УДК 537 311.322

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МИКРОНЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ АКУСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

А. И. Герман, М. Б. Гитис, И. А. Чайковский

Предложен метод оценки характерного размера неоднородностей электрического происхождения в полупроводниках, основанный на сравнении частотных зависимостей коэффициента поглощения звука и эффективной проводимости на переменном токе. Рассмотрено поглощение продольных ультразвуковых волн в электрически неоднородном полупроводнике в случае сравнимости длины волны звука с характерным размером флуктуаций электронной плотности, когда необходимо учитывать эффекты пространственной дисперсии. Механизм электроупругого взаимодействия выбран пьезоэлектрическим. Показано, что коэффициент поглощения звука на данной частоте определяется продольной по волновому вектору звука компонентой тензора эффективной проводимости, найденной с учетом пространственной дисперсии. Для конкретного вида корреляционной функции пространственных флуктуаций электронной плотности найдены явный вид эффективной проводимости и ее зависимость от волнового вектора.

Как известно, широкий класс полупроводниковых материалов обладает электрическими микронеоднородностями [1-3]. Наличие в образце большого количества случайно расположенных кристаллических несовершенств или примесей приводит к появлению потенциального рельефа, самосогласованного с электронной подсистемой, хвостов плотности состояний в запрещенной зоне. Возникают внутренние электрические поля $\mathbf{E}^{\text{int}}$, и плотность зонных носителей становится функцией координат $n_0(\mathbf{r})$. Носители тока оказываются расположенными в пространстве неравномерно, образуя сгустки и разрежения с характерным размером (корреляционным радиусом флуктуаций) b [2].

Традиционным методом исследования неоднородностей электрического происхождения является изучение частотной дисперсии электропроводности σ на частотах, гораздо меньших обратного времени релаксации по импульсу τ_p^{-1} [4]. Указанная аномальная частотная дисперсия возникает благодаря тому [5], что при наличии внутренних полей внешнее переменное поле с частотой ω вызывает накопление локальных сгустков заряда возле неоднородностей. Эти сгустки рассасываются с характерным максвелловским временем релаксации $\tau_M=\varepsilon/\sigma_0$, где σ_0 — средняя проводимость на постоянном токе, ε — диэлектрическая проницаемость материала. В результате величина эффективной проводимости $\sigma_{\text{эф}}(\omega)$, вводимая как коэффициент пропорциональности между средними по образцу значениями плотности тока $\mathbf{j}$ и напряженности внешнего электрического поля, оказывается зависящей от соотношения между периодом поля $2\pi/\omega$ и временем τ_M. Если $\tau_M \gg \tau_p$, наблюдается упомянутая частотная дисперсия $\sigma_{\text{эф}}$ при $\omega\tau_p \ll 1$.

Кроме того, в неоднородной среде должна наблюдаться также пространственная дисперсия. В самом деле, неоднородности вызывают пространственно-неоднородное поглощение электромагнитной волны, что приводит к пространственно-нелокальной связи между регулярными составляющими $\langle \mathbf{j}(\mathbf{r})\rangle$ и $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle$ (угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций $n_0(\mathbf{r})$). Иными словами, плотность тока в точке $\mathbf{r}$ определяется напряженностью поля не только в точке $\mathbf{r}$, но и в некоторой ее окрестности, имеющей размер порядка корреляционной длины флуктуаций b (в однородном материале — порядка длины свободного пробега носителей l).[1] Появляется зависимость $\sigma_{эф}(\omega)$ от волнового вектора электромагнитной волны $\mathbf{k}$, и $\sigma_{эф}(\omega, \mathbf{k})$ становится тензором. Существенность вклада пространственной дисперсии определяется величиной параметра kb [6]. Однако длины волн электромагнитного поля для частот $\omega \lesssim \tau_M^{-1}$ на несколько порядков выше, чем предполагаемые размеры b, и $kb \lll 1$. Это обстоятельство приводит к тому, что b в качестве характерного размера задачи для таких длин волн электромагнитного поля (т. е. пространственная дисперсия) не проявляется и экспериментальное исследование частотной зависимости проводимости на переменном токе $\sigma_{эф}(\omega)$ не дает информации относительно величины характерного размера неоднородностей.

Создать ситуацию, когда значительна пространственная дисперсия, и затем из сравнения теории с экспериментом оценить величину b можно, пропуская через образец переменное электрическое поле с длиной волны $\lambda \sim b$ и частотой $\omega \sim \tau_M^{-1}$. Разумеется, скорость таких волн должна быть на несколько порядков ниже скорости распространения электромагнитных волн в кристалле. Это наводит на мысль использовать длинноволновый ультразвук. В самом деле, скорость распространения звуковых волн в твердых телах ($v_0 \simeq 10^5$ см/с) на пять порядков ниже скорости электромагнитных волн и длины звуковых волн приближаются к предполагаемым масштабам b. При наличии механизма электроупругого взаимодействия (пьезоэлектрического или через деформационный потенциал) звуковая волна в кристалле будет сопровождаться переменным электрическим полем той же длины волны и частоты. Последнее порождает волну электронной плотности, которая сглаживается с характерным временем рассасывания электронных сгустков τ_M. Таким образом, звуковая волна, вызывая движение электронов, отдает им энергию и затухает (поглощается), и в качестве экспериментально измеряемых величин в таком случае имеет смысл рассматривать коэффициент поглощения α и скорость звука v. Действительно, α и v в электрически однородном полупроводнике, обладающем пьезоэлектрическими свойствами, определяются главным образом величиной проводимости σ и имеют вид [7]

$$\alpha = \operatorname{Im} q, \quad v = \omega / \operatorname{Re} q,$$
$$q = \omega \sqrt{\rho / C}\, [1 + K^2 (1 + i\sigma/\varepsilon\omega)^{-1}]^{-1/2}, \tag{1}$$

q — волновой вектор звука, ρ — плотность полупроводникового материала, C — упругий модуль, K^2 — квадрат коэффициента электромеханической связи. Величина α/ω как функция $\ln(\omega\tau_M)$ в соответствии с формулой (1) имеет вид симметричной кривой с максимумом при $\omega\tau_M = 1$. Наличие в образце различных электрических неоднородностей существенно влияет на собирание электронов в сгустки, что должно отразиться в форме частотной зависимости коэффициента поглощения и скорости звука. В [8] для слабых неоднородностей было показано, что при выполнении условий

$$qb \ll 1, \quad r_D / b \ll 1, \tag{2}$$

где $r_D = (\varepsilon D_0/\sigma)^{1/2}$ — дебаевская длина, D_0 — коэффициент диффузии электронов, коэффициент поглощения звука на данной частоте $\alpha(\omega)$ описывается формулами вида (1) с заменой электропроводности образца σ на эффективную проводимость $\sigma_{эф}(\omega)$

$$q = \omega \sqrt{\rho / C}\, [1 + K^2 (1 + i\sigma_{эф}(\omega)/\varepsilon\omega)^{-1}]^{-1/2}. \tag{3}$$

[1] Характерным параметром является также дебаевская длина r_D.

В работе [9] результат (3) был обобщен на случай произвольных по величине флуктуаций плотности зонных носителей. Наличие частотной дисперсии $\sigma_{эф}(\omega)$ приводит к смещению положения максимума α ω как функции частоты в сторону малых частот, при этом величина поглощения в максимуме уменьшается. Эксперименты [10-13] качественно подтверждают полученные результаты.

Однако, как видно из первого условия (2), в работах [8, 9] вклад электрических неоднородностей в поглощение звука учтен по существу в квазистатическом приближении, т. е. в приближении бесконечно длинных звуковых волн. При таком подходе теряется особенность звуковых волн как более коротких по сравнению с электромагнитными. В настоящей работе рассматривается распространение звука в электрически неоднородном полупроводнике при $qb \leqslant 1$, что требует аккуратного учета эффектов пространственной дисперсии. Для определенности механизм электроупругого взаимодействия выбран пьезоэлектрическим, так как этот тип электроупругого взаимодействия в неоднородных материалах экспериментально наиболее хорошо изучен [14]. Тем не менее все дальнейшие расчеты нетрудно обобщить и на случай электроупругого взаимодействия через деформационный потенциал. Раздел 1 посвящен нахождению выражения для тензора эффективной проводимости $\sigma_{эф}(\omega, \mathbf{q})$. Как будет показано в разделе 2, именно эта величина определяет волновой вектор q, а следовательно, коэффициент поглощения α и скорость звука v. Затем на основании проведенных расчетов предлагается экспериментальный метод оценки величины характерного размера электрических неоднородностей b.

1. Эффективная проводимость неоднородного полупроводника с учетом пространственной дисперсии

Рассмотрим переменное электрическое поле вида $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r} - i\omega t}$, распространяющееся в неоднородном полупроводнике, и найдем вызываемый им ток. Будем для определенности считать полупроводник примесным n-типа, так что перенос заряда осуществляется в основном электронами. Выражение для плотности тока $\mathbf{j}$ имеет вид

$$\mathbf{j} = e\mu(n_0 + \tilde{n})\mathbf{E} + e\mu(n_0 + \tilde{n})\mathbf{E}^{\text{int}} + eD_0\nabla(n_0 + \tilde{n}), \tag{4}$$

где μ, D_0 — подвижность и коэффициент диффузии электронов; $\mathbf{E}^{\text{int}}$ — напряженность внутреннего электрического поля; n_0, $\tilde{n}$ — стационарная (невозмущенная) и нестационарная (возмущенная внешним полем $\mathbf{E}$) плотности зонных носителей соответственно. Из условия равенства нулю тока в отсутствие внешнего электрического поля $\mathbf{E}$ получаем

$$\mathbf{E}^{\text{int}} = -\frac{D_0}{\mu}\frac{\nabla n_0}{n_0}. \tag{5}$$

С учетом сказанного уравнение для плотности тока (4) принимает вид

$$\mathbf{j} = e\mu n_0 \mathbf{E} + e\mu\tilde{n}\mathbf{E}^{\text{int}} + eD_0\nabla\tilde{n}. \tag{6}$$

Слагаемым $e\mu\tilde{n}\mathbf{E}$ пренебрегли, так как оно квадратично по величине поля $\mathbf{E}$, а мы развиваем в дальнейшем линейную по $\mathbf{E}$ теорию. Добавим к (6) уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0, \qquad e\tilde{n} = -\operatorname{div}\mathbf{D} \tag{7), (8}$$

и уравнение непрерывности электрического заряда

$$\operatorname{div}\mathbf{j} = e(\partial\tilde{n}/\partial t). \tag{9}$$

Здесь $\mathbf{D}$ — электростатическая индукция. Представим флуктуирующие в пространстве величины $\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$, n_0 в виде

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{j}(\mathbf{r})\rangle + \mathbf{j}'(\mathbf{r}),\quad \langle \mathbf{j}(\mathbf{r})\rangle \propto \exp(i\mathbf{qr}),\quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle + \mathbf{E}'(\mathbf{r}),\quad \langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle \propto \exp(i\mathbf{qr}),$$
$$n_0(\mathbf{r}) = \langle n_0\rangle [1 + n'(\mathbf{r})], \tag{10}$$

где угловые скобки $\langle\ldots\rangle$ означают усреднение по ансамблю реализаций $n_0(\mathbf{r})$, а штрих — флуктуационную добавку. Усреднив (6), получим выражение для $\langle \mathbf{j}(\mathbf{r})\rangle$

$$\langle \mathbf{j}(\mathbf{r})\rangle = e\mu \langle n_0\rangle [\langle \mathbf{E}(\mathbf{r})\rangle + \langle n'(\mathbf{r})\mathbf{E}'(\mathbf{r})\rangle + r_D^2 \langle [\nabla n'(\mathbf{r})] \operatorname{div} \mathbf{E}'(\mathbf{r})\rangle]. \tag{11}$$

Выражение для $\mathbf{E}'(\mathbf{r})$ получим из уравнения непрерывности (9), усреднив его и вычтя усредненное уравнение из исходного

$$\left[e\mu\langle n_0\rangle - \varepsilon D_0 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} - i\omega\varepsilon\right] \frac{\partial E'_j}{\partial x_j} = -e\mu\langle n_0\rangle \frac{\partial}{\partial x_i}[n'\langle E_i\rangle] + \varepsilon\mu i q_j \frac{\partial}{\partial x_i}[E_i^{\text{int}}\langle E_j\rangle] -$$
$$- e\mu\langle n_0\rangle \frac{\partial}{\partial x_i}(n'E'_i) + \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial x_i}\left[E_i^{\text{int}} \frac{\partial E'_j}{\partial x_j}\right], \quad i, j = x, y, z. \tag{12}$$

Линеаризуем уравнение (13) по n', опустив два последних слагаемых в правой части. Сделанное приближение соответствует ограничению слабыми ($\langle n'^2\rangle \ll 1$) флуктуациями $n_0(\mathbf{r})$. Разделив обе части (12) на $\sigma_0 \equiv e\mu\langle n_0\rangle$, получим после линеаризации «укороченное» уравнение

$$[\nabla^2 - \gamma^2] \frac{\partial E'_j(\mathbf{r})}{\partial x_j} = \frac{\langle E_i(0)\rangle}{r_D^2}\left\{\frac{\partial}{\partial x_i}[e^{i\mathbf{qr}} n'(r)] + i q_i r_D^2 \frac{\partial}{\partial x_k}\left[e^{i\mathbf{qr}} \frac{\partial n'(\mathbf{r})}{\partial x_k}\right]\right\}. \tag{13}$$

Здесь введено обозначение

$$\gamma^2 \equiv (1/r_D^2)[1 - i\omega\tau_M], \quad \tau_M \equiv \varepsilon/\sigma_0.$$

Решение уравнения (13) для E'_j будем искать в виде

$$E'_j(\mathbf{r}_1) = \frac{\langle E_i(0)\rangle}{r_D^2} \int dV_2 \left[-\frac{\partial G_0(\mathbf{r}_{12})}{\partial x_{1,j}}\right]\left\{\frac{\partial}{\partial x_{2,i}}[e^{i\mathbf{qr}_2} n'(\mathbf{r}_2)] +\right.$$
$$\left. + i q_i r_D^2 \frac{\partial}{\partial x_{2,k}}\left[e^{i\mathbf{qr}_2} \frac{\partial n'(\mathbf{r}_2)}{\partial x_{2,k}}\right]\right\}, \tag{14}$$

где $\mathbf{r}_{12} \equiv \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$; $G_0(\mathbf{r})$ — функция Грина оператора $[\nabla^2 - \gamma^2]\nabla^2$, удовлетворяющая, по определению, уравнению

$$[\nabla^2 - \gamma^2]\nabla^2 G_0(\mathbf{r}_{12}) = -\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \tag{15}$$

Функция Грина $G_0(r)$ имеет вид

$$G_0(r) = (-1/4\pi\gamma^2 r)[1 - \exp(-\gamma r)]. \tag{16}$$

Подстановка E'_i из (14) в (11) с учетом (5) дает выражение для $\langle j_i(\mathbf{r})\rangle$

$$\langle j_i(\mathbf{r}_1)\rangle = \sigma_0 \langle E_j(\mathbf{r}_1)\rangle \left\{\delta_{ij} + \frac{1}{r_D^2}\int dV_{12}\left[-\frac{\partial G_0(\mathbf{r}_{12})}{\partial x_{1,i}}\right]\left\{\frac{\partial}{\partial x_{2,j}}[e^{i\mathbf{qr}_{12}}\Phi(\mathbf{r}_{12})] +\right.\right.$$
$$+ i q_j r_D^2 \frac{\partial}{\partial x_{2,k}}\left[e^{i\mathbf{qr}_{12}} \frac{\partial\Phi(\mathbf{r}_{12})}{\partial x_{2,k}}\right]\right\} + \int dV_{12}\left[-\frac{\partial^2 G_0(\mathbf{r}_{12})}{\partial x_{1,k}\partial x_{1,k}}\right]\left\{\frac{\partial}{\partial x_{2,j}}\left[e^{i\mathbf{qr}_{12}} \frac{\partial\Phi(\mathbf{r}_{12})}{\partial x_{1,i}}\right] +\right.$$
$$\left.\left. + i q_j r_D^2 \frac{\partial}{\partial x_{2,l}}\left[e^{i\mathbf{qr}_{12}} \frac{\partial^2\Phi(\mathbf{r}_{12})}{\partial x_{2,l}\partial x_{2,i}}\right]\right\}\right\}. \tag{17}$$

Здесь $\Phi(\mathbf{r}_{12}) \equiv \langle n'(\mathbf{r}_1) n'(\mathbf{r}_2)\rangle$ — корреляционная функция флуктуаций $n_0(\mathbf{r})$. Мы считаем среду статистически однородной и изотропной, что позволяет ввести корреляционную функцию $\Phi(\mathbf{r}_{12})$, зависящую лишь от модуля разности радиус векторов $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$. Конкретным видом $\Phi(\mathbf{r})$ зададимся чуть позже, а пока будем использовать только разностный характер координатной зависимости. Получим

$$\langle j_i(\mathbf{r})\rangle = [\sigma_{\text{эф}}(\omega, \mathbf{q})]_{ij} \langle E_j(\mathbf{r})\rangle,$$

где

где

$$[\sigma_{эф}(\omega, \mathbf{q})]_{ij} = \sigma_0 \left[\delta_{ij} + \frac{1}{r_D^2}\int dV \frac{\partial G_0(r)}{\partial x_i}\left\{\frac{\partial}{\partial x_j}[e^{i\mathbf{qr}}\Phi(r)] + iq_j r_D^2 \frac{\partial}{\partial x_l}\left[e^{i\mathbf{qr}}\frac{\partial\Phi(r)}{\partial x_l}\right]\right\} - \right.$$
$$\left. - \int dV\,[\nabla^2 G_0(r)]\left\{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[e^{i\mathbf{qr}}\frac{\partial\Phi(r)}{\partial x_i}\right] + iq_j r_D^2 \frac{\partial}{\partial x_l}\left[e^{i\mathbf{qr}}\frac{\partial^2\Phi(r)}{\partial x_l \partial x_i}\right]\right\}\right] \quad (18)$$

— эффективная проводимость неоднородного полупроводника, найденная с учетом пространственной дисперсии; $\hat{\sigma}_{эф}(\omega, \mathbf{q})$ является тензором, который стандартным образом (см., например, формулу (12.36) из [6]) можно разложить на продольную и поперечную составляющие

$$[\sigma_{эф}(\omega, \mathbf{q})]_{ik} = \sigma_{эф}^{\parallel}\frac{q_i q_k}{q^2} + \sigma_{эф}^{\perp}\left[\delta_{ik} - \frac{q_i q_k}{q^2}\right]. \quad (19)$$

Как будет показано в разделе 2, нам понадобится только продольная составляющая $\sigma_{эф}^{\parallel}(\omega, \mathbf{q})$. Ее общий вид нетрудно получить из (18), положив $\mathbf{q} \parallel \langle \mathbf{E} \rangle$. Явный вид зависимостей $\sigma_{эф}^{\parallel}$ от ω и q можно получить, задавшись конкретной функцией корреляции $\Phi(r)$. Нами использовалась функция $\Phi(r)$ вида

$$\Phi(r) = \langle n'^2 \rangle \,\theta\left(\frac{b}{2} - r\right), \qquad \Theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geqslant 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (20)$$

Подстановка (20) в (18) дает для $\sigma_{эф}^{\parallel}(\omega, \mathbf{q})$ выражение

$$\sigma_{эф}^{\parallel}(\omega, \mathbf{q}) = \sigma_0\left\{1 + \frac{\langle n'^2\rangle}{2}\left[S_3\frac{iqb}{2}e^{-\gamma b/2} - S_2\left[\frac{1-(1+\gamma b/2)\,e^{-\gamma b/2}}{1-i\omega\tau_M} - \right.\right.\right.$$
$$\left.\left. - e^{-\gamma b/2}\left(\left[2-\gamma\frac{b}{2}\right] + (iqr_D)^2\left[2+\gamma\frac{b}{2}\right]\right)\right] + \right.$$
$$+ S_1\left[iqr_D^2\left(-\frac{4}{b}\frac{1}{1-i\omega\tau_M}\left[1-\frac{1}{2}\left[\left(1+\gamma\frac{b}{2}\right)^2+1\right]e^{-\gamma b/2}\right] + \frac{2}{b}e^{-\gamma b/2}\left[2-\left(\gamma\frac{b}{2}\right)^2\right]\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{iqb}{2}e^{-\gamma b/2}\right] + S_0\left[\frac{1-(1+\gamma b/2)\,e^{-\gamma b/2}}{1-i\omega\tau_M} - [1+(iqr_D)^2]\,e^{-\gamma b/2}\right] +$$
$$\left. + \frac{2}{1-i\omega\tau_M}\frac{1}{1+q^2/\gamma^2}\left[\left(\cos\frac{qb}{2} + \frac{\gamma}{q}\sin\frac{qb}{2}\right)e^{-\gamma b/2} - 1\right]\right\}, \quad (21)$$

$$S_m = \int_{-1}^{1} dt\, t^m \exp\left(\frac{iqb}{2}t\right). \quad (22)$$

Выражение для эффективной проводимости в квазистатическом приближении $\sigma_{эф}(\omega, 0)$ получим, положив в (21) $q=0$

$$\sigma_{эф}(\omega, 0) = \sigma_0\left[1 - \frac{\langle n'^2\rangle}{3}\frac{1-i\omega\tau_M[1+\gamma b/2]\,e^{-\gamma b/2}}{1-i\omega\tau_M}\right]. \quad (23)$$

Отметим, что выражение (23) совпадает с результатом [5] для $\sigma_{эф}(\omega)$, полученным для соответствующего вида $\Phi(r)$ методом Херринга [15]. При $b \gg k_D$, что имеет место, например, в легированных сильно компенсированных полупроводниках [2], получаем известный результат для $\sigma_{эф}(\omega)$ [5]

$$\sigma_{эф}(\omega, 0) = \sigma_0\left[1 - \frac{1}{3}\frac{\langle n'^2\rangle}{1-i\omega\tau_M}\right]. \quad (24)$$

Ввиду громоздкости выражения (21) рассмотрим случай $qb < 1$. Для S_m используем приближение

$$S_m \simeq \begin{cases} \dfrac{2}{m+1} + \left(\dfrac{iqb}{2}\right)^2\dfrac{1}{m+3}, & m = 2n, \\ \dfrac{iqb}{2}\dfrac{2}{m+2}, & m = 2n+1, \end{cases} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots . \quad (25)$$

Тогда для $\sigma^{\parallel}_{эф}(\omega, q)$ имеем

$$\sigma^{\parallel}_{эф}(\omega, \mathbf{q}) \simeq \sigma_{эф}(\omega, 0) + \sigma_0 \langle n'^2 \rangle \left\{ \left(\frac{iqb}{2}\right)^2 \left[\frac{1}{15} \frac{1}{1 - i\omega\bar{\tau}_M} - \frac{e^{-\gamma b/2}}{3} \left[\frac{1}{2} - (1 - i\omega\bar{\tau}_M) \right] - \right.\right.$$

$$- \frac{1}{1 - i\omega\bar{\tau}_M} \frac{e^{-\gamma b/2}}{30} \left[13 - 7\gamma \frac{b}{2} \right] - (iqr_D)^2 \left[\frac{1}{[1 - i\omega\bar{\tau}_M]^2} + e^{-\gamma b/2} \times \right.$$

$$\left.\left.\left. \times \left[1 - \frac{2}{3} \gamma \frac{b}{2} \frac{1}{1 - i\omega\bar{\tau}_M} + \left(1 + \gamma \frac{b}{2}\right) \frac{1}{(1 - i\omega\bar{\tau}_M)^2} \right] \right] \right\}. \qquad (26)$$

В случае легированного сильно компенсированного полупроводника $b \gg r_D$ [2] в (26) можно пренебречь слагаемыми, содержащими exp $(-\gamma b/2)$. Получим

$$\sigma^{\parallel}_{эф}(\omega, \mathbf{q}) = \sigma_{эф}(\omega, 0) + \sigma_0 \langle n'^2 \rangle \left\{ \left(\frac{iqb}{2}\right)^2 \frac{1}{15} \frac{1}{1 - i\omega\bar{\tau}_M} - (iqr_D)^2 \frac{1}{(1 - i\omega\bar{\tau}_M)^2} \right\}. \qquad (27)$$

Из (26)—(27) нетрудно найти условия малости эффектов пространственной дисперсии

$$\frac{1}{15} \langle n'^2 \rangle \left[\frac{qb}{2} \right]^2 \ll 1, \quad \langle n'^2 \rangle (qr_D)^2 \ll 1. \qquad (28)$$

2. Распространение ультразвука

Рассмотрим продольную звуковую волну, распространяющуюся в электрически неоднородном пьезополупроводнике n-типа. Как и в [8, 9], предполагается выполненным условие

$$ql \ll 1,$$

где l — длина свободного пробега носителей, что позволяет пользоваться гидродинамическим приближением при описании взаимодействия упругих волн с носителями тока. Звуковая волна распространяется вдоль гексагональной оси кристалла, что позволяет вместо некоторых тензорных и векторных величин рассматривать их проекции на гексагональную ось. Последняя считается направленной параллельно оси z координат. Чтобы найти волновой вектор звука q, необходимо получить дисперсионное уравнение, для чего дополним систему уравнений (4)—(9) волновым уравнением

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = C \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - \varkappa \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial z}. \qquad (29)$$

Выражение для электростатической индукции $\mathbf{D}$ напишем с учетом пьезоэффекта

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + \varkappa \mathbf{u}, \qquad (30)$$

$\varkappa$ — пьезомодуль; $\mathbf{u}$, ξ — деформация и смещение в упругой волне. Флуктуирующие в пространстве величины $\mathbf{j}$, E, n_0 опять представим в виде (10). Флуктуациями упругих свойств, как и в [8, 9], пренебрежем ввиду малости коэффициента электромеханической связи $K^2 = \varkappa^2/\varepsilon C$. Это позволяет нам считать $\langle \mathbf{u} \rangle \simeq \mathbf{u}$ и пренебречь членами порядка $n' \langle \mathbf{u} \rangle$. Благодаря этому уравнение для флуктуаций пьезополя E', полученное из уравнения (9), вновь имеет вид (14). Наличие пьезоэффекта, учтенное в (30), приводит к появлению новых (по сравнению с разделом 1) слагаемых в выражении для среднего тока $\langle \mathbf{j} \rangle$, и теперь усредненное уравнение непрерывности можно написать в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left[\sigma_0 \langle E_i \rangle + \sigma_0 \langle n' E'_i \rangle + \varepsilon D_0 \left\langle \frac{\partial n'}{\partial x_i} \frac{\partial E'_j}{\partial x_j} \right\rangle \right] - i\omega (\varepsilon \langle E_i \rangle + \varkappa u_i) \right\} = 0. \qquad (31)$$

Сравнив (31) с (11), легко видеть, что выражение в квадратных скобках в (31) есть не что иное, как $[\sigma_{эф}(\omega, \mathbf{q})]_{ik} \langle E_k \rangle$. Поперечная составляющая тензора $\sigma^{\perp}_{\text{эф}}(\omega, \mathbf{q})$ выпадает из уравнений при подстановке в (31) выражения (19) для $[\sigma_{\text{эф}}(\omega, \mathbf{q})]_{ik}$. Этот результат неудивителен, так как мы с самого начала пренебрегли возможностью существования связанных акустоэлектромагнитных волн [16].

С учетом сказанного уравнение (31) дает нам связь между средним пьезополем $\langle \mathbf{E} \rangle$ и деформацией $\mathbf{u}$ в виде

$$\langle \mathbf{E} \rangle = i\omega\varkappa \mathbf{u}(\sigma^{\parallel}_{\text{эф}}(\omega, \mathbf{q}) - i\omega\varepsilon), \tag{32}$$

что позволяет получить дисперсионное уравнение для q. Его решением будет следующее выражение для

$$q = \omega\sqrt{\rho/C}\,[1 + K^2(1 + i\sigma^{\parallel}_{\text{эф}}(\omega, \mathbf{q})/\varepsilon\omega)^{-1}]^{-1/2}. \tag{33}$$

Таким образом, можно считать доказанным, что волновой вектор звука q, а следовательно, α и v определяются величиной продольной составляющей эффективной проводимости $\sigma^{\parallel}_{\text{эф}}(\omega, q)$. Выделив мнимую и действительную части q, нетрудно найти выражения для α и v. Так, из (27) и (33) будем иметь

$$\alpha \simeq \omega\sqrt{\frac{\rho}{C}}\,\frac{K^2}{2}\,\frac{\omega\bar{\tau}_M\,[a' - (q_0R')^2]}{[\omega\bar{\tau}_M - (a'' - (q_0R'')^2)]^2 + [a' - (q_0R')^2]^2},$$

$$v \simeq \sqrt{\frac{C}{\rho}}\left\{1 + \frac{K^2}{2}\,\frac{\omega\bar{\tau}_M\,[\omega\bar{\tau}_M - (a'' - (q_0R'')^2)]}{[\omega\bar{\tau}_M - (a'' - (q_0R'')^2)]^2 + [a' - (q_0R')^2]^2}\right\}. \tag{34}$$

Здесь

$$a' + ia'' \equiv \sigma_{\text{эф}}(\omega, 0)/\sigma_0, \qquad q_0 = \omega\sqrt{\rho/C},$$

$$R'^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \frac{1}{15}\,\frac{1}{1 + (\omega\bar{\tau}_M)^2} - r_D^2\,\frac{1 - (\omega\bar{\tau}_M)^2}{[1 + (\omega\bar{\tau}_M)^2]^2},$$

$$R''^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \frac{1}{15}\,\frac{\omega\bar{\tau}_M}{1 + (\omega\bar{\tau}_M)^2} - r_D^2\,\frac{2\omega\bar{\tau}_M}{[1 + (\omega\bar{\tau}_M)^2]^2}. \tag{35}$$

Все вышеизложенное позволяет предложить экспериментальный метод оценки характерного размера неоднородностей электрического происхождения. Суть его состоит в сравнении частотных зависимостей коэффициента поглощения звука и эффективной проводимости. Найденная из электрических измерений частотная зависимость $\sigma_{\text{эф}}(\omega)$ подставляется в формулу (4) для коэффициента поглощения звука $\alpha(\omega)$. Рассчитанная по формуле (4) зависимость $\alpha(\omega)$ сравнивается с частотной зависимостью $\alpha(\omega)$, полученной на том же образце экспериментально. При совпадении обеих кривых можно сделать вывод, что пространственная дисперсия пренебрежимо мала, т. е. мал параметр qb. В таком случае для величины b имеем оценку сверху. Если же различие кривых значительно, можно сделать вывод о существенности пространственной дисперсии. Это значит, что параметр qb не мал и по формулам (33), (34) или (35) можно оценить величину b.

Список литературы

[1] Бонч-Бруевич В. Л. и др. Электронная теория неупорядоченных полупроводников. М., 1981.
[2] Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. 614 с.
[3] Гитис М. Б., Чайковский И. А. Распространение звука в легированных полупроводниках. Кишинев, 1986. 226 с.
[4] Выставкин А. Н., Гальперн Ю. С., Губанков В. Н. // ФТП. 1967. Т. 1. № 11. С. 1735—1741.
[5] Гальперн Ю. С., Эфрос А. Л. // ФТТ. 1969. Т. 11. № 8. С. 3201—3204.
[6] Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М., 1981. 504 с.
[7] Hutson A. K., White D. L. // J. Appl. Phys. 1962. V. 33. P. 40—47.
[8] Гитис М. Б., Чайковский И. А. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 4. С. 1189—1194.
[9] Chaikovskii I. A., German A. I. // Phys. St. Sol. (b). 1987. V. 143. P. K53—K56.
[10] Гитис М. Б., Копанский А. Г. // ФТП. 1978. Т. 12. № 5. С. 886—890.

[11] Кетис Б. П., Кривка Й. // ФТП. 1986. Т. 20. № 7. С. 1153—1159.
[12] Кетис Б. П., Кривка Й. // ФТП. 1980. Т. 14. № 9. С. 1856—1858.
[13] Кетис Б. П., Кривка Й. // ФТП. 1981. Т. 15. № 10. С. 2048—2050.
[14] Мак-Фи Дж. // Физическая акустика. Т. IVa / Под ред. У. Мезона. М., 1969.
[15] Herring C. // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. N 11. P. 107—121.
[16] Орлов В. П., Пустовойт В. И. // ФТП. 1968. Т. 2. № 9. С. 1305—1311.

**Институт прикладной физики
АН МССР
Кишинев**

Поступило в Редакцию
2 апреля 1990 г.