ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В ТВЕРДОМ РАСТВОРЕ He^3—He^4

М. З. Арутюнян, Г. А. Варданян, А. С. Саакян

Показано, что в слабом твердом квантовом растворе He^3—He^4 во внешнем однородном магнитном поле возможен фазовый переход 2.5 рода, сопровождающийся аномальным поведением теплоемкости, магнитной восприимчивости системы, а также коэффициента диффузии примесей He^3.

1. Известно, что в кристаллах всегда существует определенное число точечных дефектов N. В соответствии с законом Аррениуса

$$N \sim \exp(-\varepsilon_0/T),$$

ε_0 — энергия активации данного типа дефектов. Таким образом, при $T=0$ кристалл оказывается идеальным. Эта ситуация имеет место для подавляющего большинства кристаллов, у которых энергия активации положительна. В природе существует, однако, небольшое число кристаллов, например He^3, He^4 и их твердые растворы, в которых дефекты из-за квантового туннелирования делокализуются, превращаясь в своеобразные зонные квазичастицы—вакансионы, примесоны и т. д. [1, 2]. Более того, когда амплитуда туннелирования достаточно велика, дно соответствующей дефектонной энергетической зоны, понижаясь, может пересечь нулевой уровень, и тогда энергия рождения (активации) соответствующего дефекта в кристалле станет отрицательной. Ясно, что в подобной ситуации должна произойти перестройка основного состояния кристалла. Структура этого основного состояния зависит от статистики соответствующих дефектонов. Так, в случае Ферми-дефектонов происходит заполнение Ферми-сферы [1]. Кристалл с такими «нулевыми дефектонами» должен обладать рядом интересных свойств. К сожалению, нулевые дефектоны до сегодняшнего дня обнаружены не были.

В настоящей работе предлагается метод, который позволит ответить на вопрос, существуют ли нулевые Ферми-дефектоны. Рассматривается твердый раствор He^3—He^4, содержащий малую концентрацию нулевых вакансий. Атомы примеси He^3 туннелируя с узла на узел за счет обмена местами с этими вакансиями сами превращаются в нулевые Ферми-дефектоны. Пусть кристалл помещен в постоянное однородное магнитное поле. Тогда из-за зеемановского взаимодействия Ферми-дефектонная зона расщепляется на две: если в отсутствие магнитного поля были заняты состояния от ε_0 ($\varepsilon_0 > 0$) до 0, то теперь — от $E_0=-\varepsilon_0 \pm \gamma H$ до 0, где γ — ядерный магнитный момент He^3, H — напряженность магнитного поля. Рост напряженности поля приводит к тому, что при $H_c=\varepsilon_0/\gamma$ одна из энергетических зон «схлопывается» — происходит уничтожение поверхности Ферми, соответствующей дефектонам со спинами, направленными против поля. Последнее является фазовым переходом Лифшица 2.5 рода и, как будет показано ниже, сопровождается аномальным поведением различных физических величин. Для наблюдения этих аномалий нужно работать в области очень низких температур и сильных магнитных полей.

Учитывая, что $m^* = \hbar/2a^2\Delta$, где m^* — эффективная масса дефектона, a — постоянная решетки He^4, Δ — ширина дефектонной зоны, для H_c получаем

$$H_c = (\varepsilon_0/\Delta)(\hbar c/2\,|e|\,a^2). \tag{1}$$

Полагая в (1) $a \approx 4\cdot 10^{-8}$ см, $\Delta \sim 10$ К (20—50 К) (делокализация примеси He^3 происходит вследствие обмена с нулевой вакансией), $\varepsilon_0 \sim 10^{-3} \div 10^{-2}$ К (при ширине примесонной зоны $\Delta = 50$ К эта область значений ε_0 соответствует концентрации нулевых вакансий $x_v \sim 10^{-5} \div 10^{-4}$), получаем $H_c \sim 10^2 \div 10^3$ Э. Область температур, где наиболее четко должен наблюдаться переход, определяется из условия сильного вырождения примесонного газа.

Концентрацию примеси He^3 будем считать настолько малой, что ферромагнитный переход не может «опередить» указанные здесь эффекты.

2. Сделанное выше предположение о малости концентрации нулевых дефектонов позволяет считать, что в нулевом приближении дефектонная подсистема представляет собой сильно вырожденный идеальный Ферми-газ, свободная энергия которого [3]

$$F = \sum_{\sigma = \pm 1/2} \int \nu_\sigma(\varepsilon) \ln(1 + e^{-\varepsilon/T})\, d\varepsilon, \tag{2}$$

где $\nu_\sigma(\varepsilon)$ — плотность состояний дефектонов с определенной ориентацией спина (по и против магнитного поля).

В дальнейшем мы рассмотрим вклад в F состояний, соответствующих дефектонам со спинами, направленными против магнитного поля. Аномальное поведение физических величин возникает именно из-за этого вклада.

Как было сказано в начале статьи, мы рассматриваем область очень низких температур, когда возбуждены низколежащие дефектонные состояния с квадратичным законом дисперсии

$$\varepsilon(k) = -E_0 + {}^1/_2\,\Delta(ak)^2$$

и с плотностью состояний

$$\nu(\varepsilon) = (1/\pi^2\Delta)\sqrt{(E_0 + \varepsilon)/2\Delta}. \tag{3}$$

После элементарных преобразований выражения (2) с учетом (3) получим

$$F = F_0 + \Delta F,$$

$$F_0 = -\frac{2^{3/2}\gamma^{5/2}}{15}\frac{\Delta}{\pi^2}\left(\frac{H_c - H}{\Delta}\right)^{5/2},$$

$$\Delta F = -\frac{1}{6\Delta}\left[\frac{\gamma(H_c - H)}{2\Delta}\right]^{1/2} T^2, \tag{4}$$

F_0 — вклад в энергию (свободную энергию) основного состояния, ΔF — вклад от области размытия Ферми-поверхности.

Восприимчивость системы

$$\chi = \chi_0 + \Delta\chi,$$

$$\chi = \frac{\gamma^{5/2}}{2^{1/2}\pi^2}\left(\frac{H_c - H}{\Delta}\right)^{1/2},$$

$$\Delta\chi = -\frac{\gamma^{1/2}T^2}{2^{5/2}\Delta^{3/2}(H_c - H)^{3/2}}. \tag{5}$$

Из выражений (5) следует, что при конечных температурах переход размывается.

Теплоемкость системы

$$C_V = \left(\frac{1}{3\Delta}\right)[\gamma(H_c - H)/2\Delta]^{1/2}\, T. \tag{6}$$

Из (5), (6) следует, что восприимчивость при $T=0$ и коэффициент в теплоемкости повторяют ход плотности состояний, следовательно, их производная по магнитному полю обладает корневой особенностью

$$\frac{\partial}{\partial H}\left\{\begin{array}{l}\chi_0\\ \dfrac{C_V}{T}\end{array}\right. \sim (H_c-H)^{-1/2}. \qquad (7)$$

3. Несмотря на малость концентрации нулевых дефектонов, учет их взаимодействия, в частности взаимного рассеяния, важен по той причине, что оно меняет характер особенностей физических величин. Здесь будут рассмотрены лишь процессы s-рассеяния дефектонов с антипараллельными спинами, находящихся вблизи «своих» Ферми-поверхностей. Соответствующие Ферми-квазиимпульсы равны

$$k_F^{(1,2)} = (1/a)\sqrt{\gamma(H_c \mp H)/\Delta}. \qquad (8)$$

Будем считать, что взаимное рассеяние дефектонов происходит на потенциале «непроницаемости»

$$V(\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_2) = V_0\delta_{\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2},$$

где $\mathbf{R}_{1,2}$ — радиус-векторы узлов решетки. Такой выбор потенциала взаимодействия запрещает двум дефектонам одновременно находиться в одном узле решетки.

Процесс рассеяния описывается уравнением Лифшица, и его решение, соответствующее рассеянной волне, имеет следующий вид [4]:

$$\psi = \tau V_0\left(\frac{a}{2\pi}\right)^3 e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{R}}\int\frac{e^{2i\mathbf{qR}}d^3q}{L(\mathbf{k}_0,\mathbf{Q},\mathbf{q})-L(\mathbf{k}_0,\mathbf{Q})-i0},$$

$$L(\mathbf{k}_0,\mathbf{Q},\mathbf{q}) = \varepsilon(\mathbf{k}_0-\mathbf{Q}/2-\mathbf{q})+\varepsilon(\mathbf{k}_0+\mathbf{Q}/2+\mathbf{q}),$$

$$L(\mathbf{k}_0,\mathbf{Q}) = \varepsilon(\mathbf{k}_0+\mathbf{Q}/2)+\varepsilon(\mathbf{k}_0-\mathbf{Q}/2), \qquad (9)$$

$\mathbf{k}_0$ — относительный квазиимпульс двух дефектонов до рассеяния, $\mathbf{q}$ — переданный квазиимпульс, $\mathbf{Q}$ — квазиимпульс центра масс,

$$\tau^{-1} = 1+\left(\frac{a}{2\pi}\right)^3 V_0\int\frac{d^3q}{L(\mathbf{k}_0,\mathbf{Q},\mathbf{q})-L(\mathbf{k}_0,\mathbf{Q})-i0}. \qquad (10)$$

Легко показать, что вблизи точки перехода $Q \simeq 2/a\ (\varepsilon_0/\Delta)^{1/2}$

$$q \sim 1/a\,[\gamma(H_c-H)/2\varepsilon_0]^{1/2},$$

т. е. в точке перехода рассеяние отсутствует

В результате интегрирования в выражениях (9), (10) для волновой функции рассеяния получим

$$\psi = -\frac{2Aa}{\pi\Delta}\frac{1}{R}\sin(k_0R+k_F^{(1)}R+\delta),$$

$$\tau_\pm = A\exp(\pm i\delta), \quad A=|\tau\pm|. \qquad (11)$$

Знаки «$\pm$» в выражении (11) соответствуют двум разным выборам обхода полюса в энергетическом знаменателе (10).

Для амплитуды и фазы рассеяния вблизи точки перехода можно получить следующие выражения:

$$f = -e^{-i\pi}\frac{k_F^{(1)}}{2\pi Q^2}\frac{1}{4+i\pi\dfrac{k_F^{(1)}}{Q}},$$

$$\delta = -k_F^{(1)}/4Q, \qquad (12)$$

а для сечения взаимного рассеяния

$$\sigma = (1/\pi)[k_F^{(1)}/4Q^2]. \tag{13}$$

Обращение в нуль в точке перехода сечения рассеяния означает, что вблизи перехода коэффициент диффузии (длина свободного пробега дефектона) должен быть аномально большим. Для вычисления коэффициента диффузии в силу малой концентрации дефектонов можно пользоваться газокинетической формулой

$$D = {}^1/_3\, lv, \tag{14}$$

где l — длина свободного пробега дефектона, v — его средняя скорость

$$v_\pm = (2a/\hbar)\sqrt{\gamma\Delta(H_c \mp H)}. \tag{15}$$

Длина свободного пробега

$$l = (n\sigma)^{-1}, \tag{16}$$

где $n = (n_\uparrow n_\downarrow)^{1/2}$, $n_{\uparrow,\downarrow}$ — концентрации дефектонов с разными ориентациями спинов.

Соотношения (13)—(16) приводят к следующим выражениям для коэффициентов диффузии:

$$D_\uparrow = \frac{8a^2(\gamma H_c)^{3/2}}{3\Delta^{1/2}\hbar}\,\frac{H_c^{7/4}}{(H_c - H)^{5/4}},$$

$$D_\downarrow = \frac{2^{7/2}a^2(\gamma H)^{3/2}}{\Delta^{1/2}\hbar}\left(\frac{H_c}{H_c - H}\right)^{7/4}. \tag{17}$$

Процессы взаимного рассеяния дефектонов приводят к сдвигу энергии основного состояния системы. Как будет показано ниже, этот сдвиг изменяет характер особенностей физических величин. Процедура вычисления этого сдвига известна (см., например, [5, 6]), поэтому приведем результат

$$\Delta E = -\frac{1}{\pi}\int \delta(E)\, n_F(E)\, dE, \tag{18}$$

где n_F — фермиевская функция распределения, или, после проведения интегрирования

$$\Delta E = \Delta E_0 + \Delta E(T),$$

$$\Delta E_0 = -\frac{\Delta}{2\pi a Q}\left[\frac{\gamma(H_c - H)}{\Delta}\right]^{3/2},$$

$$\Delta E(T) = \frac{\pi}{6\Delta}\left[\frac{\Delta}{2\gamma(H_c - H)}\right]^{1/2} T. \tag{19}$$

Тогда вклад взаимодействующих дефектонов в теплоемкость определяется выражением

$$\Delta C_V = (\pi/3\Delta)[\Delta/2\gamma(H_c - H)]^{1/2}T. \tag{20}$$

Вклад в восприимчивость системы определяется также из выражений (19)

$$\Delta\chi = \chi_{0\,int} + \Delta\chi(T),$$

$$\chi_{0\,int} = -\frac{3\gamma^{3/2}}{2^{5/2}\pi\Delta^{1/2}}(H_c - H)^{-1/2},$$

$$\Delta\chi(T) = \frac{\pi}{2^{7/2}\Delta^{1/2}}\,\frac{T}{\gamma^{1/2}(H_c - H)^{3/2}}. \tag{21}$$

Отрицательный знак в выражении для $\chi_{0\,\mathrm{int}}$ отнюдь не свидетельствует о диамагнетизме системы: намагниченность системы, как это легко показать, при всех значениях H направлена параллельно магнитному полю. Размытие перехода при конечных температурах следует и из выражений (21).

Список литературы

[1] Андреев А. Ф., Лифшиц И. М. // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. № 6. С. 2057—2068.
[2] Григорьев В. Н., Есельсон Б. Н., Михеев В. А. // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. № 6. С. 2311—2319.
[3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. Т. 5. 584 с.
[4] Варданян Г. А., Саакян А. С. // // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 3. С. 1088—1098.
[5] Варданян Г. А. // УФН. 1984. Т. 144. № 1. С. 113—140.
[6] Уайт Р. М. Квантовая теория магнетизма. М.: Мир, 1985. 299 с.

Ереванский государственный университет
Ереванский политехнический институт

Поступило в Редакцию
12 сентября 1990 г.