

РАВНОВЕСНЫЕ ТРЕЩИНЫ ВО ФРАГМЕНТИРОВАННЫХ КРИСТАЛЛАХ

И. М. Жуковский, В. В. Рыбин

Предложена модель зарождения и развития трещины во фрагментированных кристаллах. Оценены размеры зародышевых микротрещин и равновесных мезотрещин, а также величины разрушающего напряжения и предельной разностной деформации соседних фрагментов.

1. В последние годы накоплен большой фактический материал, касающийся закономерностей возникновения трещин на стадии развитой пластической деформации (ПД) [1-4]. Установлено, что в тех случаях, когда разрушению предшествуют деформации $\varepsilon \geq 1$,¹ первые трещины появляются при напряжениях σ , равных $(1/70-1/90)G$ (G — модуль сдвига), причем не в исходной, а во вновь созданной при ПД фрагментированной структуре (ФС). Последняя представляет собой множество сформировавшихся в процессе ПД сильно разориентированных микрообластей (фрагментов) (рис. 1, а). Поперечные размеры их составляют 0.2, 0.3 мкм. Фрагменты деформируются однородно, внутри них отсутствуют дислокационные образования типа скоплений или заторможенных полос сдвига. На границах фрагментов нет микроуступов, иных морфологических признаков, указывающих на неоднородное протекание внутри них пластической деформации. Поскольку характерные разориентировки между фрагментами составляют десятки градусов, межфрагментные границы являются границами межзеренного типа. На границах фрагментов распределены значительные нескомпенсированные плотности дислокаций, в стыках находятся стыковые дисклинации [5]. В силу сказанного границы и стыки являются источниками мощных напряжений.

Трещины в ФС зарождаются в стыках фрагментов. Они имеют вид хрупких, клиновидных несплошностей, раскрывающихся вдоль межфрагментных границ (рис. 1, б). Размеры зародышевых трещин колеблются в узких пределах со средним значением $\bar{l} = 1000 \text{ \AA}$ [1-4].

По нашему мнению, для адекватного описания наблюдаемых эффектов недостаточно известных дислокационных моделей трещинообразования, базирующихся на представлениях о скоплениях решеточных дислокаций или других микронеоднородностях ПД. Желательно разработать новые подходы, учитывающие конкретные особенности строения фрагментированной структуры и опирающиеся на представления об однородном, внутри каждого фрагмента, характере пластической деформации.

2. Введем определения, необходимые для дальнейшего анализа. Прежде всего отметим, что из-за больших разориентировок соседних фрагментов фрагментированный кристалл представляет собой пластически анизотропное тело. Такое тело может деформироваться макроскопически однородно только в том случае, если внутри каждого (s -го) фрагмента действует свое, отличное от внешнего $\hat{\sigma}$, поле напряжений $\hat{\sigma}_s$ [6]

$$\hat{\sigma}_s = \hat{\sigma} + \hat{\sigma}_s^{\text{int}}. \quad (1)$$

¹ Здесь и ниже — истинные логарифмические деформации.

Величина усредненных по объему фрагмента внутренних напряжений $\hat{\sigma}_s^{\text{int}}$ связана с $\hat{\xi}_s$ — избыточной (по отношению к микроскопической упругой деформации \mathbf{E}) упругой деформацией $\hat{\varepsilon}_s$ s -го фрагмента линейным соотношением типа закона Гука [6]

$$\hat{\sigma}_s^{\text{int}} = \hat{C}_s \cdot \hat{\xi}_s = \hat{C}_s \cdot (\hat{\varepsilon}_s - \mathbf{E}), \quad (2)$$

где \hat{C}_s — четырехвалентный тензор упругих модулей s -го фрагмента, $\hat{\varepsilon}_s$ — тензор усредненных по его объему упругих деформаций.

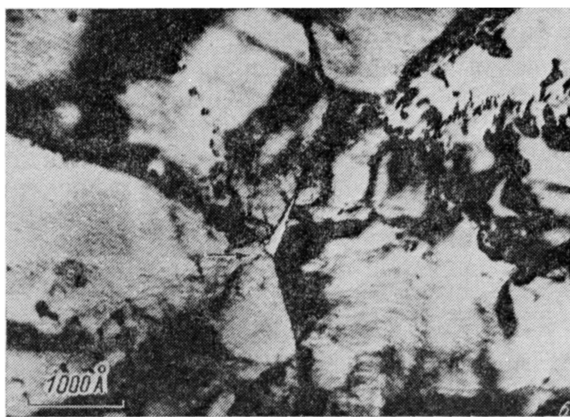


Рис. 1. Образование микротрещин в Mo, деформированном одноосным растяжением ($\varepsilon = 1.03$).

a — участок фрагментированной структуры; б — клиновидная микротрещина в тройном стыке фрагментов (поперечное сечение) [1].

Из условия совместности полной деформации следуют два вывода. Во-первых, избыточная пластическая деформация s -го фрагмента $\hat{\xi}_s^{pl}$ связана с его избыточной упругой деформацией $\hat{\xi}_s$ соотношением

$$\hat{\xi}_s^{pl} + \hat{\xi}_s = 0. \quad (3)$$

С учетом (2) это позволяет вычислить $\hat{\xi}_s^{pl}$ для любого фрагмента. Во-вторых, пластическая деформация, однородная внутри каждого фрагмента, испытывает скачки $\Delta \hat{\varepsilon}_{s'}^{pl}$, при переходе через их границы. Величину скачка $\Delta \hat{\varepsilon}_{s'}^{pl} = \hat{\varepsilon}_{s'}^{pl} - \hat{\varepsilon}_{s''}^{pl}$ можно найти из условия $\Delta \hat{\varepsilon}_{s'}^{pl} = \hat{\xi}_{s'} - \hat{\xi}_{s''}$.

Наличие скачков пластической деформации означает, что на границах фрагментов создается несовместность пластической деформации $\hat{\eta}_{ss'}$, равная

$$\hat{\eta}_{ss'} = N_{ss'} \times \Delta \hat{\epsilon}_{ss'}^{pl} \times N_{ss'}, \quad (4)$$

где $N_{ss'}$ — нормаль к поверхности соседних s -го и s' -го фрагментов. Несовместность реализуется посредством распределения по границам фрагментов дислокаций, которые формируют поле $\hat{\epsilon}_s^{int}$ внутренних избыточных напряжений. По мере увеличения избыточных деформаций и их разностей внутренние напряжения нарастают. В тех местах, где их значение достигает теоретической прочности на отрыв, могут образовываться микротрещины.

Естественными местами концентрации напряжений внутри ФС являются стыки фрагментов, а местами пониженной когезии — их границы. Поэтому можно заключить, что трещины должны возникать в стыках фрагментов и распространяться по их границам. Этот качественный вывод теории находит прямое подтверждение в эксперименте (рис. 1, б) [1].

Чтобы сделать количественные предсказания, например определить размеры равновесных в ФС микротрещин, необходимо задаться избыточными, а затем и разностными пластическими деформациями, зафиксировать конкретную геометрию фрагментов, по формуле (4) вычислить несовместность пластической деформации, далее рассчитать плотность некомпенсированных дислокаций и поля внутренних напряжений [7]. Зная распределение внутренних напряжений и величину когезионной прочности границ σ_{bt}^{th} , легко найти область, в которой будет выполняться условие силового отрыва

$$N_{ss'} \cdot (\hat{\epsilon} + \hat{\epsilon}_s^{int}) \cdot N_{ss'} \geq \sigma_{bt}^{th}, \quad (5)$$

а затем, пользуясь методом конфигурационной силы [8, 9], найти длину равновесной трещины.

3. Прежде чем реализовать эту процедуру, произведем несколько простых оценок, показывающих причины появления и стабилизации равновесных трещин в фрагментированной структуре. В соответствии с [1, 6] положим, что поле напряжений во фрагментированных кристаллах кусочно-однородно: внутри каждого фрагмента оно одинаково, но скачкообразно меняется при переходе от одного фрагмента к другому. Будем считать также, что по мере продвижения трещины вдоль границы и устранения на ней несовместностей ПД, создающих внутри фрагмента поле внутренних напряжений, растягивающие напряжения, действующие на границе фрагмента s , меняются линейно с длиной трещины l

$$\sigma_s(l) = N_{ss'} \cdot \hat{\epsilon}_s(l) \cdot N_{ss'} = \sigma_s(1 - l/d), \quad (6)$$

где σ_s — поле растягивающих напряжений в s -м фрагменте при отсутствии в нем трещины, d — длина фasetки границы фрагмента. Подставляя (6) в формулу для равновесной длины гриффитсовской трещины [8], получим

$$l = 8G\gamma_{ef} / [\pi(1 - \nu)\sigma_s^2(1 - l/d)^2]. \quad (7)$$

Отсюда следует уравнение, связывающее длину равновесной трещины l , напряжения σ_s и эффективную поверхностную энергию γ_{ef}

$$\left(1 - \frac{l}{d}\right)^2 \frac{l}{d} = \frac{8G\gamma_{ef}}{\pi(1 - \nu)\sigma_s^2 d}, \quad (8)$$

где γ_{ef} определяется через поверхностную энергию кристалла γ и поверхностную энергию границы фрагмента γ_{bt}

$$\gamma_{ef} = \gamma - \gamma_{bt}/2. \quad (9)$$

Зависимость функции $f(l/d) = (1 - l/d)^2(l/d)$ от (l/d) представлена на рис. 2. Там же проведены линии $8G\gamma_{ef} / [\pi(1 - \nu)\sigma_s^2] = \text{const} = C$. В интер-

вале $0 \leq l \leq d$ уравнение (8) имеет решения не при всех значениях C . Наибольшее значение параметра C , при котором существует решение и которое отвечает минимальному значению устойчивой в поле $\hat{\sigma}$, трещины, отвечает касательной к кривой $f(l/d)$ в точке ее максимума. Это соответствует длине трещины l , равной $l_0 = d/3$.

Полученный результат означает, что в разгруженных после большой деформации кристаллах могут наблюдаться устойчивые трещины, минимальная длина которых составляет примерно треть длины фрагмента. При характерных значениях $d = 0.2 \div 0.3$ мкм она заключена в пределах $l_0 \sim 0.07 \div 0.1$ мкм. Такая величина хорошо совпадает с экспериментальными наблюдениями [1-4].

Оценим теперь то наименьшее значение макроскопического напряжения $\sigma = \sigma_{cr}$, при которых в ФС возникают первые зародышевые трещины. Для этого подставим в (8) $l = l_0 = d/3$. В результате будем иметь

$$\sigma_{s, cr} = \sqrt{\frac{54G\gamma_{ef}}{\pi(1-\nu)d}}. \quad (10)$$

Интересующая нас величина σ_{cr} связана с $\sigma_{s, cr}$ соотношением (1). Входящие в (1) внутренние напряжения σ_s^{int} зависят от ориентировки данного s -го фрагмента и его разориентировки по отношению к соседним. Как было показано в [1, 6], для наиболее неблагоприятно ориентирован-

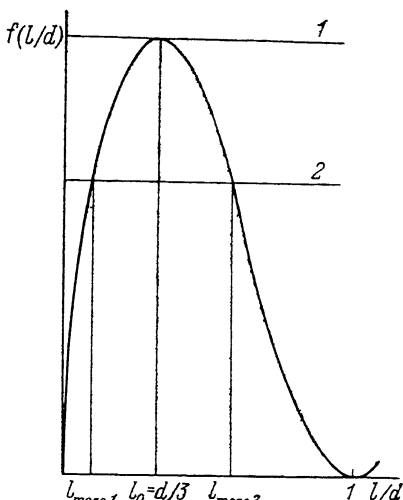


Рис. 2. Зависимость функции $f(l/d) = (1-l/d)^2(l/d)$ от l/d — отношения длины трещины к длине фасетки фрагмента. $C_0 = 0.148$ (1) и 0.1 (2).

ных фрагментов внутренние напряжения находятся на уровне внешних или даже превышают их. Для таких фрагментов имеем оценку $\sigma_{cr} = (1/3 \div 1/2) \sigma_{s, cr}$.

Оценим теперь входящую в выражение для $\sigma_{s, cr}$ величину γ_{ef} . Для этого воспользуемся приближенным равенством $\gamma = Gb/10$ [10], а также тем обстоятельством, что поверхностная энергия границы фрагмента γ_{br} (которую можно представить как совершенную большеугловую границу с налипшей на ней сеткой решеточных дислокаций) примерно втрое выше поверхностной энергии большеугловой границы γ_b . Принимая во внимание, что $\gamma_b \approx \gamma/3$ [11], получим $\gamma_{ef} \approx \gamma/2 \approx Gb/20$. Подставляя сделанные оценки в (10), найдем искомое выражение для σ_{cr}

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}\right) G \sqrt{\frac{2.7}{\pi(1-\nu)}} \sqrt{\frac{b}{d}} \approx (0.37 \div 0.55) G \sqrt{\frac{b}{d}}. \quad (11)$$

При типичном значении $b/d \approx 10^{-3}$ σ_{cr} оказывается равным G ($1/60 \div 1/90$), что практически точно совпадает с имеющимися экспериментальными данными [1].

4. Более детализированные расчеты, учитывающие пространственную неоднородность поля напряжений внутри фрагментов и основанные на анализе конкретных дислокационных конфигураций, формирующихся на границах в ходе развитой ПД, выполним для участка модельной ФС, составленной из правильных шестигранных фрагментов, вытянутых вдоль оси z (рис. 3). Не уменьшая общности рассуждений, положим, что фрагменты A и B испытывают равные по величине, но противоположные по знаку разностные деформации типа растяжения—сжатия, т. е.

$$\Delta \hat{\epsilon}_\alpha = \Delta \epsilon_\alpha (ii - jj), \quad (12)$$

где i и j — орты прямоугольной системы координат, $\alpha = A$ или B , $\Delta \epsilon_A = -\Delta \epsilon_B = \Delta \epsilon$.

Распределение дислокаций, возникающих при подобной ПД, по границам фрагментов схематически изображено на рис. 3. Плотность дислокаций и создаваемые ими напряжения $\hat{\sigma}_a^{\text{int}}$, прямо пропорциональны скалярной величине $\Delta \epsilon$, которая является единственным подгоночным параметром задачи. Рассмотрим ситуацию вблизи стыков a и b , поскольку именно там формируются наиболее мощные концентраторы напряжений. Вблизи стыка a внутренние нормальные растягивающие напряжения, действующие на границе (ab) , определяются по несовместности деформа-

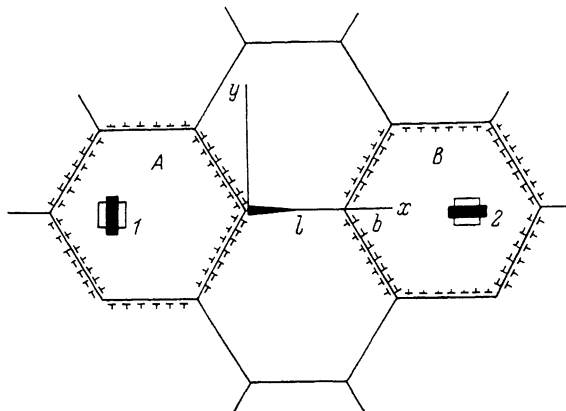


Рис. 3. Фрагментированная структура, состоящая из шестигранных фрагментов.

Фрагмент А испытывает повышенную, а фрагмент В — пониженную разностную деформацию растяжения—сжатия по сравнению с окружающими. Избыточные деформации этих фрагментов условно показаны зачерненными прямоугольниками на фоне квадратов. $\Delta \epsilon_A > 0$ (2), $\Delta \epsilon_B < 0$ (2).

ции $\hat{\eta}_s$, вычисленной для всех границ по формуле (4). Используя метод [11], найдем, что

$$\sigma_s^{\text{int}}(x) = \mathbf{j} \cdot \hat{\sigma}_s^{\text{int}} \cdot \mathbf{j} \simeq \frac{G \Delta \epsilon}{4\pi(1-\nu)} \left(\beta + \delta \ln \frac{d}{x} \right), \quad (13)$$

где β , δ — безразмерные коэффициенты, зависящие от геометрии фрагментированной структуры и вида тензора $\Delta \hat{\epsilon}$. Для выбранной геометрии $\beta = 0.75$ и $\delta = 2.2$. Зависимости функции $\sigma_s^{\text{int}}(x)$ для различных значений $\Delta \epsilon$ представлены на рис. 4, а. (Подробные вычисления содержатся в работе [7]).

Вблизи стыка функция $\sigma_s = \sigma_s^{\text{int}} + \sigma$ имеет асимптотику вида

$$\sigma_s(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} -0.24 G \Delta \epsilon \ln x. \quad (14)$$

Это означает, что всегда существует такая область $0 \leq x \leq d \exp(-\sigma_{\text{bf}}^{\text{th}} / 0.24 G \Delta \epsilon)$, в которой реализуется условие силового отрыва (5). Для того чтобы произошел отрыв и в этой области возникла устойчивая микротрещина, необходимо выполнение энергетических условий выгодности. Необходимо, чтобы длина микротрещины l_{micro} оказалась больше или равной l_G — длины гриффитовской трещины в поле $\sigma_s = \sigma_{\text{bf}}^{\text{th}}$. Подставляя в (7) значение $\sigma_s = \sigma_{\text{bf}}^{\text{th}}$ и используя прежние оценки $\gamma_{\text{ef}} = Gb/20$, $\sigma_{\text{bf}}^{\text{th}} = G/8$, найдем, что $l_{\text{micro}} \geq l_{\text{min}}$, где l_{min} равно примерно $10b$ или 25 \AA . Величина l_{min} является минимальным размером зародышевых трещин.

На определенной стадии эволюции ФС, когда величина $\Delta \epsilon$ достигнет значения

$$\Delta \epsilon^{(0)} = \frac{(\sigma_{\text{bf}}^{\text{th}} - \sigma) 4\pi(1-\nu)}{G[\beta + \delta \ln(d/l_G(\sigma_{\text{bf}}^{\text{th}}))]}, \quad (15)$$

дефектная структура вблизи стыка становится критической и в ней возникает устойчивая силовая микротрещина с $l_{\text{micro}} = l_G(\sigma_{\text{bf}}^{\text{th}})$. В дальнейшем

с увеличением $\Delta \epsilon$ микротрещина плавно подрастает. Этот процесс продолжается до тех пор, пока при некотором $\Delta \epsilon = \Delta \epsilon_{\text{mezo}}$ ее длина не достигает величины $l_{\text{mezo}1}$ (рис. 2). Как только это произойдет, микротрещина, раскрывающаяся до того главным образом под воздействием близкодествующих внутренних напряжений, будет подхвачена мезоскопическим полем фрагмента $\hat{\sigma}$, и скачкообразно превратится в мезотрещину длиной $l_{\text{mezo}2}$ (рис. 2).

В ходе продолжающейся эволюции структуры мезотрещина оказывается устойчивой и плавно подрастает по мере увеличения $\Delta \epsilon$. Еще раз она теряет устойчивость в том случае, когда макронапряжения $\hat{\sigma}$ достигнут величины, при которой $l_{\text{mezo}2}$ станет равной $l_G(\sigma)$ в поле $\hat{\sigma}$.

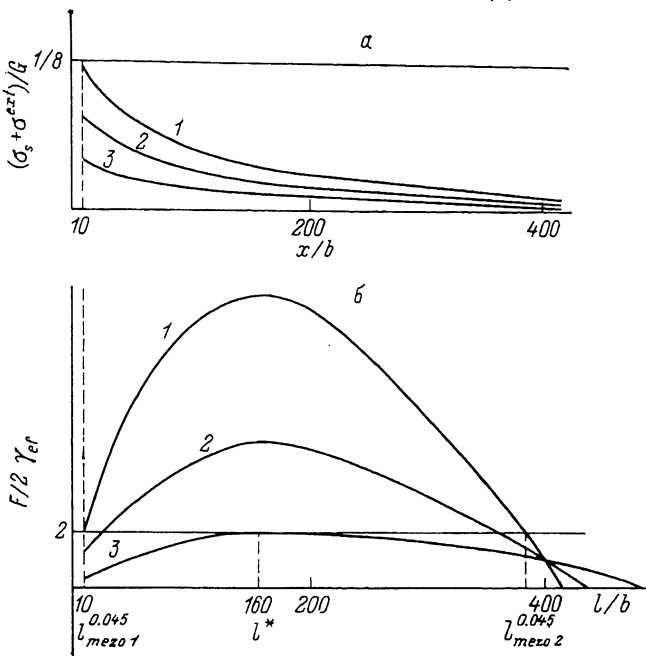


Рис. 4. Эпюры растягивающих напряжений, действовавших на фasetке ab (рис. 3) до зарождения там трещины, (а) и зависимости F/γ_{ef} от l/b для различных значений разностных деформаций $\Delta \epsilon$ (б).

$\pm \Delta \epsilon$ — величина разностной деформации фрагментов А и В; b — длина вектора Бюргерса. $\Delta \epsilon = 0.045$ (1), 0.03 (2), 0.015 (3).

Задача теории заключается в нахождении величин $\Delta \epsilon$, $\Delta \epsilon_{\text{mezo}}$ и $l_{\text{mezo}1, 2}$.

Первая из них определяется непосредственно по формуле (15) и оказывается равной $\Delta \epsilon^{(0)} \approx 0.045$, т. е. примерно пятипроцентная разностная деформация фрагмента приводит к возникновению элементарной силовой микротрещины длины $l_{\text{micro}} = l_{\text{min}} \approx 25 \text{ \AA}$, расположенной в стыке межфрагментных границ.

Для определения $\Delta \epsilon_{\text{mezo}}$ и $l_{\text{mezo}1, 2}$ воспользуемся методом конфигурационной силы, развитым в работе [9]. Для того чтобы определить, устойчива ли трещина длины l в поле напряжений σ_s , необходимо сравнить между собой величину конфигурационной силы F , действующей в устье трещины

$$F = \frac{\pi(1-\nu)}{4G} \bar{\sigma}_s^2(l) \quad (16)$$

с величиной $2\gamma_{\text{ef}}$. Здесь $\bar{\sigma}_s$ — средневзвешенное напряжение, действующее на отрезке $(0, l)$ до развития на нем трещины, которое определяется по следующей формуле:

$$\bar{\sigma} = \frac{2}{\pi l} \int_0^l \sqrt{\frac{x}{l-x}} [\sigma^{\text{int}}(x) + \sigma] dx, \quad (17)$$

где σ — внешнее разрушающее напряжение, которое, согласно п. 1, прием равным $G/70$.

Для рассматриваемой ФС несколько кривых, отображающих зависимость конфигурационной силы F (в единицах γ_{ef}) от длины трещины для различных значений $\Delta\epsilon$, представлено на рис. 4, б. Горизонтальная линия на нем означает условие $F=2\gamma_{ef}$. Видно, что устойчивые мезотрещины могут существовать только при $\Delta\epsilon \geq 0.015$. Их длина $l^* \approx 180 b$. Правда, при таких $\Delta\epsilon$ не могут возникать силовые микротрещины. Вопрос об их зарождении при $\Delta\epsilon=0.015$ остается открытым.²

Наименьшая разностная деформация $\Delta\epsilon$, при которой может возникнуть силовая микротрещина, как отмечалось, равна 0.045. Соответствующий график F/γ_{ef} от l представлен на рис. 4, б. Вычисленная для этого случая длина $l_{mezo1} = 10 b$. Видно, что она практически совпадает с $l_{micro} = l_{min}$. Это важнейшее обстоятельство означает следующее. В процессе пластической деформации ФС эволюционирует без потери сплошности вплоть до образования некоего критического состояния, при котором в одном из фрагментов накапливается разностная деформация, примерно равная 4.5 %. В этот момент происходит взрывообразное возникновение устойчивых мезотрещин размером l_{mezo2} порядка 1000 Å, которые остаются в кристалле даже после его разгрузки. Именно такой характер трещинообразования после больших пластических деформаций и отмечается в [1-4, 12].

В заключение отметим, что приведенные численные оценки получены для наиболее устойчивой по отношению к трещинообразованию модельной структуре, собранной из правильных шестигранников. Их следует рассматривать как оценки сверху. Варьирование формы фрагментов и введение распределения их по размерам могут, как показывают расчеты, привести к снижению предельных разностных деформаций $\Delta\epsilon$ до 0.015–0.02. Это еще более приблизит расчетные характеристики к экспериментальным данным.

Список литературы

- [1] Рыбин В. В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М., 1986. 224 с.
- [2] Бетехин В. И., Владимиров В. И., Кадомцев А. Г., Петров А. И. // Проблемы прочности. 1979. № 7. С. 38–45.
- [3] Бетехин В. И., Шмидт Ф. // Проблемы физики твердого тела и металловедения. М., 1976. С. 60–69.
- [4] Lyles R. L., Wilsdorf H. G. F. // Acta Met. 1975. V. 23. N 2. P. 269–277.
- [5] Рыбин В. В., Зисман А. А., Золотаревский Н. Ю. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 1. С. 181–186.
- [6] Рыбин В. В., Зисман А. А. // Проблемы прочности. 1985. № 3. С. 70–77; ФММ. 1986. Т. 62. № 3. С. 421–427.
- [7] Жуковский И. М., Золоторевский Н. Ю., Рыбин В. В. // Дисклинации и ротационная деформация твердых тел. Л., 1988. С. 146–157.
- [8] Irwin G. R. // J. Appl. Mech. 1957. V. 24. P. 361–364.
- [9] Инденбом В. Л. // ФТТ. 1961. Т. 3. № 7. С. 2071–2079.
- [10] Орлов А. Н., Переверезнцев В. Н., Рыбин В. В. Границы зерен в металлах. М., 1980. 156 с.
- [11] Kröner E. Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen. Springer-Verlag, Berlin, 1958. 179 p.
- [12] Лексовский А. М., Саклев С. Н., Шмидт Ф. // ФММ. 1976. Т. 41. № 3. С. 637–643.

Политехнический институт
им. М. И. Калинина
Ленинград

Поступило в Редакцию
19 января 1990 г.
В окончательной редакции
19 ноября 1990 г.

² Указанное ограничение по деформации не является принципиальным, поскольку зародышевые микротрещины длиной $\sim 200 b$ могут возникать в стыках фрагментов за счет проскальзывания по их граням, образования заторможенных дислокационных скоплений и по другим микромеханизмам, которые с известной долей вероятности могут реализоваться в тех или иных стыках. Однако анализ возможности реализации этих микромеханизмов не является предметом данной работы. Задача статьи заключается в том, чтобы рассмотреть условия, при которых устойчивые мезотрещины образуются даже в отсутствие подобных эффектов неоднородности пластической деформации.