УДК 539.143.43

ПЛОЩАДЬ ЯДЕРНОГО СПИНОВОГО ЭХА В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

С. А. Моисеев, В. И. Цифринович

Получено простое аналитическое выражение для площади сигналов спинового эха. Найденное соотношение может быть использовано для определения коэффициента усиления ЯМР в ферромагнетиках. Рассмотрена модификация полученного выражения с учетом неоднородности коэффициента усиления.

Хорошо известно, что если длительность возбуждающих импульсов τ_i мала по сравнению с обратной полушириной магнитного резонанса $1/\Gamma$, амплитуда сигналов хановского эха выражается через простые тригонометрические функции от безразмерной площади импульсов α_i

$$\alpha_i = \gamma \int h_i(t)\,dt. \tag{1}$$

Например, амплитуда двухимпульсного эха (с учетом фазы) описывается выражением [1]

$$A = -\sin\alpha_1 \sin^2(\alpha_2/2). \tag{2}$$

(Предполагается, что поле резонансных импульсов направлено вдоль оси x вращающейся системы координат, тогда усредненная поперечная компонента намагниченности антипараллельна оси y). При возбуждении эха импульсами произвольной длительности его амплитуда существенно зависит от формы импульсов и описывается сложными интегральными выражениями. Даже в простейшем случае двух прямоугольных импульсов такие расчеты проводятся численными методами [2]. Основная цель настоящей работы — обратить внимание экспериментаторов на тот факт, что площадь эха Θ, которая может быть измерена при когерентном возбуждении и фазовом детектировании, в любом случае выражается через амплитуду соответствующего сигнала A от коротких импульсов. Работа стимулирована теоретическими исследованиями площади фотонного эха [3, 4].

Уравнения движения спинов без учета релаксации запишем в виде [5]

$$\dot{s} + i\delta s = i\gamma h(t)\,m,$$
$$\dot{m} = {}^1/_2\, i\gamma h(t)\,s + \text{к. с.} \tag{3}$$

Здесь $s=u+iv$; u, v, m — декартовы координаты безразмерной намагниченности во вращающейся системе координат; δ — расстройка между частотой прецессии спинов и частотой импульсов. В качестве простейшего примера рассмотрим двухимпульсное эхо, которое в общем случае описывается следующим слагаемым в выражении для s [5]:

$$s_E(\delta,\ t) = a(\delta)\exp[-i\delta(t-\tau)]. \tag{4}$$

Здесь величина $a(\delta)=a'+ia''$ определяется параметрами возбуждающих импульсов, τ — временно́й интервал между ними, время t отсчитывается от момента выключения второго импульса.

Если τ_i достаточно малы ($\tau_i \ll 1/\Gamma$), то $a(\delta)$ в выражении (4) заменяется на $a(0)=iA$, где A — амплитуда эха от коротких импульсов (2). Отметим, что $v(\delta)$ — четная, а $u(\delta)$ — нечетная функции. Поэтому форма эха задается выражением

$$\bar{v}_E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta) v_E(\delta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta)[a''(\delta)\cos\delta(t-\tau) - a'(\delta)\sin\delta(t-\tau)]. \tag{5}$$

Здесь черта над v_E означает усреднение с симметричной функцией распределения $g(\delta)$. Интегрируя $v_E(t)$ по t на интервале $(0, 2\tau)$, найдем площадь эха

$$\Theta = 2\int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta) a''(\delta)\sin\delta\tau/\delta. \tag{6}$$

Характерный масштаб изменения функции $a''(\delta)$ имеет порядок $1/\tau_i$, аналогичная величина для $g(\delta)$ есть Γ. Учитывая, что $1/\tau \ll 1/\tau_i$, Γ, получим

$$\Theta \simeq 2\pi g(0) a''(0) = 2\pi g(0) A. \tag{7}$$

Отсюда видно, что площадь эха при любых соотношениях между τ_i^{-1}, $h_i\gamma$ и Γ выражается через амплитуду эха от коротких импульсов.

Ясно, что аналогичные рассуждения можно провести не только для двухимпульсного, но и для всякого другого сигнала эха. В любом случае площадь Θ выражается через амплитуду соответствующего эха от коротких импульсов по формуле (7). Легко проверить, в частности, что это соотношение выполняется для всех сигналов эха $\bar{v}_E(t)$, рассчитанных в [1, 5]. Отметим, что величину A нетрудно записать для любого эха при воздействии произвольного числа коротких импульсов [5].

Рассмотрим теперь конкретно ядерное двухимпульсное эхо в магнитоупорядоченных средах. В этом случае общее выражение (7) по-прежнему сохраняется, но в формуле (2) следует учесть коэффициент усиления ЯМР η [6]

$$A = -\eta\sin(\eta\alpha_1)\sin^2(\eta\alpha_2/2). \tag{8}$$

Если $\tau_i \ll 1/\Gamma$, амплитуда эха максимальна (по модулю) при

$$\eta\alpha_1 = \pi/2, \quad \eta\alpha_2 = \pi. \tag{9}$$

Эти условия удобно использовать для определения η. Обычно в магнетиках Γ достаточно велико, поэтому в реальных экспериментах неравенство $\tau_i \ll 1/\Gamma$, как правило, не выполняется. В этом случае, как следует из (7), (8), для определения η следует измерять не амплитуду, а площадь эха, так как максимальная площадь Θ достигается при выполнении условий (9) независимо от соотношения между параметрами τ_i^{-1}, $h\gamma$ и Γ.

В заключение обсудим ситуацию, когда коэффициент усиления ЯМР неоднородно уширен с функцией распределения $f(\eta)$. В этом случае измеряемая площадь эха $\langle\Theta\rangle$ описывается выражением

$$\langle\Theta\rangle = \int_0^{\infty} d\eta f(\eta)\Theta(\eta). \tag{10}$$

Ясно, что $\langle\Theta\rangle$, так же как и Θ, выражается только через площади возбуждающих импульсов. Для простых функций распределения $f(\eta)$ нетрудно получить аналитические формулы, описывающие эту зависимость. Полагая, например,

$$f(\eta) = (2/\pi\sigma^2)^{1/2}\exp(-\eta^2/2\sigma^2), \tag{11}$$

находим

$$\langle\Theta\rangle=(\pi/2)\,g(0)\,\sigma^2[-2\alpha_1\exp(-\alpha_1^2\sigma^2/2)+\alpha_+\exp(-\alpha_+^2\sigma^2/2)+\alpha_-\exp(-\alpha_-^2\sigma^2/2)],$$
$$\alpha_\pm=\alpha_1\pm\alpha_2. \qquad (12)$$

Обсудим полученное выражение для некоторых простых ситуаций. Отметим прежде всего, что формула (12) существенно асимметрична относительно величин α_1 и α_2. Если $\alpha_1\gg\alpha_2$, σ^{-1}, площадь эха экспоненциально мала. При $\alpha_2\gg\alpha_1$, $\sigma^{-1}\langle\Theta\rangle$ приближенно описывается первым слагаемым в (12). В этом случае при малых α_1 величина $|\langle\Theta\rangle|$ пропорциональна α_1, при $\alpha_1=\sigma^{-1}$ она достигает максимального значения

$$|\langle\Theta\rangle|=\Theta_0=\pi e^{-1/2}\sigma g(0), \qquad (13)$$

а при дальнейшем увеличении α_1 экспоненциально быстро стремится к нулю.

Далее рассмотрим выражение для $\langle\Theta\rangle$, когда площади импульсов одинаковы $(\alpha_1=\alpha_2=\alpha)$

$$\langle\Theta\rangle=-\pi g(0)\,\sigma^2\alpha\exp(-\alpha^2\sigma^2/2)[1-\exp(-3\alpha^2\sigma^2/2)]. \qquad (14)$$

В этом случае величина $|\langle\Theta\rangle|$ с ростом α вначале увеличивается как α^3, при $\alpha=\sigma^{-1}$ достигает максимального значения $\sim\Theta_0$ и, наконец, при дальнейшем увеличении α экспоненциально быстро уменьшается. Если площади α_1 и α_2 слабо различаются между собой ($\alpha_-\ll\alpha_1,\alpha_2$), ситуация существенно изменяется. В этом случае при α_1, $\alpha_2\gg\sigma^{-1}$ площадь эха приближенно описывается последним слагаемым в (12). Видно, что знак площади при этом совпадает со знаком разности α_-. Величина $|\langle\Theta\rangle|$ с ростом $|\alpha_-|$ вначале увеличивается пропорционально $|\alpha_-|$, достигает максимального значения $\Theta_0/2$ при $|\alpha_-|=\sigma^{-1}$ и только после этого быстро стремится к нулю.

По-видимому, измеряя экспериментально зависимость $\langle\Theta\rangle$ от α_i для простых ситуаций, описанных выше, можно определить вид $f(\eta)$ и характерный параметр неоднородности (в нашем случае σ). В частности, для рассмотренной здесь гауссовой функции $f(\eta)$ при больших значениях α_i (когда при $\alpha_1=\alpha_2$ площадь эха пренебрежимо мала) зависимость $\langle\Theta\rangle$ от разности α_- должна удовлетворять простому соотношению

$$\ln(\langle\Theta\rangle/\alpha_-)=\mathrm{const}-(\sigma^2/2)\,\alpha_-^2. \qquad (15)$$

В заключение отметим, что в работах [7, 8] экспериментально исследована форма двухимпульсного эха в ферромагнетиках с использованием фазового детектирования сигналов. Для описания экспериментов в [8] проведены численные расчеты с учетом неоднородности коэффициента усиления. К сожалению, в этих статьях вопрос о площади эха не обсуждается, поэтому сравнение с нашими результатами не представляется возможным.

Список литературы

[1] Лёше А. Ядерная индукция. М., 1963. 684 с.
[2] Kunitomo M., Kaburagi M. // Phys. Rev. A. 1984. V. 29. N 1. P. 207—216.
[3] Hahn E. L., Shiren N. S., McCall S. L. // Phys. Lett. 1971. V. 37A. N 3. P. 265—267.
[4] Моисеев С. А. // Опт. и спектр. 1987. Т. 62. № 2. М. 302—311.
[5] Цифринович В. И. Расчет сигналов эха. Новосибирск, 1986. 112 с.
[6] Туров Е. А., Петров М. П. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. М., 1969. 260 с.
[7] Kinnear R. W. N., Campbelle S. J., Chaplin D. H. // Phys. Lett. 1980. V. 76A. N 34. P. 311—314.
[8] Fowler P. K., Creagh P. C., Kinnear R. W. N., Wilson G. V. H. // Phys. Stat. Sol. (a). 1985. V. 92. N 2. P. 545—553.

Казанский физико-технический институт
им. Е. К. Завойского
Институт физики им. Л. В. Киренского
СО АН СССР
Красноярск

Поступило в Редакцию
7 декабря 1990 г.