УДК 621.315.592
© 1990

ВЛИЯНИЕ РАССЕЯНИЯ ДЫРОК НА ПОГЛОЩЕНИЕ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ p-ТИПА С ВЫРОЖДЕННОЙ ВАЛЕНТНОЙ ЗОНОЙ

О. Э. Райчев

Теоретически изучено поглощение ИК излучения в дырочных полупроводниках с вырожденной валентной зоной при наличии рассеяния дырок на заряженных примесях, акустических и оптических фононах. Получена общая формула для коэффициента поглощения при наличии рассеяния, которая переходит в известное выражение для коэффициента поглощения при прямых переходах, если устремить к нулю вероятности рассеяния. Для случая низких температур (ему отвечает поглощение при непрямых фотопереходах) получены аналитические зависимости коэффициента (сечения) поглощения от частоты кванта излучения, температуры и параметров полупроводника. В широком интервале температур и частот указанные зависимости рассчитывались численно для p-германия при различных значениях концентрации примесей.

1. Поглощение света в средней и дальней ИК областях в дырочных полупроводниках с вырожденными зонами типа p-Ge при достаточно высоких температурах $T \sim \varepsilon_n = \beta\hbar\omega/(1-\beta)$ (ε_n — пороговая энергия тяжелой дырки, совершающей прямой межзонный фотопереход; $\hbar\omega$ — энергия кванта излучения; $\beta = m_2/m_1$ — отношение эффективных масс легкой и тяжелой дырок[1]) обусловлено прямыми оптическими переходами носителей из зоны тяжелых в зону легких дырок [1]. При температурах $T \ll \varepsilon_n$ дырок, способных совершить прямой переход, экспоненциально мало и поглощение света определяется непрямыми фотопереходами дырок, на что указывалось в работах [2, 3].

Несмотря на то что поглощение ИК излучения в p-Ge исследуется как экспериментально, так и теоретически с 50-х годов [4–6], теория непрямых переходов в полупроводниках с вырожденными зонами в настоящее время отсутствует. В принципе такую теорию можно строить, исходя из стандартной процедуры теории возмущений [7, гл. 5], хотя при этом возникают некоторые трудности, связанные с учетом множества элементарных процессов перехода (каналов) и интерференции этих каналов. Однако выражения для вероятности переходов, полученные таким способом, содержали бы расходимость, связанную с обращением в нуль энергетических знаменателей при

$$\varepsilon_{2\mathbf{k}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}} = \hbar\omega, \tag{1}$$

т. е. при энергиях дырок, соответствующих прямым оптическим переходам. Причина появления этой расходимости заключена в некорректном подходе при использовании теории возмущений, когда непрямые и прямые переходы рассматриваются порознь. В действительности при энергиях дырок, близких к энергиям межзонного резонанса (условие (1)), прямые и непрямые переходы нельзя разделять, они должны рассматриваться

[1] Здесь и далее индекс «1» относится к зоне тяжелых, индекс «2» — к зоне легких дырок.

совместно. Только тогда можно получить правильное самосогласованное выражение для коэффициента (сечения) поглощения. Получение и исследование такого выражения являются задачей настоящей работы. Для ее реализации построена теория возмущений для одночастичной матрицы плотности дырок, взаимодействующих со светом, заряженными примесями, а также с акустическими и оптическими фононами. Получена в общем виде формула для коэффициента поглощения при наличии рассеяния. Выделены каналы, дающие наибольший вклад в поглощение при $\beta \ll 1$. Особо рассмотрен случай низких температур $T \ll \varepsilon_n$: получены аналитические выражения, описывающие парциальные вклады в сечение поглощения для каждого из рассматриваемых механизмов рассеяния — примеси, акустические и оптические фононы. При более высоких температурах, когда нельзя получить аналитические выражения, сечение поглощения рассчитывалось численно для p-Ge. Построены температурные и частотные зависимости сечения поглощения при различных значениях концентрации примесей.

2. При решении задачи будем исходить из квантового кинетического уравнения для оператора плотности $\hat{\eta}$

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\eta}], \tag{2}$$

где гамильтониан $\hat{H}$ имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_e + \hat{H}_{\mathrm{ph}} + \hat{V} + \hat{P} + \hat{\gamma}(t). \tag{3}$$

Здесь $\hat{H}_e = \sum\limits_{n,\,\mathbf{k}} \varepsilon_{n\mathbf{k}} \hat{a}^{+}_{n\mathbf{k}} \hat{a}_{n\mathbf{k}}$ — гамильтониан свободных дырок, индекс $n = 1\uparrow, 1\downarrow, 2\uparrow, 2\downarrow$ нумерует дырочные состояния; $\mathbf{k}$ — волновой вектор дырки; $\hat{a}_{n\mathbf{k}}$ — оператор уничтожения дырки; $\hat{H}_{\mathrm{ph}} = \sum\limits_{\lambda,\,\mathbf{q}} \hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}} \hat{b}^{+}_{\lambda\mathbf{q}} \hat{b}_{\lambda\mathbf{q}}$ — гамильтониан свободных фононов: λ — поляризация фонона; $\mathbf{q}$ — его волновой вектор; $\hat{b}_{\lambda\mathbf{q}}$ — оператор уничтожения фонона; $\hat{V}$, P — операторы взаимодействия дырок с примесями и с фононами соответственно; $\hat{\gamma}(t)$ — оператор взаимодействия дырок с излучением. Матричные элементы операторов взаимодействия на дырочных состояниях, которым соответствуют собственные функции $|n, \mathbf{k}\rangle = F_{n\mu}(\mathbf{k})\, e^{i\mathbf{kr}}$ матричного гамильтониана Латтинжера $H_{\mu'\mu}$ [8], имеют вид

$$\gamma^{n'n}_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}(t) = -\frac{eE_0}{\omega}\, \delta_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} v_{n'n}(\mathbf{k}) \sin \omega t, \tag{4}$$

$$V^{n'n}_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = \frac{4\pi e^2}{\varkappa_0} \sqrt{\frac{N_I}{V}}\, \frac{I_{n'n}(\mathbf{k}', \mathbf{k})}{(\mathbf{k}' - \mathbf{k})^2 + q_0^2}, \tag{5}$$

$$P^{n'n}_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = \sum_{\lambda,\,\mathbf{q}} P^{n'n}_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}(\lambda, \mathbf{q}) \left(\hat{b}_{\lambda\mathbf{q}} \delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}+\mathbf{q}} + \hat{b}^{+}_{\lambda\mathbf{q}} \delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}-\mathbf{q}}\right), \tag{6}$$

где

$$v_{n'n}(\mathbf{k}) = \sum_{\mu',\,\mu} F^{*}_{n'\mu'}(\mathbf{k})\, \frac{\mathbf{e}}{\hbar} \frac{\partial H_{\mu'\mu}}{\partial \mathbf{k}} F_{n\mu}(\mathbf{k}) \tag{4a}$$

— скалярное произведение матричного элемента оператора скорости на вектор поляризации $\mathbf{e}$ электрического поля света; E_0 — амплитуда этого поля; e — заряд электрона; ω — частота излучения; N_I — концентрация ионизованных примесей; V — объем кристалла; q_0 — обратная длина экранирования; $\varkappa_0$ — статическая диэлектрическая проницаемость; $I^{*}_{n'n}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \sum\limits_{\mu} F^{*}_{n'\mu}(\mathbf{k}') F_{n\mu}(\mathbf{k})$ — интегралы перекрытия. Величины $P^{n'n}_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}(\lambda, \mathbf{q})$ и $I_{n'n}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ вычисляются в [8, гл. 12], и мы не приводим здесь их явный вид.

Матричные элементы $v_{n'n}$ можно вычислить исходя из их определения (4а). Отметим, что в изотропном приближении

$$v_{11}(\mathbf{k})=v_{1\uparrow,1\uparrow}=v_{1\downarrow,1\downarrow}=\frac{\hbar k}{m_1}\cos(\widehat{\mathbf{ke}}),\quad v_{22}(\mathbf{k})=v_{2\uparrow,2\uparrow}=v_{2\downarrow,2\downarrow}=$$
$$=\frac{\hbar k}{m^2}\cos(\widehat{\mathbf{ke}}),\quad v_{1\uparrow,1\downarrow}=v_{1\downarrow,1\uparrow}=v_{2\uparrow,2\downarrow}=v_{2\downarrow,2\uparrow}=0,$$
$$|v_{21}(\mathbf{k})|^2=|v_{2\uparrow,1\uparrow}|^2+|v_{2\downarrow,1\uparrow}|^2=\frac{3}{16}\left(\frac{m_1-m_2}{m_1m_2}\hbar k\right)^2\sin(\widehat{\mathbf{ke}}). \tag{7}$$

Оператор плотности $\hat{\eta}$ представим в виде произведения $\hat{\rho}\hat{\sigma}$, где $\hat{\rho}$ — оператор плотности дырок, $\hat{\sigma}$ — оператор плотности фононов. В пространстве дырочных состояний получим матрицу плотности $\rho_{n'n}(\mathbf{k})$, которую будем искать в виде

$$\rho_{n'n}(\mathbf{k})=\delta_{n'n}\rho_n(\mathbf{k})+\rho_{n'n}^{(+)}(\mathbf{k})\,e^{i\omega t}+\rho_{n'n}^{(-)}(\mathbf{k})\,e^{-i\omega t}. \tag{8}$$

Коэффициент поглощения света α выражается через компоненты этой матрицы согласно выражению

$$\alpha=\frac{4\pi e}{c\sqrt{\varkappa}\,E_0V}\sum_{n,\,n',\,\mathbf{k}}\mathrm{Re}\left[v_{nn'}(\mathbf{k})\left(\rho_{n'n}^{(+)}(\mathbf{k})+\rho_{n'n}^{(-)}(\mathbf{k})\right)\right], \tag{9}$$

где $\varkappa$ — диэлектрическая проницаемость кристалла на частоте ω; c — скорость света. Таким образом, для вычисления α необходимо найти величины $\rho_{n'n}^{(+)}$ и $\rho_{n'n}^{(-)}$. Это можно сделать, развивая теорию возмущений для оператора $\hat{\rho}$. Считая возмущением оператор $\hat{\gamma}(t)+\hat{U}$ $(\hat{U}=\hat{V}+\hat{P})$, приходим от уравнения (2) к уравнению

$$\frac{\partial\tilde{\hat{\rho}}(t)}{\partial t}\simeq-\frac{i}{\hbar}[\tilde{\hat{\gamma}}(t),\ \tilde{\hat{\rho}}(t)]-\frac{1}{\hbar^2}\,\mathrm{Sp}\left[\tilde{\hat{U}}(t),\ \int_{-\infty}^{t}dt'e^{\delta t'}\,[\tilde{\hat{U}}(t'),\ \tilde{\hat{\rho}}(t')\,\hat{\sigma}]\right]+$$
$$+\frac{i}{\hbar^3}\,\mathrm{Sp}\left[\tilde{\hat{U}}(t),\ \int_{-\infty}^{t}dt'e^{\delta t''}\left[\tilde{\hat{\gamma}}(t'),\ \int_{-\infty}^{t'}dt''e^{\delta t''}\,[\tilde{\hat{U}}(t''),\ \tilde{\hat{\rho}}(t'')\,\hat{\sigma}]\right]\right], \tag{10}$$

где все операторы записаны в представлении взаимодействия (это обстоятельство отражено волной сверху), $\delta\to+0$, шпур берется по фононным состояниям. Операторное уравнение (10) сводится к системе уравнений для компонент ρ_n, $\rho_{n'n}^{(\pm)}$. Выражая $\rho_{n'n}^{(\pm)}$ через $\rho_n(\mathbf{k})$ и подставляя результат в (9), получим

$$\alpha=\frac{4\pi^2e^2}{c\sqrt{\varkappa}\,\omega V}\sum_{\mathbf{k},\,\mathbf{k}',\,n,\,m,\,a,\,b}\left\{\frac{|v_{bn}(\mathbf{k})|^2\,|V_{\mathbf{kk}'}^{bm}|^2}{(\varepsilon_{n\mathbf{k}}-\varepsilon_{b\mathbf{k}}+\hbar\omega)^2+(\hbar/\tau_{nb}^{(+)}(\mathbf{k}))^2}+\right.$$
$$+\frac{|v_{bm}(\mathbf{k}')|^2\,|V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{bn}|^2}{(\varepsilon_{m\mathbf{k}'}-\varepsilon_{b\mathbf{k}'}-\hbar\omega)^2+(\hbar/\tau_{mb}^{(-)}(\mathbf{k}'))^2}+\left[\Delta_{nb}^{(+)}(\mathbf{k})\,\Delta_{na}^{(+)}(\mathbf{k})\,\mathrm{Re}\left(v_{bn}(\mathbf{k})\,v_{na}(\mathbf{k})\,V_{\mathbf{kk}'}^{am}V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{mb}\right)+\right.$$
$$\left.+\Delta_{mb}^{(-)}(\mathbf{k}')\,\Delta_{ma}^{(-)}(\mathbf{k}')\,\mathrm{Re}\left(v_{bm}(\mathbf{k}')\,v_{ma}(\mathbf{k}')\,V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{an}V_{\mathbf{kk}'}^{nb}\right)\right]_{a\neq b}+2\Delta_{nb}^{(+)}(\mathbf{k})\,\Delta_{ma}^{(-)}(\mathbf{k}')\times$$
$$\left.\times\mathrm{Re}\left(v_{bn}(\mathbf{k})\,V_{\mathbf{kk}'}^{na}v_{am}(\mathbf{k}')\,V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{mb}\right)\right\}(\rho_n(\mathbf{k})-\rho_m(\mathbf{k}'))\,\delta(\varepsilon_{n\mathbf{k}}-\varepsilon_{m\mathbf{k}'}+\hbar\omega)+$$
$$+\frac{4\pi^2e^2}{c\sqrt{\varkappa}\,\omega V}\sum_{\substack{\mathbf{k},\,\mathbf{k}',\,\lambda,\,\mathbf{q},\\ n,\,m,\,a,\,b}}\left\{V\to P^{(\lambda,\,\mathbf{q})}\right\}\left[(\rho_n(\mathbf{k})\,N_{\lambda\mathbf{q}}-\rho_m(\mathbf{k}')\,(N_{\lambda\mathbf{q}}+1))\,\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}+\mathbf{q}}\,\delta(\varepsilon_{n\mathbf{k}}-\right.$$
$$-\varepsilon_{m\mathbf{k}'}+\hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}}+\hbar\omega)+(\rho_n(\mathbf{k})\,(N_{\lambda\mathbf{q}}+1)-\rho_m(\mathbf{k}')\,N_{\lambda\mathbf{q}})\,\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}-\mathbf{q}}\times$$
$$\left.\times\,\delta(\varepsilon_{n\mathbf{k}}-\varepsilon_{m\mathbf{k}'}-\hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}}+\hbar\omega)\right], \tag{11}$$

где $\omega_{\lambda\mathbf{q}}$ — частоты фононов, $N_{\lambda\mathbf{q}}$ — их числа заполнения,

$$\Delta_{l'l}^{(\pm)}(\mathbf{k})=(\varepsilon_{l'\mathbf{k}}-\varepsilon_{l\mathbf{k}}\pm\hbar\omega)/[(\varepsilon_{l'\mathbf{k}}-\varepsilon_{l\mathbf{k}}\pm\hbar\omega)^2+(\hbar/\tau_{l'l}^{(\pm)}(\mathbf{k}))^2], \tag{12}$$

а времена $\tau_{l'l}^{(\pm)}(\mathbf{k})$ определяются из выражений

$$\frac{1}{\tau_{l'l}^{(\pm)}(\mathbf{k})}=\frac{\pi}{\hbar}\sum_{n,\,\mathbf{k}'}|V_{\mathbf{kk}'}^{l'n}|^2\,\delta(\varepsilon_{n\mathbf{k}'}-\varepsilon_{l\mathbf{k}}\pm\hbar\omega)+|V_{\mathbf{kk}'}^{ln}|^2\,\delta(\varepsilon_{l'\mathbf{k}}-\varepsilon_{n\mathbf{k}'}\pm\hbar\omega)+$$
$$+\frac{\pi}{\hbar}\sum_{n,\,\mathbf{k}',\,\lambda,\,\mathbf{q}}|P_{\mathbf{kk}'}^{l'n}(\lambda,\ \mathbf{q})|^2\,[N_{\lambda\mathbf{q}}\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}+\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{n\mathbf{k}'}-\varepsilon_{l\mathbf{k}}-\hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}}\pm\hbar\omega)+(N_{\lambda\mathbf{q}}+1)\times$$
$$\times\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}-\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{n\mathbf{k}'}-\varepsilon_{l\mathbf{k}}+\hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}}\pm\hbar\omega)]+|P_{\mathbf{kk}'}^{ln}(\lambda,\ \mathbf{q})|^2\,[N_{\lambda\mathbf{q}}\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}+\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{l'\mathbf{k}}-\varepsilon_{n\mathbf{k}'}+\hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}}\pm$$
$$\pm\hbar\omega)+(N_{\lambda\mathbf{q}}+1)\,\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}-\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{l'\mathbf{k}}-\varepsilon_{n\mathbf{k}'}-\hbar\omega_{\lambda\mathbf{q}}\pm\hbar\omega)]. \tag{13}$$

Величины $\rho_n(\mathbf{k})$ в свою очередь в стационарном случае определяются из интегральных уравнений

$$\frac{eE_0}{2\hbar\omega}\sum_{n'}[(\rho_{nn'}^{(+)}(\mathbf{k})-\rho_{nn'}^{(-)}(\mathbf{k}))\,v_{n'n}(\mathbf{k})-v_{nn'}(\mathbf{k})\,(\rho_{n'n}^{(+)}(\mathbf{k})-\rho_{n'n}^{(-)}(\mathbf{k})]+\mathrm{St}_I(\rho_n(\mathbf{k}))+$$
$$+\mathrm{St}_{\mathrm{ph}}(\rho_n(\mathbf{k}))=0, \tag{14}$$

где $\mathrm{St}_I(\rho_n)$, $\mathrm{St}_{\mathrm{ph}}(\rho_n)$ — обычные интегралы столкновений: примесный и фононный соответственно. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением случая, когда излучение достаточно маломощно и не приводит к разогреву дырочного газа. Это соответствует пренебрежению первым членом из левой части уравнения (14), после чего это уравнение легко решается, $\rho_n(\mathbf{k})=f_{n\mathbf{k}}$, где $f_{n\mathbf{k}}$ — равновесные фермиевские функции распределения дырок.

Рассмотрим подробнее формулу (11), описывающую коэффициент поглощения при наличии рассеяния. Первая сумма из правой части (11) соответствует поглощению с участием примесей, а вторая — поглощению с участием фононов. Во избежание громоздких выражений во второй сумме не расписан в явном виде блок в фигурных скобках, он полностью аналогичен блоку из первой суммы с точностью до замен всех матричных элементов $V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{l'l}$ на $P_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{l'l}(\lambda,\ \mathbf{q})$.

Как видно из (11), (12), учет диагональных по индексу зоны релаксационных добавок в энергетические знаменатели необходим лишь при весьма малых частотах $\omega\sim 1/\tau_{l'l}^{(\pm)}(\mathbf{k})$. Что же касается недиагональных по индексу зоны добавок, то их учет является принципиальным, поскольку эти добавки устраняют расходимость, о которой говорилось выше. Легко убедиться, что эта «квазирасходимость» соответствует прямым межзонным переходам: если искусственно устремить $V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{l'l}$ и $P_{\mathbf{kk}'}^{l'l}(\lambda,\ \mathbf{q})$ к нулю, из (11) с учетом (13) получим

$$\alpha=\frac{8\pi^2e^2}{c\sqrt{\varkappa}\,\omega V}\sum_{\mathbf{k}}|v_{21}(\mathbf{k})|^2\,(f_{1\mathbf{k}}-f_{2\mathbf{k}})\,\delta(\varepsilon_{1\mathbf{k}}-\varepsilon_{2\mathbf{k}}+\hbar\omega), \tag{15}$$

т. е. известное выражение для коэффициента поглощения за счет прямых межзонных переходов [6]. Таким образом, формула (11) обобщает результат (15), учитывая влияние рассеяния дырок на поглощение света в полупроводниках p-типа с вырожденной валентной зоной. Это рассеяние, с одной стороны, приводит к возможности непрямых переходов и, таким образом, определяет поглощение при низких температурах. С другой стороны, рассеяние приводит к уширению линии прямого межзонного перехода («расплыванию» δ-функции из (15)) и тем самым влияет на поглощение даже при достаточно высоких температурах $T\sim\varepsilon_n$.

Необходимо отметить, что формулы (11)—(14) ввиду общности их вывода пригодны не только для вырожденной зоны, но и для любой многозонной модели. Естественно, все матричные элементы при этом должны быть вычислены на собственных функциях применяемой модели. Напомним также, что формула (11) была получена в одночастичном приближении и поэтому пригодна для невырожденного случая. Обобщение на случай вырождения можно провести путем приписывания статистических факторов типа $1-\rho_l$ в соответствии с общими правилами.

3. Выражение (11) содержит вклады от множества элементарных процессов перехода (каналов). На рис. 1 изображены четыре диаграммы, схематически представляющие все возможные каналы с участием рассеяния на примесях и отвечающие первым двум слагаемым в фигурной скобке из первой суммы в правой части (11) (остальные слагаемые указанной суммы соответствуют интерференции этих каналов). Аналогичным образом могут быть изображены процессы с участием фононов. Каждая из диаграмм рис. 1 соответствует четырем различным типам перехода, поскольку промежуточные (виртуальные) состояния, обозначенные буквой v, могут относиться к зоне как тяжелых, так и легких дырок.

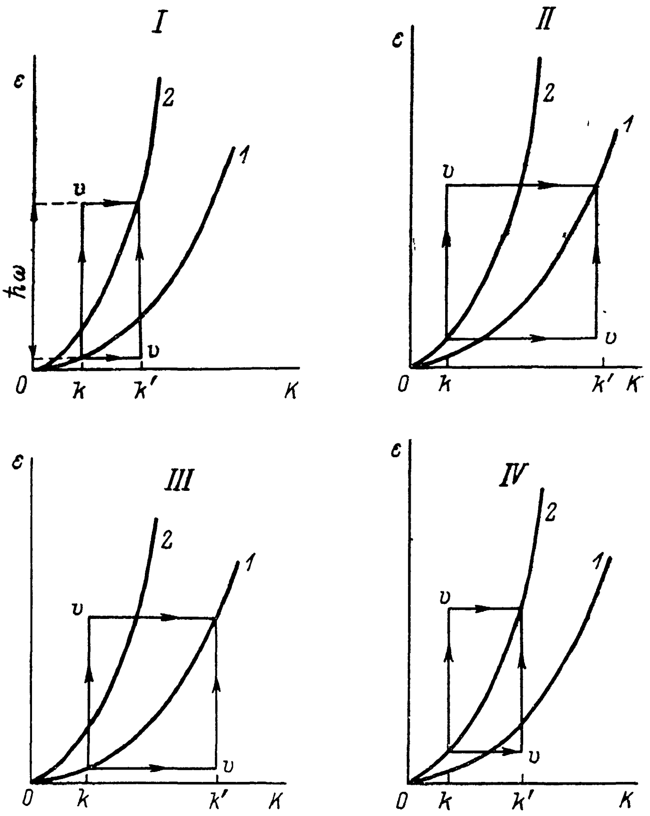

Рис. 1. Возможные типы непрямых переходов с участием примеси в дырочном полупроводнике с вырожденной валентной зоной.

В общем случае произвольного соотношения между m_1 и m_2 необходимо учитывать все слагаемые в формуле (11). Но в реально имеющей место ситуации, когда $\beta = m_2/m_1 \ll 1$, вычисление коэффициента поглощения заметно упрощается. Во-первых, можно пренебречь переходами из зоны легких дырок, т. е. всеми каналами на диаграммах II, IV. Во-вторых, при $\beta \ll 1$ вклады различных каналов в вероятность перехода могут существенно различаться и тогда можно выделить один или несколько доминирующих каналов, определяющих величину α. Например, для переходов с участием ионизованной примеси доминирующим каналом оказывается процесс на диаграмме I, идущий через виртуальное состояние $|1, \mathbf{k}'\rangle$. В дальнейшем будем предполагать соотношение $\beta \ll 1$ выполненным.

Рассмотрим случай низких температур $T \ll \varepsilon_n$. При вычислении α в этом случае можно считать $|\mathbf{k}| \ll |\mathbf{k}'|$. Тогда можно показать, что наибольший вклад в поглощение при переходах с участием примеси или акустического фонона дает канал на диаграмме I (рис. 1), идущий через виртуальное состояние $|1, \mathbf{k}'\rangle$ ввиду малости энергетического знаменателя для этого процесса $(\varepsilon_{2\mathbf{k}'}-\varepsilon_{1\mathbf{k}'}-\hbar\omega) \simeq \beta\hbar\omega$. Вычислим парциальные вклады в низкотемпературный коэффициент поглощения, учитывая переходы по указанному каналу:

заряженные примеси

$$\alpha^{(I)}=\left(\frac{4\pi e^2}{\varkappa_0}\right)^2 \frac{e^2\hbar^2 m_1^2 n N_I}{c\sqrt{\varkappa}\,(2m_2\hbar\omega)^{7/2}}, \tag{16}$$

деформационные акустические фононы

$$\alpha^{(A)}=\frac{e^2 m_1^2 n}{c\sqrt{\varkappa}\,\omega\hbar^3 m_2 \rho s_L}\left\{\frac{(a-b)^2}{2}\left[\left(\exp\frac{\sqrt{2m_2 s_L^2\hbar\omega}}{T}-1\right)^{-1}+\frac{1}{2}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{3}{4}b^2\frac{s_L}{s_T}\left[\left(\exp\frac{\sqrt{2m_2 s_T^2\hbar\omega}}{T}-1\right)^{-1}+\frac{1}{2}\right]\right\}. \tag{17}$$

Здесь n — концентрация тяжелых дырок; ρ — плотность кристалла; s_L, s_T — скорости продольного и поперечного звуков; a, b — константы деформационного потенциала вырожденной зоны [8]. Формулы (16), (17), так же как и результаты, излагаемые ниже, получены в изотропном приближении.

Справедливость формул (16), (17) нарушается, если рассеяние настолько сильное, что $\hbar/\tau_{21}^{(-)}(\mathbf{k}') \sim \beta\hbar\omega$. Оценки для p-Ge показывают, что при $\hbar\omega=0.13$ эВ это происходит уже при концентрации заряженных примесей $N_I > 10^{17}$ см$^{-3}$. Кроме того, при выводе (17) предполагалось, что $2m_1 s_L^2 \ll \beta\hbar\omega$ — это сильное неравенство выполняется в широком интервале частот ω.

Рассмотрим теперь переходы с участием оптического фонона. Указанной малости энергетического знаменателя для процесса $|1, \mathbf{k}\rangle \to |1, \mathbf{k}'\rangle \to |2, \mathbf{k}'\rangle$ здесь не возникает, поскольку $(\varepsilon_{2\mathbf{k}'}-\varepsilon_{1\mathbf{k}'}-\hbar\omega) \simeq (\beta\hbar\omega \pm \pm\hbar\omega_0)$, где ω_0 — частота оптического фонона, а $\hbar\omega_0 > \beta\hbar\omega$ в актуальном интервале частот ω. Поэтому при вычислении парциальных вкладов в низкотемпературный коэффициент поглощения кроме отмеченного процесса необходимо учесть и другие процессы на диаграммах I, III (рис. 1). При рассмотрении взаимодействия дырок с деформационным потенциалом оптических фононов в гомеополярных кристаллах (Si, Ge) вклады от трех оптических ветвей можно объединить. Тогда получим для деформационных оптических фононов

$$\alpha^{(\mathrm{DO})}=\frac{e^2 m_1^{1/2}\Gamma^2 n}{2\sqrt{2}\,c\sqrt{\varkappa}\,(\hbar\omega)^{3/2}\hbar\omega_0\bar{\rho}}\left\{N_0\left(1+\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{3/2}\left[\frac{8}{3}(1+\beta^{1/2})+\beta^{1/2}\left(\frac{\omega_0}{\omega}(1-\beta)-\beta\right)^{-2}+\right.\right.$$
$$+\left(1+\frac{\omega_0}{\omega}(1-\beta)\right)^{-2}+\frac{3}{2}\frac{T}{\beta^2(\hbar\omega+\hbar\omega_0)}\right]+(N_0+1)\left(1-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{3/2}\left[\frac{8}{3}(1+\beta^{1/2})+\right.$$
$$\left.\left.+\beta^{1/2}\left(\frac{\omega_0}{\omega}(1-\beta)+\beta\right)^{-2}+\left(1-\frac{\omega_0}{\omega}(1-\beta)\right)^{-2}+\frac{3}{2}\frac{T}{\beta^2(\hbar\omega-\hbar\omega_0)}\right]\right\}, \tag{18}$$

где $\bar{\rho}$ — плотность приведенной массы, Γ — константа деформационного потенциала [8]. В гетерополярных кристаллах (GaAs, InSb и т. п.) взаимодействие дырок с поляризационным потенциалом оптических фононов является, как правило, более сильным, чем деформационное взаимодействие. Имеем для полярных оптических фононов

$$\alpha^{\mathrm{PO}}=\frac{\pi e^4\hbar\omega_l n}{2\sqrt{2}\,c\sqrt{\varkappa}\,m_2^{1/2}(\hbar\omega)^{5/2}\varkappa^*}\left\{N_l\left(1+\frac{\omega_l}{\omega}\right)^{1/2}\left[\frac{8}{3}(1+\beta^{1/2})+\left(\frac{\omega_l}{\omega}(1-\beta)-\beta\right)^{-2}+\right.\right.$$
$$+\beta^{1/2}\left(1+\frac{\omega_l}{\omega}(1-\beta)\right)^{-2}+\frac{3}{2}\frac{T}{\beta^{3/2}(\hbar\omega+\hbar\omega_l)}\right]+(N_l+1)\left(1-\frac{\omega_l}{\omega}\right)^{1/2}\left[\frac{8}{3}(1+\beta^{1/2})+\right.$$
$$\left.\left.+\left(\frac{\omega_l}{\omega}(1-\beta)+\beta\right)^{-2}+\beta^{1/2}\left(1-\frac{\omega_l}{\omega}(1-\beta)\right)^{-2}+\frac{3}{2}\frac{T}{\beta^{3/2}(\hbar\omega-\hbar\omega_l)}\right]\right\}, \tag{19}$$

где ω_l — частота продольного оптического фонона, $\varkappa^* = (\varkappa_\infty^{-1} - \varkappa_0^{-1})^{-1}$, $\varkappa_\infty$ — высокочастотная диэлектрическая проницаемость.

При температурах ниже 4.2 K дырочный газ может оказаться вырожденным. Формулы (16)—(19) пригодны и для этого случая, если энергия Ферми много меньше ε_n.

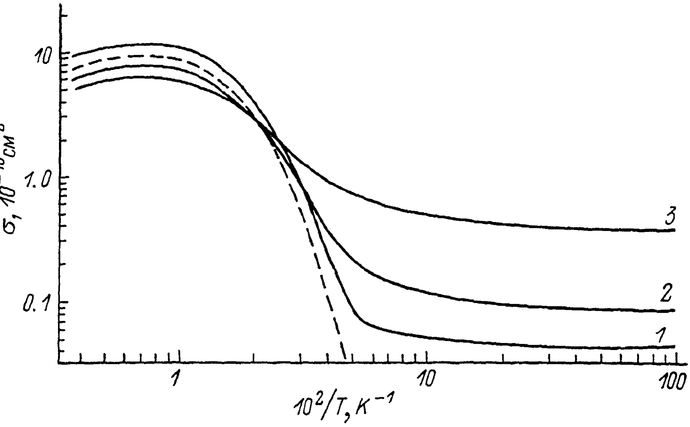

Рис. 2. Температурные зависимости сечения поглощения при $\hbar\omega = 0.13$ эВ и $N_I = 0$ (*1*), 10^{16} (*2*), 10^{17} см$^{-3}$ (*3*).

Производя оценки сечения поглощения $\sigma = \alpha/n$ по формулам (16)—(18) для p-Ge при $\hbar\omega = 0.13$ эВ, $N_I = 10^{17}$ см$^{-3}$, $T \to 0$ получим $\sigma^{(I)} \simeq 0.4 \cdot 10^{-16}$, $\sigma^{(A)} \simeq 0.2 \cdot 10^{-18}$, $\sigma^{(ДО)} \simeq 0.4 \cdot 10^{-17}$ см^2. Видно, что при $N_I > 10^{16}$ см$^{-3}$ и $\hbar\omega < 0.13$ эВ определяющий вклад в поглощение вносят переходы с участием заряженной примеси. Приведенные оценки сечения

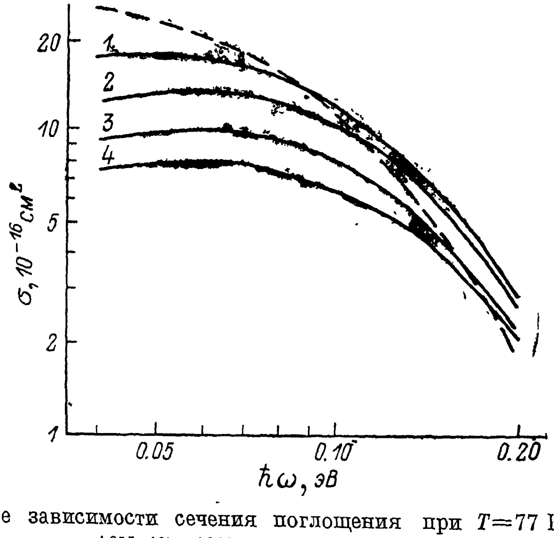

Рис. 3. Частотные зависимости сечения поглощения при $T = 77$ K и $N_I = 0$ (*1*), 10^{15} (*2*), 10^{16} (*3*) и 10^{17} см$^{-3}$ (*4*).

Штриховая линия — расчет по формуле (15).

поглощения по порядку величины согласуются с экспериментальными значениями из [3] (несколько бо́льшая величина последних, по-видимому, связана с дополнительным вкладом в сечение поглощения за счет переходов носителей с акцепторов в валентную зону).

С ростом температуры, когда существенный вклад в поглощение начинают вносить фотопереходы дырок из области вблизи ε_n, формулы (16)—(19) перестают быть справедливыми. В этом случае нельзя провести до конца аналитическое интегрирование в (11), поэтому интегрирование производилось численно с использованием параметров германия. Радиус экранирования потенциала заряженных примесей оценивался по Коуэлл—Вайскопфу. На рис. 2 показаны температурные зависимости сечения поглощения при $\hbar\omega=0.13$ эВ (энергия кванта излучения CO_2 лазера) и различных концентрациях заряженных примесей. Штриховой линией показан результат вычисления по формуле (15), отвечающей, как отмечалось выше, полному отсутствию рассеяния. Наиболее сильные отличия поглощения с рассеянием от поглощения без рассеяния имеют место при низких температурах, где поглощение определяется непрямыми переходами (см. формулы (16)—(18)) и выходит на насыщение при $T \to 0$. Но и при высоких температурах наблюдаются отличия (тем бóльшие, чем больше концентрация примесей и, следовательно, сильнее рассеяние). Указанные отличия также видны на частотных зависимостях сечения поглощения, рассчитанных при $T=77$ К (рис. 3), особенно в области малых частот, где сильнее проявляются эффекты уширения за счет рассеяния дырок на примесях и фононах.

Автор приносит благодарность З. С. Грибникову и В. Т. Васько за поддержку работы и полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Фэн Х. Оптические свойства полупроводников. М., 1970. 485 с
[2] Грибников З. С., Железняк В. Б. // ФТП. 1987. Т. 21. № 5. С. 785—791.
[3] Васецкий В. М., Порошин В. Н., Сарбей О. Г., Саркисян Э. С. // ФТП. 1988. Т. 12. № 9. С. 1610—1613.
[4] Kaiser W., Collins R. J., Fan H. Y. // Phys. Rev. 1953. V 91. N 6. P. 1380—1381.
[5] Briggs H. B., Fletcher R. C. // Phys. Rev. 1953. V. 91. N 6. P. 1342—1346.
[6] Kahn A. H. // Phys. Rev. 1955. V. 97. N 6. P. 1647—1652.
[7] Ридли Б. Квантовые процессы в полупроводниках. М.: Мир, 1986. 304 с.
[8] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М., 1984. 352 с.

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
11 декабря 1989 г.