

УДК 548.732

© 1991

**РЕНТГЕНОДИФРАКЦИОННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ  
В КРИСТАЛЛАХ КВАРЦА МЕТОДОМ НАКЛОНА**

*С. П. Дарбиян, Ф. Н. Чуховский, С. Н. Воронков*

При использовании точного теоретического описания динамической дифракции Лауз рентгеновских лучей в кристалле с постоянным градиентом деформации решена обратная задача определения локальных значений упругого изгиба и скручивания анизотропных кристаллических пластин по данным измерений интегрального коэффициента отражения  $R_h(\alpha)$  как функции угла наклона  $\alpha$  плоскости дифракционного рассеяния. В качестве примера приводятся результаты исследования локальных деформаций в кварцевых пластинах с нанесенным на обе поверхности слоем Ag толщиной 10 мкм. Показано, что чувствительность метода по измеряемым радиусам изгиба составляет  $r \sim 10^3$  м. Указывается, что учет анизотропии упругих постоянных существенно влияет на величину, а в некоторых случаях и на знак определяемых значений локальной деформации.

Высокая чувствительность распространяющихся в кристалле в условиях динамической дифракции блоховских рентгеновских волн (БРВ) кискажениям кристаллической решетки лежит в основе различных рентгенодифракционных методов исследования структурного совершенства кристаллов. На основании теории [1, 2] в работе [3] впервые был предложен рентгенодифракционный метод построения карты локальных деформаций в упругонапряженных кристаллических пластинах. Идея метода состоит в измерении интегрального коэффициента лаузевского отражения (ИКО)  $R_{h,\alpha}(\alpha)$  как функции угла поворота кристалла  $\alpha$  вокруг вектора дифракции  $h$  и принципиальной возможности восстановления величины локального градиента деформации  $B(\alpha)$  из сопоставления соответствующей  $R_{h,\alpha}(\alpha)$  с расчетной теоретической кривой  $R_{h,t}(\alpha)$ . Метод был реализован применительно к кристаллическим пластиналами Si, поверхности которых подвергались различным технологическим обработкам [3].

Настоящая работа посвящена развитию и применению метода рентгенодифракционных исследований для определения упругих деформаций в существенно анизотропных кристаллических пластинах. Эта задача помимо самостоятельного физического значения имеет практический интерес, например для исследований акустических резонаторов, изготовленных из кристаллов кварца различных срезов. Рассматривается общий случай косонесимметричной геометрии дифракционного рассеяния БРВ в анизотропном кристалле с постоянным градиентом деформации. В качестве примера определены локальные деформации в кристалле АТ-резонатора толщиной  $T=111$  мкм, на обе поверхности которого нанесены металлические контакты Ag толщиной 10 мкм. Показано, что учет анизотропии упругих постоянных существенно влияет на величину и знак найденных значений эффективных силовых моментов и деформаций в АТ-кварце.

# 1. Постановка задачи. Общие соотношения

Общий случай косонесимметричной геометрии дифракционного рассеяния БРВ схематически приведен на рис. 1. Непосредственное рассмотрение показывает, что в этом случае в динамические уравнения теории, описывающие распространение БРВ в кристалле, входят параметры, которые являются функциями угла наклона  $\alpha$  (угол поворота нормали к входной поверхности кристалла и вокруг вектора дифракции  $\mathbf{h}$ ) ИКЛО  $R_h(\alpha)$  от кристалла, рассчитанный в приближении постоянного градиента деформации, можно записать как [1, 2]

$$R_h(\alpha) = \bar{R}_h(\alpha) + R_{h, \text{осц}}(\alpha), \quad (1)$$

где плавно изменяющаяся  $\bar{R}_h(\alpha)$  и осцилирующая  $R_{h, \text{осц}}(\alpha)$  составляющие равны соответственно [1]

$$\begin{aligned} \bar{R}_h(\alpha) &= \frac{|\gamma_h|}{2 \sin 2\theta} [\gamma_h(\alpha)/\gamma_0(\alpha)]^{1/2} \exp[-M_0(\alpha)] \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\pi}{2 |B(\alpha)|} \right] \right\} \times \\ &\times \int_{-1}^1 \frac{d\xi}{(1 - \xi^2)^{1/2}} \frac{\operatorname{ch}[M_h(\alpha)\xi]}{\operatorname{ch}\{[M(\alpha)/D(\alpha) + 2]\ln[(1 + D^2(\alpha)(1 - \xi^2))^{1/2} + D(\alpha)(1 - \xi^2)^{1/2}]\}}, \\ R_{h, \text{осц}}(\alpha) &= \frac{|\gamma_h| \pi}{2\pi \sin 2\theta} (\gamma_h(\alpha)/\gamma_0(\alpha))^{1/2} \exp(-M_0(\alpha)) \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{\pi}{2 |B(\alpha)|} \right) \right\} \times \\ &\times \frac{(1 + D^2(\alpha))^{1/4}}{\sqrt{\pi t(\alpha)}} \times \sin \left( t(\alpha) \left[ (1 + D^2(\alpha))^{1/2} + \frac{\ln(D(\alpha) + (1 + D^2(\alpha))^{1/2})}{D(\alpha)} \right] - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

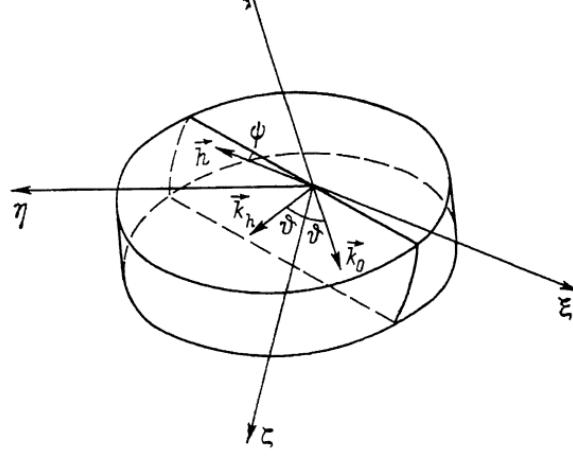


Рис. 1. Схема наклонной дифракции в случае Лауэ.

Здесь введены следующие обозначения:

$$\gamma_0(\alpha) = \cos \alpha \cos \psi \cos \theta - \sin \psi \sin \theta,$$

$$\gamma_h(\alpha) = \cos \alpha \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \theta,$$

$$D(\alpha) = B(\alpha) t(\alpha),$$

$$B(\alpha) = \frac{|\lambda|^2}{C^2 |\chi_h|^2} \frac{\partial^2(h\mathbf{u})}{4\partial s_h \partial s_h},$$

$$M_0(\alpha) = \mu(\alpha) T, \quad (3)$$

$t(\alpha) = \pi T / \Lambda(\alpha)$  — безразмерная приведенная толщина,  $\theta$  — угол Брэгга,  $\psi$  — угол асимметрии. Относительно других обозначений см. подробнее [1, 2].

Из (1)–(3) видно, что при вращении кристалла вокруг вектора дифракции  $\mathbf{h}$  положение плоскости рассеяния ( $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_h$ ) по отношению к кристал-

лографическим осям меняется, что приводит к плавному изменению эффективной толщины  $t(\alpha)$  и градиента деформации  $B(\alpha)$  в зависимости от угла наклона  $\alpha$ . При этом если зависимость  $t(\alpha)$  определяется формулами (3), то при расчете функции  $B(\alpha)$ , задающей упругонапряженное состояние кристалла, необходимо учесть анизотропию упругих постоянных кристалла.

Рассмотрим общий случай упругой деформации выделенного в кристаллической пластине элементарного объема размерами  $a \times b \times T$  ( $T$  — толщина пластины) (рис. 2). При этом возможно существование трех изгибающих  $M_1, M_2, M_3$  и трех скручивающих  $H_1, H_2, H_3$  силовых моментов, распределенных по краям вырезанного объема. Используя граничные усло-

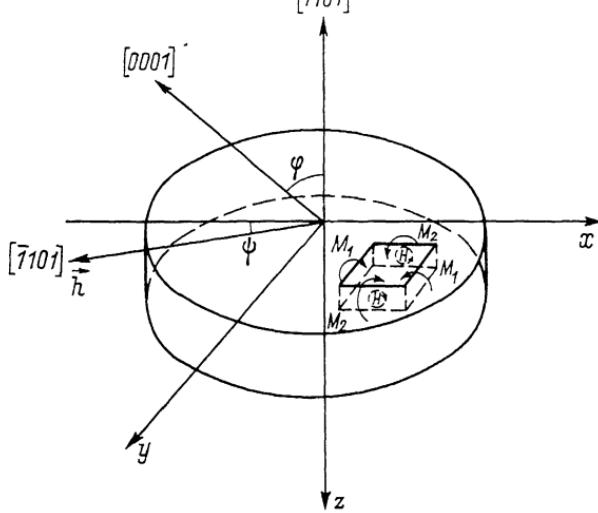


Рис. 2. Схема, иллюстрирующая кристаллографическую ориентацию и изгиб пластины кварца.

вия на поверхности  $z = \pm T/2$  и учитывая, что размеры исследуемой пластины многое больше ее толщины, получаем для напряжений

$$\sigma_x = \frac{12M_1}{T^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12M_2}{T^3} z, \quad \tau_{xy} = \frac{12H}{T^3} z. \quad (4)$$

Тогда компоненты вектора упругих смещений  $u(z, y, z)$  с учетом анизотропии упругих постоянных имеют следующий вид [4]:

$$u_x = \sum_i K_i (a_{i5} z^2 + a_{i6} yz + 2a_{i1} xz), \\ u_y = \sum_i K_i (a_{i4} z^2 + 2a_{i2} yz + a_{i6} xz), \\ u_z = \sum_i K_i (a_{i3} z^2 - a_{i1} x^2 - a_{i2} y^2 - a_{i6} xy), \quad i = 1, 2, 6, \quad (5)$$

где коэффициенты  $K_i$  равны  $K_1 = 6M_1/T^3, K_2 = 6M_2/T^3, K_6 = 6H/T^3; a_{ij}$  — компоненты тензора модулей упругости в используемой системе координат. Компоненты тензора  $a_{ij}$  связаны с соответствующими значениями  $a_{mn}^0$  в кристаллографической системе координат известным соотношением [4]

$$a_{ij} = \sum_i \sum_j a_{mn}^0 q_{im}(\varphi_y, \varphi_z) q_{jn}(\varphi_y, \varphi_z), \quad (6)$$

где  $\{q_{ij}(\varphi_y, \varphi_z)\}$  — матрица перехода от системы координат, в которой заданы значения компонент тензора модулей упругости относительно

Таблица 1

Символы матрицы перехода  $q_{ij}$  к формулам преобразования коэффициентов  $a_{ij}$ 

<i>i</i>	<i>j</i>					
	1	2	3	4	5	6
1	0	0.382	1.570	0.486	0	0
2	1	0	0	0	0	0
3	0	0.618	0.382	0.486	0	0
4	0	0	0	0	-0.618	-0.786
5	0	0.972	0.972	1	0	0
6	0	0	0	0	-0.786	-0.618

главных осей кристалла к кристаллографическим осям исследуемой пластины кварца (рис. 3). Значения компонент матрицы перехода при  $\varphi_y = 90^\circ$  и  $\varphi_z = 51.8^\circ$  приведены в табл. 1.

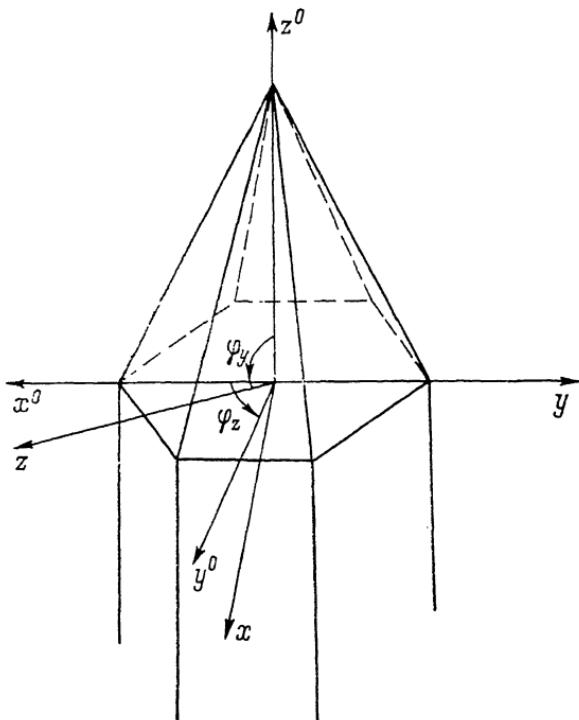


Рис. 3. Переход в систему координат исследуемой пластины.

Нетрудно показать, что в изотропном приближении формулы (5) упрощаются и принимают следующий вид:

$$u_x = \frac{2(K_1 - \nu K_2)}{E} xz + \frac{K_6}{G} yz,$$

$$u_y = \frac{2(K_2 - \nu K_1)}{E} yz + \frac{K_6}{G} xz,$$

$$u_z = -\frac{K_1 - \nu K_2}{E} x^2 - \frac{K_2 - \nu K_1}{E} y^2 - \frac{\nu(K_1 + K_2)}{E} z^2 - \frac{K_6}{G} xy, \quad (7)$$

где  $E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $G$  — модуль сдвига.

Выбирая систему координат  $\xi, \eta, \zeta$  таким образом, чтобы плоскость  $(\xi, \zeta)$  совпала с плоскостью рассеяния, а вектор дифракции  $\mathbf{h}$  был направлен

антипараллельно оси  $\xi$ , как это показано на рис. 1, градиент деформации можно представить в виде

$$B(\alpha) = \frac{\pi\lambda^2}{2dC^2|\chi_h|^2} \left( \sin^2\theta \frac{\partial^2}{\partial\xi^2} - \cos^2\theta \frac{\partial^2}{\partial\xi^2} \right) u_\xi, \quad (8)$$

где  $d$  — межплоскостное расстояние отражающих плоскостей, а  $u_\xi$  — компонента вектора упругих смещений вдоль оси  $\xi$ .

Переход к системе координат  $x, y, z$  позволяет получить для градиента деформации формулу

$$B(\alpha) = B_0 \sum_i K_{i1} (m_{i1} + m_{i2} \cos 2\alpha + m_{i6} \sin 2\alpha), \quad (9)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} B_0 &= \pi\lambda^2/2dC^2|\chi_h|^2, \\ m_{i1} &= -[a_i + a_{i3} - (a_{i1} - a_{i3}) \cos 2\psi + a_{i5} \sin 2\psi] \sin \psi \sin^2 \theta - \\ &\quad - \{a_{i5} \cos^3 \psi + [a_{i1} + a_{i2} + (a_{i1} - a_{i3}) \cos^2 \psi] \sin \psi\} \cos^2 \theta, \\ m_{i2} &= -\{a_{i5} \cos^3 \psi + [a_{i1} - a_{i2} + (a_{i1} - a_{i3}) \cos^2 \psi]\} \sin \psi \cos^2 \theta, \\ m_{i6} &= -a_{i6} \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (10)$$

Найденное выражение (9) описывает зависимость градиента деформации от угла наклона плоскости рассеяния в общем случае упругой деформации элемента объема анизотропной кристаллической пластины. Видно, что величина  $B$  параметрически зависит от трех коэффициентов  $K_i$ , задающих упругонапряженное состояние рассматриваемого элемента кристалла. Формулы (1)–(3), (9), (10) динамической теории дифракции рентгеновских лучей с наклонной плоскостью рассеяния в упругодеформированных анизотропных кристаллах позволяют предложить методику решения обратной задачи дифракции по схеме: ИКЛО  $R_h(\alpha)$  — градиент деформации  $B(\alpha)$  — квадратичное поле упругих смещений  $u(x, y, z)$ .

## 2. Восстановление поля упругих смещений по рентгенодифракционным данным

В качестве данных рентгенодифракционных измерений используются абсолютные измерения ИКЛО  $R_h(\alpha)$  в зависимости от угла наклона плоскости рассеяния  $\alpha$ . Как следует из (9), функция  $B(\alpha)$ , а следовательно, и  $R_h(\alpha)$  имеет период, равный  $\pi$ . Поэтому условие  $R_h(\alpha) = [\gamma_h(\alpha)/\gamma_0(\alpha)]R_h \times (\pi + \alpha)$  служит критерием настройки. Юстировка образца заключается в установке его таким образом, чтобы нормаль к отражающим плоскостям совпала с осью вращения гониометра. При этом кристалл остается в максимуме отражения на любом угле поворота  $\alpha$ . Заметим, что экспериментально измеряемый ИКЛО  $R_h(\alpha)$ , вообще говоря, осциллирует из-за интерференции распространяющихся в кристалле динамических волновых полей. Поэтому, используя расчетные формулы (2)–(3), необходимо полученную экспериментальную зависимость сгладить, т. е. усреднить по периоду осцилляций кривую  $R_h(\sec \alpha)$  с сохранением площади под кривой.

Далее при каждом фиксированном угле наклона  $\alpha_k$  ( $k$  — номер измерения,  $k=1, 2, 3, \dots$ ) из сопоставления значения  $\bar{R}_{h,s}(\alpha_k)$  с рассчитанным по формуле (2)  $\bar{R}_{h,t}(\alpha_k, B)$  как функции  $B$  находим такое  $B_k$ , чтобы  $\bar{R}_{h,t}(B_k, \alpha_k) = \bar{R}_{h,s}(\alpha_k)$ , и после проведения серии измерений  $R_{h,s}(\alpha_k)$  и вычислений  $B_k$  получаем зависимость  $B_k(\alpha_k)$ . В нашем случае  $B \ll 1$  и зависимость  $B(\bar{R}_h)$  является однозначной функцией  $\bar{R}_h$ . Отметим, что для повышения точности определения  $B_k(\bar{R}_h)$  целесообразно ориентировать кристалл так, чтобы интервал измеряемых значений  $R_{h,s}$  был смещен в сторону  $B > 0$ .

Предполагая, что углы  $\varphi$  и  $\psi$ , определяющие положение поверхности дифрагирующего кристалла, известны, можно, используя формулы пере-

хода (6), найти все коэффициенты  $m_{ij}$ , входящие в выражение (9) для определения функции  $B(a)$ . Используя (9) и полученную из экспериментальных измерений зависимость  $B_k(\alpha_k)$ , находим коэффициенты  $K_i$ , задающие упругонапряженное состояние кристалла. Так как рентгено-дифракционный метод наклона ориентирован на исследования малых ( $\sim 10^{-5} \div 10^{-6}$ ) деформаций кристаллической решетки, то особое значение при вычислении параметров упругонапряженного состояния приобретает учет ошибок эксперимента. С другой стороны, имеется возможность оценить параметры  $K_i$  путем сравнения величин  $B_k$ , полученных из эксперимента с соответствующими теоретическими значениями, рассчитанными по формуле (9), как функции  $K_i$ . Для этого используется метод наименьших квадратов.

В эксперименте измеряемыми величинами являются толщина кристаллической пластины  $T$  и ИКЛО  $R_{h,k}$  ( $a$ ). Ошибки измерений  $\sigma(R_h)$  можно считать статистически независимыми, в то время как ошибка определения толщины  $\sigma(T)$  вносится во все измерения. Поэтому погрешности определения градиентов деформации коррелируют.

Согласно [5], вектор оценок параметров  $\hat{K}$ , определяется матричным уравнением

$$\hat{K} = [A^T D^{-1}(B) A]^{-1} A^T D^{-1}(B) B. \quad (11)$$

Здесь  $D(B)$  — матрица ошибок значений  $B_k$ , компоненты которой в соответствии с используемым определением  $B$  по значениям интегрального коэффициента отражения  $R_{h,k}$  вычисляются по формулам

$$D_{kk} = \sigma^2(B_k) = \frac{\sigma^2(R_{h,k})}{\left( \frac{\partial R_h}{\partial B} \Big|_{\alpha_k, B_k} \right)^2} + \frac{\left( \frac{\partial R_h}{\partial T} \Big|_{\alpha_k, B_k} \right)^2}{\left( \frac{\partial R_h}{\partial B} \Big|_{\alpha_k, B_k} \right)^2} \sigma^2(T),$$

$$D_{ik} = \text{cov}(B_i, B_k) = \frac{\left( \frac{\partial R_h}{\partial T} \Big|_{\alpha_i, B_i} \right) \left( \frac{\partial R_h}{\partial T} \Big|_{\alpha_k, B_k} \right)}{\left( \frac{\partial R_h}{\partial B} \Big|_{\alpha_i, B_i} \right) \left( \frac{\partial R_h}{\partial B} \Big|_{\alpha_k, B_k} \right)} \sigma^2(T). \quad (12)$$

Непосредственные оценки показывают, что в условиях нашего эксперимента  $\text{cov}(B_i, B_k) \ll \sigma^2(B)$ . Поэтому при вычислениях в матрице  $D$  достаточно оставить только диагональные элементы.

Столбец  $B$  состоит из величин  $B_k$ , вычисленных по данным рентгено-дифракционных измерений и отличающихся от рассчитанных по формуле (9) на некоторые ошибки  $\varepsilon_k$

$$B_1 = A_{11}K_1 + A_{12}K_2 + A_{16}K_6 + \varepsilon_1,$$

$$B_2 = A_{21}K_1 + A_{22}K_2 + A_{26}K_6 + \varepsilon_2,$$

$$\dots$$

$$B_n = A_{n1}K_1 + A_{n2}K_2 + A_{n6}K_6 + \varepsilon_n, \quad (13)$$

где  $n$  — число измерений, а коэффициенты  $A_{ik}$  равны

$$A_{ik} = B_0(m_{i1} + m_{i2} \cos 2\alpha_k + m_{i6} \sin 2\alpha_k),$$

$$i = 1, 2, 6; k = 1, 2, 3, \dots n. \quad (14)$$

Погрешность в определении параметров  $K_i$  задается матрицей несмешанных оценок  $\hat{D}(\hat{K})$ , которая определяется из уравнения [5]

$$\hat{D}(\hat{K}) = \frac{V^T D^{-1} V}{n-m} (A^T D^{-1} A), \quad (15)$$

где  $V = B - A\hat{K}$ . В нашем случае  $n$  — число измерений  $R_{h,k}$  при различных значениях  $\alpha_k$ ;  $m$  — количество параметров  $K_i$  ( $m=3$ ).

С учетом описанной выше процедуры восстановленное поле упругих смещений получается подстановкой найденных коэффициентов  $K_i$  и компонент тензора модулей упругости (6) и формулы (5). При этом непосредственно измеряемыми на опыте величинами являются углы  $\alpha_k$ , толщина кристалла  $T$  и интегральный коэффициент лаузевского отражения  $R_{h,a}$  (a).

### 3. Эксперимент и обсуждение результатов

Схема эксперимента по исследованию упругих деформаций анизотропных кристаллов кварца с помощью рентгенодифракционного метода наклона показана на рис. 4. Измерения проводились на монокристаллических пластинах кварца толщиной  $111.0 \pm 0.5$  мкм и диаметром 6 мм.

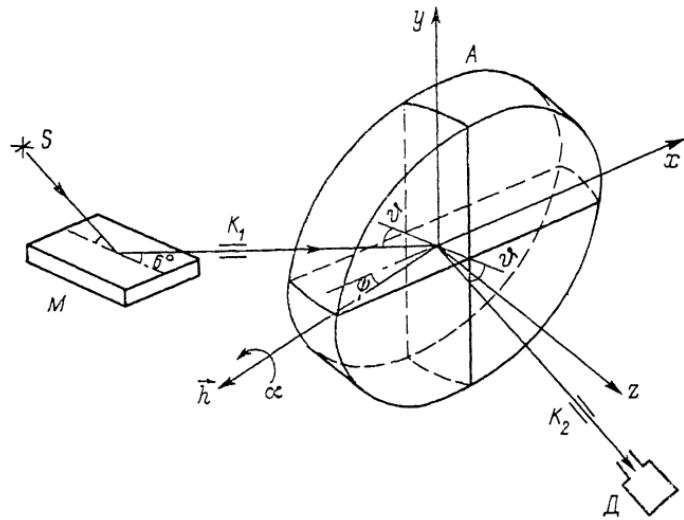


Рис. 4. Схема эксперимента.

Ориентация поверхности — (1101), а ориентация отражающей плоскости — (1101). Значения углов  $\varphi$  и  $\psi$  соответственно равны  $51.8^\circ$  и  $13.5^\circ$ . Образец A устанавливается в отражающее положение таким образом, чтобы ось вращения гониометра была параллельна нормали к отражающим плоскостям кристалла. При этом поворот образца вокруг оси гониометра не выводит его из отражающего положения. Кроме того, необходимо, чтобы при вращении образца луч освещал одну и ту же область, что достигается соответствующей юстировкой. Измерения интенсивности  $R_h(a)$  проводились в двух точках: в центре пластины и в точке, лежащей ближе к краю пластины (рис. 5) на дифрактометре Philips «Norelco» в автоматическом режиме записи экспериментальных данных в диапазоне углов наклона от  $-50^\circ$  до  $+50^\circ$  с шагом  $0.8^\circ$ . Рентгенодифрактометрические

Таблица 2

Значения моментов сил и радиусов изгиба, определяемые методом наклона для кристаллов кварца

№ кристалла	№ исследуемой области	Моменты сил, $10^{-5}$ Н			Радиус изгиба, м	
		$M_1$	$M_2$	$H$	$r_x$	$r_y$
1	1	$-3.18 \pm 0.06$	$-1.77 \pm 0.16$	0	$433 \pm 18$	$112 \pm 1$
	2	$-0.832 \pm 0.016$	$3.164 \pm 0.16$	$0.661 \pm 0.006$	$-307 \pm 3$	$570 \pm 8$
2	1	$-2.428 \pm 0.014$	$1.280 \pm 0.37$	$0.650 \pm 0.005$	$-1005 \pm 22$	$157 \pm 1$
	2	$-1.792 \pm 0.009$	$1.983 \pm 0.024$	$0.573 \pm 0.003$	$-534 \pm 4$	$221 \pm 1$

измерения проводились с использованием неполяризованного  $MoK_{\alpha}$ -излучения. Угловая расходимость падающего на образец пучка ( $S$  — источник излучения) в вертикальном направлении незначительная, что достигалось использованием кремниевого монохроматора  $M$  (отражение (111)), а в горизонтальном направлении задавалась трубчатым коллиматором  $K_1$  (рис. 4) и составляла  $\sim 2'$ . При этом диаметр луча был 0.2 мм.

Отраженное от исследуемого кристалла излучение попадает на детектор  $D$ , в качестве которого служит сцинтиляционный счетчик, и регистрируется печатающим и перфорирующим устройствами установки. Коллиматор  $K_2$  использовался для уменьшения уровня фонового рентгеновского излучения, которое после отражения от кристалла попадает в детектор  $D$ .

Экспериментально измеренные зависимости ИКЛО (1101) от кварцевых пластин приведены на рис. 6. Нормировка абсолютных значений интегрального коэффициента отражения  $R_h(\alpha)$  производилась по данным

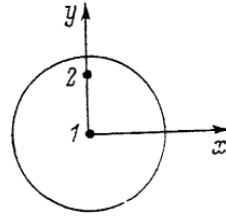


Рис. 5. Положение областей, в которых проводились измерения.

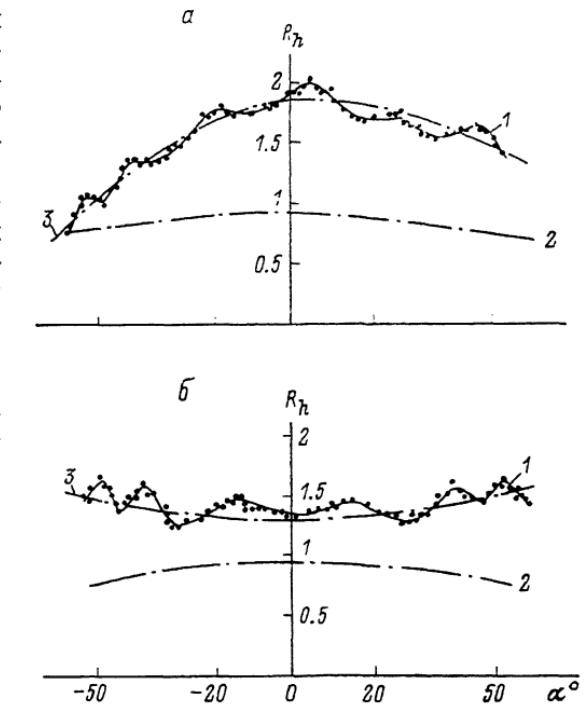


Рис. 6. Зависимости ИКЛО от угла наклона  $R_h(\alpha)$ .  
1 — экспериментальная зависимость  $R_{h,1}(\alpha)$ , 2 — ИКЛО для идеального кристалла  $R_{h,2}(\alpha)$ , 3 —  $R_{h,3}(\alpha)$  (усредненная по периоду осцилляций). *a* — область в центре пластины (точка 1), *b* — область на краю пластины (точка 2).

измерений  $R_h^0(\alpha)$  для толстой недеформированной пластины толщиной  $1260.0 \pm 0.5$  мкм при тех же режимах работы установки. Заметим, что в случае деформированного кристалла кривые  $R_{h,3}(\alpha_k)$  асимметричны относительно точки  $\alpha=0$ , в то время как для совершенного кристалла  $R_h(\alpha)=R_h(-\alpha)$ . В табл. 2 приведены значения моментов  $M_1$ ,  $M_2$  и  $H$  (отнесенные к единице длины), полученные в результате расчетов, проведенных по описанной выше (см. п. 2) процедуре.

Восстановленное по данным метода наклона поле упругих смещений в исследуемой области кристаллической пластины вычисляется подстановкой значений  $M_1$  и  $H$  в выражение (5). Отметим, что (как это следует из табл. 2) в общем случае упругая деформация пластины не может быть представлена только одним значением кривизны. Изгиб пластины может приобрести довольно сложную форму, и ее кривизна зависит от выбранного направления измерения: седлообразная форма — в случае разных знаков радиусов  $r_x$  и  $r_y$  или пропеллерообразная форма — в случае значительной величины крутящего момента  $H$ . В нашем эксперименте значение  $H \ll M_1$ ,  $M_2$ , а кривизна пластины вдоль осей  $x$  и  $y$  различна и дается выражениями

$$1/r_x = \partial^2 u_x / \partial y^2, \quad 1/r_y = \partial^2 u_y / \partial x^2. \quad (16)$$

Таблица 3

Значения моментов сил и радиусов изгиба,  
определенные методом наклона для кристаллов кварца  
(изотропное приближение)

№ кристалла	№ исследуемой области	Моменты сил, $10^{-8}$ Н			Радиус изгиба, м	
		$M_1$	$M_2$	Н	$r_x$	$r_y$
1	1	$-0.06 \pm 0.03$	$-1.66 \pm 0.16$	$-0.253 \pm 0.009$	$575 \pm 3$	$-8544 \pm 1270$
	2	$-0.832 \pm 0.016$	$3.164 \pm 0.16$	$0.661 \pm 0.006$	$1342 \pm 63$	$200 \pm 7$
2	1	$-2.428 \pm 0.014$	$1.280 \pm 0.37$	$0.650 \pm 0.005$	$667 \pm 1$	$2076 \pm 20$
	2	$-1.792 \pm 0.009$	$1.983 \pm 0.024$	$0.573 \pm 0.003$	$827 \pm 1$	$1573 \pm 7$

Из формул (5) и (16) видно, что величина и знак радиусов изгиба пластины явно зависят от значений упругих постоянных. Сравнивая табл. 2 и 3 (в табл. 3 приводятся результаты расчетов в изотропном приближении), можно заметить существенное влияние анизотропии на параметры упругонапряженного состояния кристалла, которые меняют не только свой порядок величины, но и знак. Отличия в значениях силовых моментов для двух исследуемых пластин, по-видимому, объясняются различиями в технологии нанесения металлических контактов на поверхности кристаллов кварца.

#### Список литературы

- [1] Chukhovskii F. N., Petrasheen' P. V. // Acta Cryst. 1977. V. A33. N 2. P. 311—319.
- [2] Чуховский Ф. Н. // Металлофизика. 1980. Т. 2. № 6. С. 3—27.
- [3] Воронков С. Н., Максимов С. К., Чуховский Ф. Н. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 7. С. 2019—2024.
- [4] Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 415 с.
- [5] Худсон Д. Статистика для физиков: Пер. с англ. М.: Мир, 1970. 296 с.

Московский институт  
электронной техники

Поступило в Редакцию  
1 марта 1990 г.  
В окончательной редакции  
7 декабря 1990 г.