

УДК 539.211 : 548.4 : 669.017.3

© 1990

## ЭФФЕКТ РЕАКТИВНОЙ ДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ СДВИГОВОГО ФАЗОВОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ В КРИСТАЛЛАХ

A. M. Рощупкин

Указано на существование принципиально важной составляющей движущей силы «взрывного» фазового превращения типа смещения, имеющей характер реактивной тяги в механике тел переменной массы и обусловленной скачкообразным изменением импульса кооперативного движения атомов кристалла на перемещающейся когерентной границе раздела фаз.

Рост кристаллов новой фазы в процессе сдвигового превращения происходит, как правило, со скоростями, приближающимися к звуковым [1-3]. Обычно это связывается со значительной величиной «переохлаждения», которое, однако, само по себе не способно объяснить эффект «динамической неустойчивости» кристалла хотя бы из-за действия сил вязкого торможения межфазных границ. Вместе с тем понятно, что природа этого эффекта, обсуждавшегося впервые в [4] для двойникования в одномерной постановке задачи, кроется в самом характере сдвигового превращения, в процессе которого атомы кооперативно смещаются в определенных направлениях с сохранением ближайших соседей [1]. Характеристикой превращения является спонтанная дисторсия, определяемая дуальным произведением единичного вектора нормали  $\mathbf{m}$  к инвариантной плоскости и вектора относительного сдвига  $\mathbf{s}$  элементов кристалла [2, 3]. Типичной формой зародыша новой фазы является тонкая пластина, ориентированная параллельно инвариантной плоскости [1-3]. Как и в [4], это предопределяет одномерный характер рассматриваемой здесь задачи о динамике роста плоско-параллельной прослойки новой фазы. Обозначим посредством  $\xi(t)$  полутощину такой прослойки, а ее срединную плоскость будем считать совпадающей с плоскостью  $xOy$ , что автоматически приводит к выбору направления вектора  $\mathbf{m}$  вдоль оси  $z$ . Полагая, что все поперечные оси  $z$  сечения кристалла имеют одинаковую форму единичной площади, ограничим его размер в продольном направлении координатами  $z = \pm L/2$  (рис. 1). В таком случае все рассуждения в дальнейшем можно будет относить только к одной половине кристалла, например  $0 \leq z \leq L/2$ . Движение расположенной в этой части кристалла межфазной границы сопровождается кооперативным перемещением атомов в исходной фазе со скоростью  $s d\xi / dt$ , теряемой при переходе атомов в новую фазу [5]. График поля скоростей, порожденного движением межфазной границы, изображен на рис. 1. Учитывая его при записи функции Лагранжа рассматриваемой гетерофазной системы, как обычно, в виде разности ее кинетической и потенциальной энергий, будем иметь

$$\mathcal{L} = \frac{\rho s^2}{2} \left( \frac{L}{2} - \xi \right) \left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2 - \left[ \mu_I \left( \frac{L}{2} - \xi \right) + \mu_{II} \xi \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  — плотность вещества кристалла;  $\mu_I$ ,  $\mu_{II}$  — термодинамические потенциалы единицы объема исходной и новой фаз. Из вида первого слагаемого в (1), представляющего собой суммарную кинетическую энергию

атомов кристалла в исходной фазе, можно заключить, что эффективная масса единицы площади межфазной границы

$$M(\xi) = \frac{\rho s^2 L}{2} \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right) \quad (2)$$

линейно убывает с увеличением доли новой фазы. Именно это обстоятельство обуславливает специфическую кинетику сдвигового превращения, приводя его к самоускорению. Внешней же движущей силой этого превращения является разность химических потенциалов фаз, учитываемая вторым слагаемым в (1), имеющим с противоположным знаком смысл потенциальной энергии гетерофазной системы.

С целью анализа эволюции этой системы под действием внешнего термодинамического стимула  $\mu_I - \mu_{II}$  рассмотрим отвечающее (1) уравнение Лагранжа, которое при включении в него силы динамического торможения границы  $-\beta d\xi/dt$  имеет вид

$$M(\xi) \frac{d^2\xi}{dt^2} - \alpha \left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \beta \frac{d\xi}{dt} = \mu_I - \mu_{II}, \quad (3)$$

где второй существенно отрицательный член в левой части обусловлен реактивным эффектом, имеющим место в динамике тел переменной массы.

При этом коэффициент реактивной тяги  $\alpha$  определяется как  $\rho s^2/2$ . Переходим в (3) с учетом (2) к безразмерным величинам

$$\eta = \frac{2[\xi - \xi(0)]}{L - 2\xi(0)}, \quad \tau = \frac{\beta t}{\alpha [L - 2\xi(0)]}, \quad \Delta = \frac{4\alpha}{\beta^2} (\mu_I - \mu_{II}). \quad (4)$$

Тогда задача о динамике роста прослойки новой фазы сводится к решению следующего уравнения:

$$(1 - \eta) \frac{d^2\eta}{d\tau^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{d\eta}{d\tau} \right)^2 + \frac{d\eta}{d\tau} = \frac{\Delta}{2} \quad (5)$$

при нулевых начальных условиях  $\eta(0) = 0$ ,  $d\eta/d\tau(0) = 0$ . Выбирая в качестве новой независимой переменной  $\eta$ , а в качестве неизвестной функции  $v(\eta) = d\eta/d\tau$ , где  $\tau = \tau(\eta)$ , придем к дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными

$$(1 - \eta) v \frac{dv}{d\eta} - \frac{1}{2} v^2 + v = \frac{\Delta}{2}. \quad (6)$$

Его интеграл, отвечающий условию  $v(0) = 0$ , имеет вид

$$\eta = 1 - \Delta (v^2 - 2v + \Delta)^{-1} f(v),$$

где в зависимости от значения нормированного термодинамического стимула

$$f(v) = \begin{cases} (1 - v/(1 - \sqrt{1 - \Delta}))^{1/\sqrt{1 - \Delta}} (1 - v/(1 + \sqrt{1 - \Delta}))^{-1/\sqrt{1 - \Delta}}, & 0 < \Delta < 1, \\ \exp[2v/(v - 1)], & \Delta = 1, \\ \exp \left[ -\frac{2}{\sqrt{\Delta - 1}} \left( \operatorname{arctg} \frac{v - 1}{\sqrt{\Delta - 1}} + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\Delta - 1}} \right) \right], & \Delta > 1. \end{cases}$$

Как видно из рис. 2, *a*, при значениях  $\Delta < 1$  скорость  $v$  монотонно возрастает с увеличением  $\eta$  до своего предельного значения  $1 - \sqrt{1 - \Delta}$ , лимитируемого процессами вязкого торможения межфазных границ. Однако при  $\Delta > 1$  (рис. 2, *a*, *b*) характер зависимости  $v(\eta)$  качественно

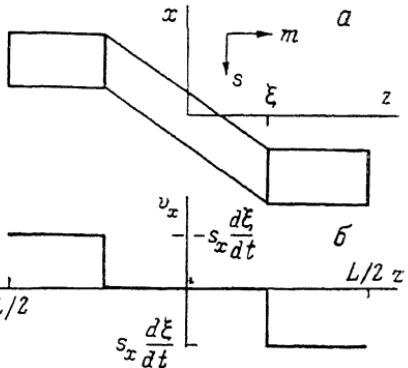


Рис. 1. Геометрия сдвигового превращения (*a*) и эпюра поля скоростей (*b*).

меняется. В этом случае доминирующим является эффект реактивной движущей силы, приводящий в результате к разгону межфазных границ до звуковых скоростей. Таким образом,  $\Delta = 1$  является точкой бифуркации уравнения (6). Согласно (4), ей соответствует следующее значение термодинамического стимула:

$$\mu_I - \mu_{II} = \beta^2/4\alpha = \beta^2/2\rho s^2.$$

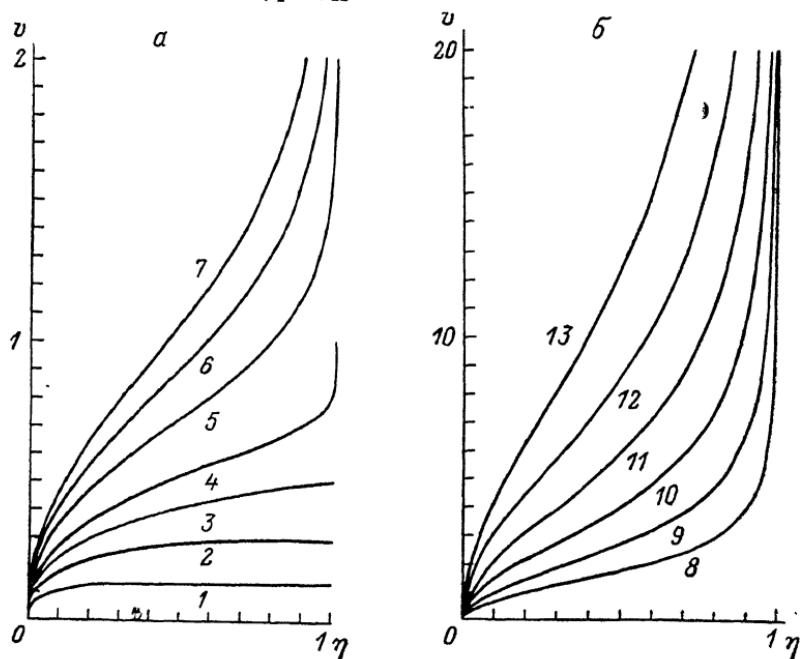


Рис. 2. Зависимость нормированной скорости  $v$  роста прослойки новой фазы от ее доли  $\eta$  при возрастающих значениях нормированного термодинамического стимула  $\Delta$ .  $\Delta$ : 1 — 0.25, 2 — 0.5, 3 — 0.75, 4 — 1, 5 — 1.5, 6 — 2, 7 — 2.5, 8 — 5, 9 — 10, 10 — 20, 11 — 40, 12 — 80, 13 — 160.

Принимая здесь  $\beta \sim 10^4$  кг/м<sup>2</sup>·с [8],  $\rho \sim 10^4$  кг/м<sup>3</sup> и  $s \sim 0.1$  [2], найдем, что бифуркационное значение  $\mu_I - \mu_{II}$  по порядку величины составляет 1 МДж/м<sup>3</sup>. Это хорошо согласуется с известными результатами экспериментальных наблюдений кинетики сдвиговых фазовых превращений в кристаллах [2].

#### Список литературы

- [1] Курдюмов Г. В. // Металлофизика. 1979. Т. 1. № 1. С. 81—91.
- [2] Вейман К. М. // Физическое металловедение. Т. 2. М., 1987. С. 365—405.
- [3] Кристиан Дж. Теория превращений в металлах и сплавах. М., 1978. 807 с.
- [4] Лифшиц И. М. // ЖЭТФ. 1948. № 12. Т. 24. С. 1134—1143.
- [5] Косилов А. Т., Переевозников А. М., Рошупкин А. М. // Поверхность. 1983. № 10. С. 36—46.
- [6] Olson G. B., Cohen M. // Dislocations in Solids. Amsterdam, 1986. V. 7. P. 295—407.

Воронежский политехнический институт

Поступило в Редакцию  
5 сентября 1989 г.  
В окончательной редакции  
1 декабря 1989 г.