УДК 537.634.2

УДАРНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ЛЕГКОПЛОСКОСТНЫХ МАГНЕТИКАХ

А. Ф. Кабыченков, В. Г. Шавров, А. Л. Шевченко

Теоретически исследовано распространение низкочастотной поперечной упругой волны в легкой плоскости слабого ферромагнетика. Показано, что по мере распространения профиль волны изменяется и в итоге формируется разрывная волна. Определены координата образования разрыва, скачок упругих деформаций на разрыве, скорость распространения ударного фронта. Установлено, что по мере приближения магнетика к точке ориентационного фазового перехода время, через которое образуется ударная волна, или расстояние, на котором образуется разрыв при гармонических начальных или граничных условиях, уменьшается. Показано, что в точке фазового перехода учет диссипации (дисперсии) необходим. Рассмотрено влияние диссипации в магнитной подсистеме на характеристики упругой волны.

Интенсивная низкочастотная упругая волна, распространяющаяся в легкой плоскости магнетика, может приводить к локальной квазистатической переориентации вектора магнитного момента **M** [1]. Переориентация **M** сопровождается изменением перенормированных магнитострикцией эффективных модулей упругости, причем величина этих изменений зависит от амплитуды волны. Это приводит к тому, что различные участки волны движутся с разными скоростями. Если амплитуда деформаций в волне u_0' достаточно велика, то указанная разность скоростей мала и профиль волны почти не искажается. В данном случае упругая волна формирует движущуюся магнитную доменную структуру [1]. Если же амплитуда u_0' недостаточно велика, но и не слишком мала (условия на u_0' приведены ниже), то разность скоростей может быть значительной. В этом случае уже на расстоянии в несколько длин волн (или за время в несколько периодов колебаний) профиль упругой волны сильно искажается: образуются разрывы, формируется ударная магнитоакустическая волна.

По мере приближения магнетика к точке ориентационного фазового перехода (ОФП) внутреннее поле уменьшается и, следовательно, упругая волна сильнее воздействует на магнитную подсистему. Амплитуда отклонения **M** от равновесного положения под действием волны увеличивается. Соответственно возрастает разность скоростей различных участков волны. Расстояние, на котором образуется разрыв в случае возбуждения на границе магнетика гармонических упругих колебаний, уменьшается вплоть до нуля. Далее решение в виде римановой волны становится неприменимым (скорость распространения волны при некоторых амплитудах становится мнимой). Здесь учет дисперсии, диссипации необходим.

Слабонелинейные акустические колебания в легкоплоскостных магнетиках без учета дисперсии рассматривались в [2]. Однако вблизи ОФП магнитоупругие колебания становятся сильно нелинейными [3]. В отсутствие дисперсии и диссипации спектр упругой волны по мере ее распространения обогащается благодаря нелинейности высокочастотными гармониками, в результате чего и формируется ударный фронт. Продольные ударные волны в сегнетоэлектриках в точке Кюри исследовались в [4]. В настоящей работе рассматривается распространение низкочастотных поперечных акустических волн в легкоплоскостных магнетиках вблизи ОФП.

В квазистатическом приближении ($\omega\tau \ll 1$, $\omega=2\pi/T$ — характерная частота, τ — время релаксации намагниченности) без учета неоднородного обмена ($\omega\tau \ll v_t^2/s^2$; v_t, s — скорости упругой и спиновой волн), выхода магнитных моментов подрешеток $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ из плоскости базиса, спонтанных деформаций, легкоплоскостной анизотропии и при малом акустическом затухании распространение поперечной упругой волны в легкой плоскости неограниченного слабого ферромагнетика в направлении внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$ описывается уравнениями

$$\tau^{-1}\dot{\varphi} + \omega_H^2 \sin\varphi - \omega_{\text{му}}^2 u' \cos 2\varphi = 0, \tag{1а}$$

$$\rho\ddot{u} - c_{66}u'' + B_{66}(\cos\varphi \sin\varphi)' = 0. \tag{1б}$$

Здесь $\dot{f}\equiv\partial f/\partial t$; $f'\equiv\partial f/\partial x$; φ — азимутальный угол вектора ферромагнетизма $\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2$, причем $\varphi < \pi/4$; $\omega_H^2=\omega_0^2 dh/2$; $\omega_0=gM_0$; g — гиромагнитное отношение; M_0 — намагниченность насыщения подрешетки; d — константа Дзялошинского; $h=H/M_0$; $\omega_{\text{му}}^2=\omega_0^2 e b_{66}/4$; e и $b_{66}=B_{66}/M_0^2$ — константы однородного обмена и магнитоупругости; ρ — плотность магнетика; $u\equiv u_y$ — упругое смещение по оси y; c_{66} — модуль упругости. Без учета диссипации из (1а) получаем

$$\sin\varphi = \left(-1/\sqrt{2}\,p\right)\left(1-\sqrt{1+p^2}\right), \tag{2}$$

где $p=\sqrt{2}u'/u'_{\text{п}}$, $u'_{\text{п}}=dh/eb_{66}$ — пороговая деформация. В области сильных полей амплитуда $p \ll 1$ и, следовательно, $\varphi \approx p/2^{3/2}$. В области слабых полей вблизи ОФП амплитуда $p \gg 1$, а $\varphi \approx \pm\pi/4$ соответственно при $u' \gtrless 0$. Точка $H=0$ соответствует безгистерезисному ОФП первого рода. Подставляя (2) в (1б), получаем

$$\ddot{u} - v_t^2 (au')' = 0, \tag{3}$$

где $v_t^2 = c_{66}/\rho$, $a \equiv a(u') = 1 + bq\sqrt{1-2q}$, $b = B_{66}/\sqrt{2}c_{66}u'_{\text{п}}$, $q = \left(1 - \sqrt{1+p^2}\right)/p^2$. Решение уравнения (3) можно представить в виде простой волны

$$u = F(t - x/v),$$

$$v^2 = v_t^2(1+bQ), \quad Q = 4q^3/(1+q)\sqrt{1-2q}. \tag{4}$$

Вид функции F задается граничными или начальными условиями. Поскольку $b > 0$, а $Q < 0$, причем минимальное значение $Q\,(p=0) = -1/\sqrt{2}$, то решение (4) справедливо при $b < \sqrt{2}$, т. е. в области полей, не слишком близких к точке ОФП. Скорость v, как видно из (4), зависит от величины u', причем с ростом $|u'|$ значение v увеличивается. Из-за этого области волны с большим значением $|u'|$ догоняют области с меньшим значением $|u'|$. Профиль волны искажается. По мере распространения волны искажения нарастают. Передний фронт становится более крутым, а задний более пологим. В итоге образуются разрывы, формируется ударная волна.

Координата образования разрыва $x_p^{(0)}$ определяется из условий $dt/du'=d^2t/du'^2=0$. Выражая t из (4) через обратную функцию $\bar{F}(u')$ в виде

$$\omega t = \frac{\omega}{v(u')}x + \bar{F}(u'), \tag{5}$$

указанные условия можно записать как

$$\begin{gathered}(\bar{F}''/\bar{F}')\big|_{u'_p} = [(v^2)''/(v^2)']\big|_{u'_p} - 3\,[(v^2)'/2v^2]\big|_{u'_p},\\ x_p^{(0)} = \frac{2v^3}{\omega}\,[\bar{F}'/(v^2)']\big|_{u'_p},\end{gathered} \tag{6}$$

где u'_p — деформация на разрыве. Решить уравнения (6) в общем виде довольно сложно, поэтому рассмотрим область относительно больших полей, где $u'_0/u'_{\text{п}} \ll 1$. В этой области $v^2 = v_t^2\left[\left(\sqrt{2}-b\right)/\sqrt{2}\right](1+\alpha^2 y^2)$, где $\alpha^2=[2b/(\sqrt{2}-b)]\,(u_0'/u_n')^2$, $y=u'/u_0'$. Для граничных условий $u'\,(x=0)=$ $=u_0'\sin\omega t$ из (6) получаем

$$x_p^{(0)}=\frac{v_t}{\omega}\,\frac{(\sqrt{2}-b)^{1/2}}{2^{1/4}}\,\frac{(2+\alpha^2-\beta)^{3/2}}{(1+\alpha^2-\beta)^{1/2}(\beta-1)^{1/2}}, \tag{7}$$

где $\beta=(1+\alpha^2+\alpha^4)^{1/2}$. При $\alpha^2\ll 1$ величина $x_p^{(0)}=\Lambda(\sqrt{2}-b)^{1/2}/(2^{1/4}\pi\alpha^2)$, $\Lambda=v_tT$ — длина звуковой волны. С приближением к ОФП значение $x_p^{(0)}$ уменьшается, причем с изменением u_0' — по закону $x_p^{(0)}\sim(u_0')^{-2}$, а с изменением H — по закону $x_p^{(0)}\sim H^3[(2ec_{66}/dM_0)-H]^{3/2}$.

После образования разрыва распространение ударного фронта описывается системой уравнений

$$\omega t_p=\frac{\omega}{v(u_i')}\,x+\bar{F}(u_i'),\quad i=1,\ 2,$$
$$\int\limits_{u_1'}^{u_2'}\frac{\partial t}{\partial x}\,du'=\frac{dt_p}{dx}\,(u_2'-u_1'), \tag{8}$$

где u_1', u_2' — нижняя и верхняя точки разрыва; t_p — временна́я координата разрыва. Для указанных выше граничных условий система уравнений (8) сводится к следующей:

$$[(1-y_i^2)^{-1/2}-\tilde{x}y_i(1+\alpha^2y_i^2)^{-3/2}]\,\frac{dy_i}{d\tilde{x}}=\alpha^{-2}[G(y_1,\ y_2)-(1+\alpha^2y_i^2)^{-1/2}],$$
$$d\tau_p/d\tilde{x}=\alpha^{-2}G(y_1,\ y_2), \tag{9}$$

где

$$G(y_1,\ y_2)=\frac{1}{\alpha(y_2-y_1)}\ln\frac{\alpha y_2+\sqrt{1+\alpha^2y_2^2}}{\alpha y_1+\sqrt{1+\alpha^2y_1^2}},$$

$\tau_p=\omega t_p$, $y_i=u_i'/u_0'$, $\tilde{x}=x/[v_t(\sqrt{2}-b)^{1/2}/2^{1/4}\omega\alpha^2]$. Вблизи точки $x_p^{(0)}$ при условии $|[G-(1+\alpha^2y_i^2)^{-1/2}]/\alpha^2(dy_i/d\tilde{x})|\ll(1-y_i^2)^{1/2}$ деформации на разрыве определяются соотношением

$$y_{1,\,2}^2=\frac{\tilde{x}^2-3\alpha^2}{2(\tilde{x}^2+3\alpha^4)}\left[1\mp\sqrt{1-\frac{4(3\alpha^4+\tilde{x}^2)}{(3\alpha^2-\tilde{x}^2)^2}}\right]. \tag{10}$$

В точке образования разрыва подкоренное выражение обращается в нуль. Получившаяся при этом координата образования разрыва совпадает с (7) при малых α^2. Используя (10), приведенное выше условие можно записать в виде $x-x_p\ll x_p^{(0)}/2$. При $3\alpha^2\ll\tilde{x}^2$ соотношение (10) упрощается

$$u_{1,\,2}'=2^{-1/2}u_0'\,[1\mp\sqrt{1-(x_p^{(0)}/x)^2}\,]^{1/2}. \tag{11}$$

Как видно из (11), разрыв возникает на уровне $|u_{1,\,2}'|\simeq u_0'/\sqrt{2}$. Для положительного полупериода с ростом x значение u_2' увеличивается, а u_1' уменьшается. Когда u_2' достигает максимума, u_1' обращается в нуль. Далее u_2' уменьшается, а u_1' становится отрицательным. Значение u_1' достигает минимума, когда $u_1'=-u_2'$. Далее, как следует из (9), оба значения стремятся к нулю по закону

$$u_{1,\,2}'\approx\mp C\,(u_0'/\sqrt{2})\,(x_p^{(0)}/x)^{1/2}, \tag{12}$$

где C — константа. Для отрицательного полупериода профиль деформаций упругой волны изменяется так же, как для положительного, но с противоположным знаком. Скачок упругих деформаций на разрыве $\Delta u'=u_2'-$ $-u_1'\simeq u_0'\{[1-(x_p^{(0)}/x)^2]/2\}^{1/2}$ при $x-x_p^{(0)}<x_p^{(0)}/2$ и $\Delta u'\simeq\sqrt{2}\,C\,(x_p^{(0)}/x)^{1/2}$ при $x\gg x_p^{(0)}$. Сначала $\Delta u'$ растет, затем достигает максимума и далее уменьшается до нуля.

Скорость распространения ударного фронта определяется из второго уравнения (9) в виде

$$v_{\text{уф}} = v_t (\sqrt{2} - b)^{1/2} \cdot 2^{1/4} G^{-1}. \tag{13}$$

Для αy_1, $\alpha y_2 \ll 1$ величина $G = 1 - \alpha^2 (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2)$. В этом случае с учетом (11), (12) выражение (13) можно преобразовать к виду

$$v_{\text{уф}} = v_t (\sqrt{2} - b)^{1/2} \begin{cases} 1 + \alpha^2 + \dfrac{\alpha^2}{2} \dfrac{x_p^{(0)}}{x}, & x - x_p^{(0)} < \dfrac{x_p^{(0)}}{2}, \\ 1 + \dfrac{\alpha^2}{2} C \dfrac{x_p^{(0)}}{x}, & x \geqslant x_p^{(0)}. \end{cases} \tag{14}$$

При малых α величина $v_{\text{уф}} \simeq v_t (\sqrt{2} - b)^{1/2}$. С приближением к ОФП скорость уменьшается. В области полей, где $b < \sqrt{2}$, данное рассмотрение неприменимо.

Приведем численные оценки. В поле $H \approx 10^2$ Э характерная величина $u'_{п} \approx 10^{-5}$. Соответственно $b \approx 0.7$. При амплитуде упругих деформаций $u'_0 \approx 3 \cdot 10^{-6}$ значение параметра $\alpha^2 \approx 0.2$. Следовательно, величина $x_p^{(0)} \approx \Lambda$. Скорость распространения ударного фронта $v_{\text{уф}} \approx 0.8\, v_t$. Амплитуда волны на расстоянии $x \gg \Lambda$ убывает как $(\Lambda/x)^{1/2}$.

Выше отмечалось, что решение (4) в виде простой волны справедливо в области не слишком близкой к ОФП. В непосредственной близости от ОФП ω_H^2 становится меньше ω/τ. Пренебрегая в данном случае вторым членом в (1а), находим

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\Phi \exp\left(\Omega \int_0^t u' dt\right)\right] - \frac{\pi}{4}, \tag{15}$$

где $\Omega = 2\omega_{\text{му}}^2 \tau$, $\Phi = \operatorname{tg}(\varphi_0 + \pi/4)$, $\varphi_0 = \varphi\,(t=0)$. Подставляя (15) в (1б), получаем следующее уравнение:

$$\ddot{u} - v_t^2 \left[u'' + \frac{B_{66}}{2c_{66}} \left(\frac{1 - \Phi^2 \exp\left(2\Omega \int_0^t u' dt\right)}{1 + \Phi^2 \exp\left(2\Omega \int_0^t u' dt\right)} \right)' \right] = 0. \tag{16}$$

В общем виде решить уравнение (16) не представляется возможным. Однако если $\left| 2\Omega \int_0^t u' dt \right| \ll 1$, то экспоненту в (16) можно разложить в ряд и ограничиться несколькими первыми членами. Учитывая в разложении члены не выше второй степени, уравнение (16) можно привести к виду

$$\ddot{u} - v_t^2 u'' + v_t^2 A u'' + v_t^2 4 A \Omega\, (1 - \Phi^2) \left(u' \int_0^t u' dt \right)' = 0, \tag{17}$$

где $A = B_{66} \Omega \Phi^2 / c_{66} (1 + \Phi^2)$. В первом приближении без учета интегрального члена решение (17) имеет вид гармонической волны $u^{(1)} = u_0^{(1)} \exp(i\omega t - ikx)$. Действительная и мнимая части волнового числа k определяются выражениями

$$\begin{aligned} k' &= (\omega/\sqrt{2}\, v_t) \left[\left(1 + \sqrt{1 + \tilde{A}^2}\right)/(1 + \tilde{A}^2)\right]^{1/2}, \\ k'' &= (-\omega \tilde{A}/\sqrt{2}\, v_t) \left[(1 + \tilde{A}^2)\left(1 + \sqrt{1 + \tilde{A}^2}\right)\right]^{-1/2}, \end{aligned} \tag{18}$$

где $\tilde{A} = A/\omega$. В случае $\tilde{A} \ll 1$ значение $k' \approx \omega/v_t$, а $k'' \approx -A/2v_t$. В случае $\tilde{A} \gg 1$ значение $k' = \omega^{3/2}/\sqrt{2} v_t A^{1/2}$, а $k'' = -\omega^{3/2}/\sqrt{2} v_t A^{1/2}$. С увеличением времени релаксации и магнитоупругой связи затухание волны в первом случае увеличивается, а во втором уменьшается. При этом длина волны соответственно не изменяется в первом случае и увеличивается во втором. Подставляя полученное решение в интегральный член в (17), найдем поправки к первому приближению в виде гармоник. Амплитуда второй гармоники $u^{(2)}=u_0^{(2)}\exp(i2\omega t-i2kx)$ выражается соотношением

$$u_0^{(2)}=2\,(u_0^{(1)})^2 v_t^2\,(\Omega/\omega^3)\,[\varkappa_1+\varkappa_2\tilde{A}+i\,(\varkappa_1\tilde{A}-\varkappa_2)], \tag{19}$$

где $\varkappa_1=k'\left(3k''^2-k'^2\right)$, $\varkappa_2=k''\left(3k'^2-k''^2\right)$. Амплитуда гармоники $u_1^{(2)}=u_{01}^{(2)}\exp(i\omega t-i2kx)$ определяется соотношением (19) при условии замены ω на $\omega/2$.

Авторы благодарны М. И. Каганову и В. Л. Преображенскому за обсуждение работы и полезные замечания.

Список литературы

[1] Кабыченков А. Ф., Шавров В. Г. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 2. С. 433—435.
[2] Ожогин В. И., Преображенский В. Л. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 3. С. 988—1000.
[3] Кабыченков А. Ф., Шавров В. Г. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 580—587.
[4] Козуб В. И., Таганцев А. К. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 1. С. 222—232.

Институт радиотехники и
электроники АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
14 декабря 1989 г.