

ных ( $\sim 80^\circ$ ) и теоретических ( $\sim 26.6^\circ = \arctg(1/2)$ ) кривых указывает, что рассмотренный выше простейший механизм не реализуется. Выяснение конкретной природы этого механизма требует специального исследования, как экспериментального, так и теоретического. Здесь мы ограничимся лишь чисто феноменологическими соображениями.

Стационарное токовое состояние двусвязного сверхпроводника (рис. 1, вставка) характеризуется двумя параметрами: 1) током  $I$ , созданным внешним источником тока; 2) кольцевым током  $I_x$  (строго говоря, циркуляцией градиента фазы по внутреннему контуру кольца). Область параметров ( $I, I_x$ ),<sup>1</sup> в которой токовые состояния стационарны (рис. 3), ограничена кривой  $I_x = f(I)$  (линия  $PBQ$ ). Как и прежде (рис. 2), зависимость кольцевого тока  $I_x$  от  $I$  дается ломаной  $ABQ$ . Можно сказать, что полученные в работе экспериментальные данные дают информацию для построения части кривой  $f(I)$ , которая отсекается горизонталью  $I_x = 7$  А, в этой области зависимость  $f(I)$  близка к линейной.

Проведенное исследование указывает на возможность плавного уменьшения незатухающего кольцевого тока пропусканием поперечного тока  $I$ . Вполне реальным также представляется возбуждение кольцевого тока  $I_x$  следующей процедурой: внутрь кольца вводится соленоид, затем пропускается импульс тока  $I$  такой амплитуды, чтобы разрушить диамагнитный кольцевой ток, индуцированный полем соленоида. В результате этого поле соленоида проникает внутрь кольца. Выключая соленоид после приложения импульса поперечного тока, получим кольцо с «замороженным» потоком, т. е.  $I_x \neq 0$ .

Обнаруженная в работе возможность управлять величиной кольцевого незатухающего тока может представлять интерес для приложений.

#### Список литературы

- [1] Шельх А. И. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 6. С. 1820—1824.
- [2] Шельх А. И., Кудинов Е. К., Степанова М. И., Смирнов И. А. // Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. № 16. С. 32—35.
- [3] Миронов Э. Г., Гижевский Б. А., Чеботарев Н. М. // Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. № 24. С. 51—54.
- [4] Сан-Жам Д., Сарма Г., Томас Е. Сверхпроводимость второго рода. М.: Мир, 1970. 364 с.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
3 октября 1990 г.  
В окончательной редакции  
13 декабря 1990 г.

УДК 530.0.98;535.41;537.312.62

© Физика твердого тела, том 33, № 5, 1991  
Solid State Physics, vol. 33, N 5, 1991

## ФАКТОР ДИНГЛА В ЭФФЕКТЕ ДЕ ГААЗА—ВАН АЛЬФЕНА И МЕТОД КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ

С. Т. Павлов, И. С. Пивоваров

1. Почти периодическая осцилляционная зависимость плотности энергетических состояний  $\rho(\epsilon)$  от  $\mathbf{H}$  в случае вырождения носителей заряда является причиной осцилляций термодинамических и кинетических свойств твердых тел в магнитном поле  $\mathbf{H}$  [1]. Хотя природа этих эффектов сугубо квантовая, макроскопический характер наблюдаемых явлений

<sup>1</sup> Эта область определяется условием термодинамической устойчивости относительно внешнего параметра  $I$  и условием метастабильности кольцевого тока  $I_x$ .

указывает на необходимость их рассмотрения как макроскопической квантовой интерференции. Это связано с тем, что коллективное движение электронов поверхности Ферми (ПФ) в плоскости, перпендикулярной однородному полю  $\mathbf{H}$ , порождает почти классическое бозонное поле. Представляется, что естественным языком для описания электронов ПФ в магнитном поле являются когерентные состояния, как наиболее близкие к классическим [2]. Ниже показано, что использование представления когерентных состояний позволяет легко вычислить пропагатор осцилляторного движения электрона Ландау с учетом затухания и получить правильный вид фактора Дингла в выражениях для амплитуд осцилляций плотности энергетических состояний  $\rho(\varepsilon)$  и термодинамического потенциала  $\Omega_H$ . В целях упрощения изложения рассматривается эллипсоидальная ПФ.

2. Вслед за [3, 4] воспользуемся двумерными когерентными состояниями  $|\alpha, \beta\rangle$ , определяемыми, согласно [3, 5], как

$$\hat{a}|\alpha, \beta\rangle = \alpha|\alpha, \beta\rangle, \quad \hat{b}|\alpha, \beta\rangle = \beta|\alpha, \beta\rangle, \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{l_L}(x - x_0 + i(y - y_0)), \quad \beta = \frac{1}{l_L}(y_0 + ix_0), \quad l_L = \sqrt{\frac{\hbar}{m_H^* \omega_L}} = \left[ \frac{2ch}{eH} \right]^{1/2},$$

$\omega_L^* = eH/2m_H^*c$  — частота Лармора;  $m_H^*$  — циклотронная эффективная масса электрона;  $x, y'$  — координаты центра гауссова пакета в плоскости  $(x, y)$ ;  $x_0, y_0$  — координаты центра орбиты;  $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$ ;  $\mathbf{A} = (-1/2Hy, 1/2Hx, 0)$ . Выбор симметричной калибровки  $\mathbf{A}$  приводит к тому, что движение электрона в плоскости  $(x, y)$  описывается при помощи двух связанных одномерных осцилляторов с частотами  $\omega_L$ .

Запишем плотность энергетических состояний  $\rho(\varepsilon) = \text{Sp } \delta(\varepsilon - \hat{\mathcal{H}})$  в виде интеграла Фурье

$$\rho(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\varepsilon t/\hbar} dt \left\{ \int \frac{d^2\alpha d^2\beta}{\pi^2} \sum_{p_x} \sum_{\sigma_x} \langle \alpha, \beta, p_x, \sigma_x | e^{-i\hat{\mathcal{H}}t/\hbar} | \alpha, \beta, p_x, \sigma_x \rangle \right\}. \quad (2)$$

Представим гамильтониан электрона Ландау в виде  $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_1 + \hat{\mathcal{H}}_1 + \hat{\mathcal{H}}_{sp}$ , где  $\hat{\mathcal{H}}_1$  описывает осцилляторное движение в плоскости  $(x, y)$ ,  $\hat{\mathcal{H}}_1$  — свободное распространение вдоль оси  $z$ , а  $\hat{\mathcal{H}}_{sp}$  — спиновая часть. Воспользовавшись моделью связанных осцилляторов [6] для описания затухания, можно показать, что (без учета нулевых колебаний)

$$G(\alpha_2, t; \alpha_1, 0) = -ie^{-i(|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)/2} e^{i\alpha_2^* \alpha_1} \exp(-2i(\omega_L - 2(\varepsilon))t), \quad (3)$$

где  $\Sigma(\varepsilon) = \Delta(\varepsilon) + i\Gamma(\varepsilon)$  — комплексный массовый оператор. Будем полагать, что в первом приближении  $\Sigma = \text{const}$ . Учитывая связь между интегралом перекрытия и стационарным пропагатором [7], можно показать, что

$$\rho(\varepsilon) = \frac{L_x \sqrt{m^* \Phi}}{i(\hbar)^{3/2} \Phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\exp(i(\varepsilon + \Delta)t/\hbar) \cos(\mu_B^* Ht/\hbar)}{(it)^{1/2} \sin(\omega_L t) \text{ch}(\Gamma t)}, \quad (4)$$

где  $\Phi = L_x L_y H$ ;  $\Phi_0 = (ch)/e$  — квант магнитного потока [8];  $L_x, L_y, L_z$  — размеры образца;  $m^*$  — эффективная масса;  $\mu_B^* = e\hbar/2m^*c$ ;  $m^{**} = 2m/g^*$ ;  $g^*$  — эффективный фактор спектроскопического расщепления. При получении последнего выражения  $t$  предполагалось комплексным и учитывалось, что  $\Delta \ll \omega_L$ ,  $|\Gamma t| \ll 1$ ,  $|\Delta t| \ll 1$  и  $\text{Im}(\omega_L t) \ll -1$  (что физически соответствует условиям эксперимента).

Деформируя контур интегрирования в соответствии с рис. 1, видим, что  $\rho(\varepsilon)$  состоит из двух частей

$$\rho(\varepsilon) = \rho_0(\varepsilon) + \bar{\rho}(\varepsilon). \quad (5)$$

Слагаемое  $\bar{\rho}(\varepsilon)$ , обусловленное суммированием по полюсам  $t_k = (\pi/\omega_L)k$  ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ), периодически зависит от  $1/H$ . Оно описывает осцилляционные эффекты в сильных полях. При  $H \rightarrow 0$  остается лишь вклад от разреза, т. е.  $\rho_0(\varepsilon)$ . Интегрируя, получаем

$$\rho_0(\varepsilon) = (8\pi V/\hbar^3) \sqrt{m^*} m_H^* \sqrt{2\varepsilon} \quad (\Delta = 0, |t| < \infty, \Gamma \ll \omega_L),$$

$$\bar{\rho}(\varepsilon) = \frac{4V}{\hbar^2} \left(\frac{\pi H}{\Phi_0}\right)^{1/2} \sqrt{2m^* m_H^*} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cos(\pi k m_H^*/m^{**})}{(k)^{1/2} \operatorname{ch}(\pi \Gamma k/\omega_L)} \cos\left(\frac{\pi(\varepsilon + \Delta)k}{\hbar\omega_L} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (6)$$

3. Рассмотрим термодинамический потенциал  $\Omega_H$  [9]

$$d\Omega_H = -SdT - pdV - Nd\mu - M_{\parallel}dH, \quad (7)$$

где  $N$  — полное число частиц,  $\mu$  — энергия Ферми,  $M_{\parallel}$  — составляющая магнитного момента  $M$  вдоль  $\mathbf{H}$ . Можно показать, что

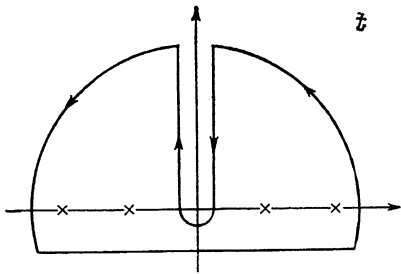


Рис. 1. Контур интегрирования к формуле (4).

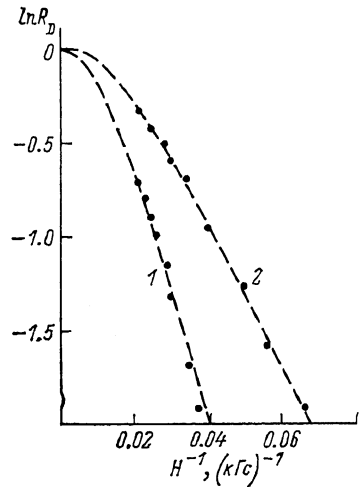


Рис. 2. Графики Дингла для осцилляций в  $\text{Cu} \langle 111 \rangle$ , обзаванных орбитам на «пупе» (1) и на «шейке» (2).

Точки — эксперимент [12], штриховая линия — расчет по формуле (10).

$$\Omega_H = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\varepsilon) \mathcal{G}(\mu - \varepsilon) d\varepsilon, \quad \mathcal{G}(\mu - \varepsilon) = -T \ln(1 + \exp((\mu - \varepsilon)/T)), \quad (8)$$

(здесь и ниже  $T$  — температура в единицах энергии). Для нахождения  $\Omega_H$  применим к свертке (8) обратное Фурье-преобразование и воспользуемся результатами предыдущего раздела и [10]. Таким образом, сводим (8) к интегралу, аналогичному (4), и находим, что  $\Omega_H = \Omega_{H0} + \tilde{\Omega}_H$ ,

где

$$\Omega_{H0} = -\frac{32\pi}{15} \frac{\sqrt{2m^*} m_H^*}{\hbar^3} V \mu^{5/2} \left\{ 1 - \frac{5}{8} \left(\frac{\hbar\omega_L}{\mu}\right)^2 + \frac{5}{8} \left(\frac{\pi\Gamma}{\mu}\right)^2 + \frac{15}{16} \left(\frac{\hbar\Gamma}{\mu}\right)^2 + \frac{15}{8} \left(\frac{\mu_B^* H}{\mu}\right)^2 \right\},$$

$$\tilde{\Omega}_H = \left(\frac{2m^*}{\pi m_H^*}\right)^{1/2} VT \left(\frac{H}{\Phi_0}\right)^{3/2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cos(\pi k m_H^*/m^{**})}{(k)^{3/2} \operatorname{sh}(\pi^2 T k/\hbar\omega_L) \operatorname{ch}(\pi \Gamma k/\omega_L)} \cos\left(\frac{\pi(\mu + \Delta)k}{\hbar\omega_L} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (9)$$

Если  $\tilde{\Omega}_{H0}$  незначительно отличается от известного результата [1], то выражение для  $\tilde{\Omega}_H$  (как и для  $\tilde{\rho}(\epsilon)$ ) содержит существенно новый множитель  $R_D = (\text{ch}(\pi\Gamma k/\omega_L))^{-1}$ , характеризующий уменьшение осцилляций вследствие затухания.

4. Введем параметр размерности температуры  $X = \hbar\Gamma/\pi$ . Тогда получаем

$$R_D = (\text{ch}(\pi^2 X k / \hbar\omega_L))^{-1}. \quad (10)$$

При  $H < \pi^2 \mu_B^{-1} X$  можно записать  $R_D \approx 2 \exp(-\pi^2 X k / \hbar\omega_L)$ . Это выражение имеет вид хорошо известного фактора Дингла [11]. Однако при  $H \geq 1.6 \times 10^5$  Гс график Дингла (т. е. функция  $f(1/H) = -\ln \text{ch}(\pi^2 X / \hbar\omega_L)$ ) становится существенно нелинейным в отличие от «классического» случая [11]. Используя значения  $R_D$ , полученные для Cu <111> [12], определяем  $X$  по формуле (10). Экспериментальные точки для орбит «шейки» ( $m_H^* = 0.45m$ ) и «пуза» ( $m_H^* = 1.38m$ ) хорошо ложатся на теоретические графики Дингла со значениями параметра  $X$ , равными 0.60 и 0.33 К соответственно (рис. 2). Полученные результаты имеют ясный физический смысл. В [12] описаны исследования, в которых изучалось рассеяние на дислокациях, следовательно, можно полагать, что длина пробега электрона между столкновениями  $l \sim (D)^{1/2}$  ( $D$  — плотность дислокаций) и является одинаковой для электронов «шейки» и «пуза». Нетрудно заключить, полагая закон дисперсии параболическим, что для двух различных экстремальных орбит справедливо соотношение

$$X_1/X_2 = [m_{H2}^*/m_{H1}^*]^{1/2}, \quad (11)$$

которое приближенно выполняется для полученных значений  $X$ .

5. Использование метода когерентных состояний позволяет получить известный результат (9) и одновременно уточнить вид фактора Дингла. Изложенную процедуру отличают физическая ясность и значительное упрощение вычислений по сравнению с традиционным подходом, основанным на использовании фоковских состояний [1], при котором учет рассеяния сопряжен с определенными трудностями. Полученные в настоящей работе результаты могут быть легко обобщены в духе теории Онзагера—Лифшица—Косевича на случай произвольного энергетического спектра электронов.

#### Список литературы

- [1] Абрикосов А. А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. Гл. 10.
- [2] Cafruthers P., Nieto M. M. // Rev. Mod. Phys. 1968. V. 40. N 2. P. 411—440.
- [3] Малкин И. А., Манько В. И. // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. № 3 (9). С. 1014—1025.
- [4] Feldman A., Kahn A. H. // Phys. Rev. B. 1970. V. 1. N 12. P. 4584—4589.
- [5] Glauber R. J. // Phys. Rev. 1963. V. 131. N 6. P. 2766—2788.
- [6] Gordon J. P., Walker L. R., Louisell W. H. // Phys. Rev. 1963. V. 130. N 2. P. 806—812.
- [7] Грановский Я. И., Димашко Ю. А. // Укр. физ. журн. 1975. Т. 68. № 9. С. 1456—1459.
- [8] London F. Superfluids. N. Y.: John Wiley & Sons, 1950. V. 1. P. 152.
- [9] Боголюбов Н. Н. (мл.), Ермилов А. Н., Курбатов А. М. Введение в аналитический аппарат статистической механики. Киев: Наукова думка, 1988. Гл. 1.
- [10] Румер Ю. Б. // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. № 18. С. 1081—1095.
- [11] Dingle R. B. // Proc. Roy. Soc A. 1952. V. 211. N 1107. P. 517—525.
- [12] Shoenberg D. Magnetic oscillations in metals. Cambridge: Cambridge University Press, 1984. § 8.4. (Русский перевод: Шенберг Д. Магнитные осцилляции в металлах. М.: Мир, 1986).

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
19 декабря 1990 г.