

УДК 539.2

© 1991

ПОВЕРХНОСТНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В СТРУКТУРЕ ФЕРРИТ—СЕГНЕТОЭЛЕКТРИК

А. Г. Глущенко

Показана необходимость учета нелинейных свойств волноведущей структуры феррит—сегнетоэлектрик. Краевая задача сводится к решению интегродифференциального уравнения, которое в частных случаях сводится к обобщенному уравнению НУШ. Рассмотрены решения при учете высших членов нелинейности и дисперсионных членов разложения. Показана возможность реализации мультистабильных состояний.

Нелинейные волны в изотропных и анизотропных безграничных средах исследованы достаточно подробно [1, 2] и позволяют измерять параметры твердых тел и получать спектроскопическую информацию. На практике приходится иметь дело с ограниченными в пространстве структурами. Поверхностные волны рассматривались в [3–5], однако сложность решения краевых задач для нелинейных волн не позволила к настоящему времени разработать строгую теорию слоистых волноведущих структур, представляющих практический интерес, за исключением структур с тонкими нелинейными пленками или переходными слоями [6, 7]. Поскольку условие малости толщины слоев с нелинейными параметрами зачастую не выполняется, представляет интерес разработка строгих методов расчета структур с поверхностными или волноводными типами волн на подложках с нелинейными параметрами. Это дает возможность разработать точные устройства для измерения параметров нелинейных сред неразрушающими методами. Структура феррит—сегнетоэлектрик исследовалась в работах [8, 9] в линейном приближении. За счет высокой диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика фазовая скорость электромагнитных волн в этом материале сопоставима со скоростью магнитостатических волн (МСВ) в феррите, что приводит к их взаимодействию и дает гибридные волны, параметры которых могут управляться магнитным и электрическим полями, что открывает новые возможности в создании устройств на МСВ.

В настоящей работе рассмотрены поверхностные волны в структуре феррит—сегнетоэлектрик с учетом нелинейных свойств сегнетоэлектрика, описываемых в рамках модели работы [10]. Показано, что краевая задача аналогично случаю нелинейных пленок может быть сведена к нелинейному интегродифференциальному уравнению, описывающему, в частности, солитоны огибающей. Получены соотношения для расчета их параметров с учетом нелинейностей третьего и пятого порядков.

1. Вывод основного уравнения

Рассмотрим простейшую конфигурацию, обладающую волноведущими свойствами: в области $x \geq 0$ расположен сегнетоэлектрик с линейной частью диэлектрической проницаемости ϵ_s , нелинейные свойства описываются вектором поляризации P_N . В области $x < 0$ расположен феррит, параметры которого полагаем линейными ϵ_f , $\hat{\beta}$, ось гиротропии ориентирована вдоль oz или близка к ней для обеспечения поверхностного характера

волн, распространяющихся вдоль оси oy . Нелинейные свойства феррита необходимо учитывать при малом уровне сигнала в области частот $\omega_0 = 2\pi\gamma H_0$, $\omega = \omega_0 + \omega_m/2$, $\omega_m = 2\pi\gamma \cdot 4\pi M_s$, H_0 — поле подмагничивания, $4\pi M_s$ — намагниченность насыщения. Рассмотрим H (H_x, H_y, E_z) волны в области сегнетоэлектрика, которые могут эффективно взаимодействовать с МСВ волнами в области феррита. Волновые уравнения в первой и второй средах имеют вид

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E_z = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_z}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где $P_z = P_{zL} + P_{zN}$. Для феррита, рассматриваемого здесь в линейном приближении, волновое уравнение представим для гармонических составляющих

$$\left(-\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\phi}^{\mu_{\perp}}\right) E_z = 0, \quad (2)$$

где $\mu_{\perp} = (\mu_{11}\mu_{22} - \mu_{12}\mu_{21}) \mu_{11}^{-1}$; μ_{ij} — компоненты тензора магнитной проницаемости, зависящие от величины и ориентации поля подмагничивания [11].

Рассмотрим динамику волнового процесса вдоль оси oy . Если уровень сигнала меньше порога самофокусировки [4], что обычно выполняется, нелинейные эффекты проявляются на расстояниях в несколько длин волн. При этом поперечная структура поля волноведущей системы близка к распределению поля в линейном приближении [3-5]. В отличие от [2-4] решение ищется в виде разложения

$$E_{z1,2}(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega dk}{(2\pi)^2} E_{z1,2}(\omega, k) \begin{Bmatrix} \varphi(x) \\ f(x) \end{Bmatrix} e^{i(\omega t - ky)}, \quad (3)$$

где с учетом граничных условий при $x \rightarrow \pm\infty$

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \exp(-px), \quad f(x) = \exp(qx), \\ q &= [k^2 - (\omega/c)^2 \varepsilon_{\phi}^{\mu_{\perp}}]^{1/2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Граничные условия в плоскости раздела сред

$$E_{z1}(x=0+) = E_{z2}(x=0-), \quad H_{y1}(x=0+) = H_{y2}(x=0-) \quad (5)$$

позволяют определить связь между компонентами

$$E_{z1}(\omega, k) = E_{z2}(\omega, k) = E(\omega, k)$$

и получить соотношение для поперечного волнового числа

$$p = (-q + ik\mu_{21}/\mu_{11})/\mu_{\perp}. \quad (6)$$

В МСВ приближении

$$q \simeq k, \quad p \simeq -k/(\mu + \mu_a). \quad (7)$$

Подстановка (3) в (1), умножение обеих частей на $\varphi^*(x)$ и интегрирование по поперечному сечению нелинейного слоя позволяют получить основное уравнение для функции $E_z(y, t)$ и ее преобразования Фурье

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{d\omega dk}{(2\pi)^2} Y(\omega, k) E(\omega, k) e^{i(\omega t - ky)} = \\ = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\int_0^{\infty} \varphi^*(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_N[E(x, y, \tilde{t})] dx}{\int_0^{\infty} \varphi^*(x) \varphi(x) dx}, \end{aligned} \quad (8)$$

где для рассматриваемой структуры

$$Y(\omega, k) = -p^2 + k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_s = k^2 [1 - (\mu + \mu_a)^{-2}] - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_s.$$

Использование преобразования свертки сводит (8) к нелинейному интегро-дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int Y(y - y', t - t') E(y', t') dy' dt' = \\ & = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\int_0^{\infty} \varphi^*(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_N [E(x, y, t)] dx}{\int_0^{\infty} \varphi(x) \varphi^*(x) dx}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$Y(y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{d\omega dk}{(2\pi)^2} Y(\omega, k) e^{i(\omega t - ky)}$$

имеет смысл отклика линейной по параметрам части структуры на импульсное воздействие. В предельном случае $P_N \rightarrow 0$ уравнение (9) сводится к дисперсионному уравнению линейной структуры $Y(\omega, k) = 0$. Уравнение (9) описывает большое количество структур, различающихся операторами $Y(y, t)$ и $P_N(E)$, и позволяет заменой пределов интегрирования по y и t рассматривать задачи с начальными условиями заданием функции $E(y_0, t_0)$.

Оставляя за рамками данной работы вопросы численного решения, покажем, что при некоторых ограничениях на функцию $Y(\omega, k)$ возможно получение аналитического решения.

2. Решение уравнения

Аналитическое решение уравнения ищется в виде импульса, удовлетворяющего условию медленности изменения амплитуды

$$\begin{aligned} E(y, t) &= e(y, t) \exp[i(\Omega t - Qy)], \\ \left| \frac{\partial e(y, t)}{\partial t} \right| &\ll \Omega |e(y, t)|, \quad \left| \frac{\partial e(y, t)}{\partial y} \right| \ll Q |e(y, t)|, \end{aligned}$$

$$P(x, y, t) = p(x, y, t) \exp[i(\Omega t - Qy)].$$

В этом случае в окрестности несущей частоты Ω и соответствующего волнового числа Q , учитывая ограниченную спектральную ширину импульса, используем разложение

$$Y(\omega, k) = Y(\Omega, Q) + \sum_{n=1} \frac{1}{n!} \left[(\omega - \Omega) \frac{\partial}{\partial \omega} + (k - Q) \frac{\partial}{\partial k} \right]^n Y(\omega, k) \Big|_{\substack{\omega=\Omega \\ k=Q}}. \quad (10)$$

Подстановка в уравнение (8) приводит к нелинейному дифференциальному уравнению в частных производных типа НУШ при нелинейности

$$P_N(E) = \alpha_3 |E|^2 E + \alpha_5 |E|^4 E + \dots,$$

имеющему вид

$$\begin{aligned} & Y(\Omega, Q) e(y, t) + \sum_{n=1} \frac{(-i)^n}{n!} \left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial \omega} - \frac{\partial^2}{\partial y \partial k} \right)^n Y(\omega, k) \Big|_{\omega=\Omega, k=Q} e(y, t) = \\ & = -\frac{4\pi}{c^2} \sum_{j=1} \alpha_{2j+1} \alpha_{2j+1} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2i\omega \frac{\partial}{\partial t} - \omega^2 \right\} |e(y, t)|^{2j} e(y, t), \end{aligned} \quad (11)$$

где α_{2j+1} — коэффициент, определяемый поперечной структурой поля в рассматриваемой структуре $\alpha_{2j+1} = [(2j+1)p]^{-1}$. Уравнение (11) сводится к известному уравнению НУШ, широко используемому при анализе нелинейных структур [3-5], в частном случае $j=1, n=2, Y_{\omega} \approx 0$ и при пренебрежении первыми двумя слагаемыми в правой части уравнения (11).

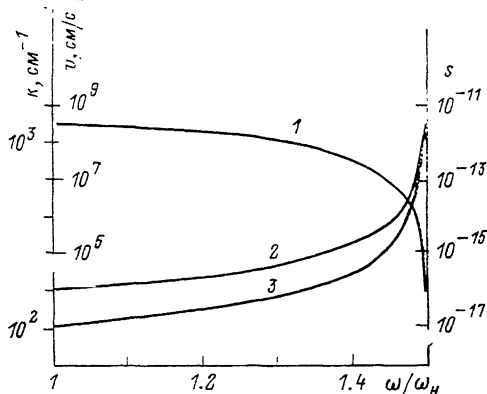
На рисунке приведены некоторые параметры солитонов при $\epsilon_s = 10^4, \omega_0 = \omega_m = 3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Анализ показывает, что (11) имеет точные решения при выполнении соотношения $n=2j+2$. В частности, решения имеют вид

$$e(y, t) = \begin{cases} E_s \text{ch}^{-1}[\tau_s^{-1}(t - y/v)], & \alpha_3 \beta > 0, \\ E_s \text{th}[\tau_s^{-1}(t - y/v)], & \alpha_3 \beta < 0, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\beta_n = \left(\frac{\partial}{\partial \omega} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial k} \right)^n Y(\omega, k) |_{\omega=\Omega, k=Q}.$$

При $j=1, n=4$ учет нелинейности третьей степени и дисперсионных членов разложения четвертого порядка дисперсионное уравнение и уравнение для определения скорости солитонов взаимосвязаны и решаются совместно



$$Y(\Omega, Q) = \frac{\Omega \beta_1}{2}, \quad \beta_3 = \frac{\Omega}{2} \beta_4, \quad (13)$$

Частотные характеристики параметров солитонов поверхностных волн ($j=1, n=2$).

1 — скорость v ; 2 — параметр $s = 4\pi\alpha_3 \times (\tau_s E_s)^2$, определяющий $\tau_s(E_s)$; 3 — волновое число.

амплитуда E_s и длительность τ_s определяются соотношениями

$$E_s = \left(\frac{\beta_1 c^2}{4\pi\alpha_3 \omega} \right)^{1/2}, \quad \tau_s^{-2} = \frac{\beta_1 \omega^2}{\beta_2 \omega + \beta_1}. \quad (14)$$

Таким образом, при учете дисперсионных слагаемых четвертого порядка возможно получение нескольких решений (13) (до четырех), соответствующих мультистабильным состояниям, которые ранее отмечались при учете нелинейных слагаемых третьего и пятого порядков [12]. Следовательно, особенности дисперсионных характеристик могут аналогично нелинейным характеристикам обеспечивать мультистабильные состояния.

При $j=2, n=6$ учет нелинейности пятой степени и дисперсионных членов разложения шестого порядка дисперсионное уравнение и уравнение для определения скорости v также взаимосвязаны

$$Y(\Omega, Q) - \frac{\beta_2}{2! \tau_s^2} + \frac{\beta_4}{4! \tau_s^4} - \frac{\beta_6}{6! \tau_s^6} = 0, \quad \beta_5 = \frac{\Omega}{3} \beta_6. \quad (15)$$

Амплитуда E_s и длительность τ_s определяются соотношениями

$$\beta = 3\pi\omega\alpha_5 E_s^4 + 4\pi\omega\alpha_3 E_s^2, \quad \tau_s^{-2} = 2 \frac{\beta_3}{\beta_5} - 2 \sqrt{\frac{72\pi\omega\alpha_3^2}{5\alpha_5\beta_5}}. \quad (16)$$

Решение имеет вид (12) (первое соотношение при $\beta_5 \alpha_5 > 0$; второе, если $\beta_5 \alpha_5 < 0$). По сравнению с предыдущим случаем число решений, соответствующих различным состояниям, возрастает. Аналогично может быть рассмотрен случай нелинейности седьмого порядка при $n=8$ и т. д. Если нелинейность может быть описана в рамках двухуровневого прибли-

жения [1, 2], то нелинейные волны позволяют провести спектроскопические исследования поверхности нелинейной среды [6, 7].

Таким образом, строгий учет краевых условий в задачах распространения волн в структурах на подложках с малой нелинейностью позволяет свести проблему к исследованию нелинейного интегродифференциального уравнения, ранее не рассмотренного. Аналитическое исследование частных случаев позволяет получить ранее использовавшееся для описания подобных структур НУШ, оценить условия возможности его использования, а также обобщения НУШ. Параметры солитонов структуры меняются в широких пределах, могут эффективно управляться постоянными магнитными и электрическими полями. Влияние высших нелинейных и дисперсионных членов разложения сводится к возможности образования мультистабильных состояний.

Список литературы

- [1] Солитоны / Под ред. Р. Буллафа, Ф. Кодри. М.: Мир, 1983.
- [2] Агранович В. М., Адамашвили Г. Т., Рупасов В. И. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 5. С. 1746.
- [3] Ахмедиев Н. Н. // ЖЭТФ. 1982. Т. 56. С. 299.
- [4] Агранович В. М., Бабиченко В. С., Черняк В. Я. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 32. С. 512.
- [5] Boardman A. D., Egan P. // J. de Physique Coll. 45, 1984. P. 291.
- [6] Агранович В. М., Рупасов В. И., Черняк В. Я. // ФТТ. 1982. Т. 24. № 10. С. 2992.
- [7] Глуценко А. Г. // Радиофизика. 1987. Т. 30. № 4. С. 536.
- [8] Анфиногенов В. Б., Вербицкая Т. Н., Гуляев Ю. В. и др. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. № 15. С. 538.
- [9] Анфиногенов В. Б., Вербицкая Т. Н., Гуляев Ю. В. и др. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 3. С. 494.
- [10] Гримальский В. В., Кошева С. В. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. № 17. С. 1070.
- [11] Глуценко А. Г. // Радиофизика. 1981. Т. 24. № 3. С. 358.
- [12] Kaplan A. E. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. N 12. P. 1291.

Куйбышевский
электротехнический институт связи

Поступило в Редакцию
18 апреля 1990 г.
В окончательной редакции
19 сентября 1990 г.