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1986. V. 51. P. 99–111.
- [7] Lowndes D. H., Jellison G. E. (Jr.), Wood R. F., Pennycook S. J., Carpenter R. W. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1985. V. 35. P. 101–106.
- [8] Lowndes D. H., Jellison G. E. (Jr.), Pennycook S. J., Wittrow S. P., Mashburn D. N. // Appl. Phys. Lett. 1986. V. 48. N 20. P. 1389–1391.
- [9] Murakami K., Erui O., Takita K., Masuda K. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. N 19. P. 2203–2206.
- [10] Lowndes D. H., Jellison G. E. (Jr.), Pennycook S. J., Wittrow S. P., Mashburn D. N., Wood R. F. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1986. V. 51. P. 131–136.
- [11] Wood R. F., Geist G. A. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. N 7. P. 873–876.
- [12] Баландин В. Ю., Двуреченский А. В., Александров Л. Н. // Поверхность. 1986. № 1. С. 53–60.
- [13] Wood R. F., Geist G. A. // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. N 4. P. 2606–2620.
- [14] Bruines J. J. P., van Hal R. P. M., Boots H. M. J., Sinke W., Saris F. W. // Appl. Phys. Lett. 1986. V. 48. N 19. P. 1252–1254.
- [15] Bruines J. J. P., van Hal R. P. M., Koek B. H., Viegers M. P. A., Boots H. M. J. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1987. V. 74. P. 91–102.
- [16] Сб. «Современная кристаллография». М.: Наука, 1980. Т. 3. 401 с.
- [17] Peercy P. S., Thompson M. O., Tsao J. Y. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1987. V. 74. P. 15–30.
- [18] Lowndes D. H., Pennycook S. J., Wood R. F., Jellison G. E. (Jr.), Wittrow S. P. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1988. V. 100. P. 489–503.
- [19] Polman A., Mous D. J. W., Stolk P. A., Sinke W. C. // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 55. N 11. P. 1097–1099.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
14 февраля 1990 г.