

УДК 621.315.592  
© 1990ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ЭКСИТОНА  
В МАЛОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ЧАСТИЦЕ

Н. А. Ефремов, С. И. Покутний

Теоретически исследован энергетический спектр электронно-дырочной пары в малом полупроводниковом шаре и его зависимость от радиуса шара, эффективной массы электрона и дырки, относительной диэлектрической проницаемости в условиях, когда поляризационное взаимодействие играет существенную роль. Приводятся сравнительные полученные результатов с результатами экспериментов, в которых наблюдался коротковолновый сдвиг края собственного поглощения в спектре межзонного поглощения в малом полупроводниковом шаре.

В настоящее время интенсивно исследуются оптические свойства ультрадисперсных сред, полностью или частично включающих в себя полупроводниковые компоненты [1, 2]. Например, в объеме прозрачной диэлектрической матрицы силикатного стекла были выращены сферические частицы полупроводниковых соединений CdS [1] и CuCl [2]. Средний размер сферических частиц в матрице можно направленно варьировать в процессе выращивания в широких пределах от десятков до нескольких сотен ангстрем. Такие размеры частиц сравнимы с характерными размерами квазичастиц в полупроводниках. В этих условиях становится существенным влияние границы сферической частицы на спектр ее квазичастиц. Это может быть обусловлено размерными квантовыми эффектами, связанными как с чисто пространственным ограничением области квантования [1-3], так и с поляризационным взаимодействием носителей заряда с поверхностью частицы [4-6]. Такие изменения наблюдались в электронных [1] и экситонных [2] спектрах малых частиц ряда полупроводников в различных средах.

В работе [2] был обнаружен эффект размерного квантования экситонов в микрокристаллах CuCl, размер которых значительно превышал радиус экситона ( $a_{ex} \approx 8 \text{ \AA}$ ) в данном материале. Наблюдаемое в [2] влияние границы микрокристаллов радиуса  $a$  на спектр экситона  $E_{nl}(a)$  ( $n, l$  — главное и орбитальное квантовые числа) с эффективной массой  $m$  рассматривалось в [2] как размерный квантовый эффект, связанный с чисто пространственным ограничением области квантования [3]

$$E_{n,l} = E_g + (\hbar^2/2ma^2) \varphi_{nl}^2, \quad (1)$$

где  $E_g$  — ширина запрещенной зоны,  $\varphi_{nl}$  — корни функции Бесселя. В [1] на примере микрокристаллов CdS ( $a_{ex} \approx 30 \text{ \AA}$ ) исследован другой предельный случай, в котором радиус экситона больше радиуса полупроводниковой частицы. Обнаруженное при этом явление размерного квантования энергетического спектра электронов также качественно объяснялось с помощью формулы (1). Отклонение экспериментальных точек от теоретической зависимости (1) связывалось в [1] с несправедливостью предположения о бесконечной глубине потенциальной ямы [3], с непараболическостью зоны проводимости, а также с неучетом кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой.

В настоящей работе теоретически исследуются энергетический спектр электронно-дырочной пары (ЭДП) в малом полупроводниковом шаре и его зависимость от радиуса шара, эффективной массы электрона и дырки, относительной диэлектрической проницаемости в условиях, когда поляризационное взаимодействие играет существенную роль. Приводится также сравнение полученных результатов с результатами экспериментов [1].

## 1. Гамильтониан ЭДП в малом полупроводниковом шаре

Рассмотрим нейтральную сферическую полупроводниковую частицу (ПЧ) радиуса  $a$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ , окруженную средой с  $\epsilon_1$ . В этой ПЧ движутся электрон  $e$  и дырка  $h$  с эффективными массами  $m_e$  и  $m_h$  ( $r_e$ ,  $r_h$  — расстояния электрона и дырки от центра сферы; рис. 1), причем диэлектрические проницаемости частицы и матрицы имеют сильное отличие

$$\epsilon_2 \gg \epsilon_1, \quad m_h \gg m_e. \quad (2), (3)$$

Предполагается, что зоны электронов и дырок имеют параболическую форму. Характерными размерами задачи являются величины:  $a$ ,  $a_e$ ,  $a_h$ ,

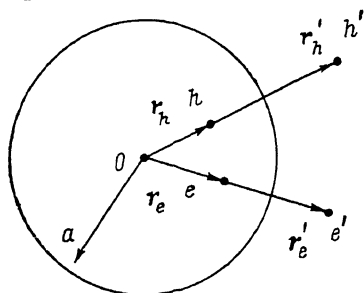


Рис. 1. Схематическое изображение электронно-дырочной пары в малом полупроводниковом шаре.

Радиус-векторы  $r_e$ ,  $r_h$  определяют расстояние электрона  $e$  и дырки  $h$  от центра сферической частицы  $O$ . Заряды  $e' = (a/r_e)e$  и  $h' = -(a/r_h)e$  расположены на расстояниях  $r'_e = a^2/r_e$  и  $r'_h = a^2/r_h$  от центра сферы  $O$  и представляют собой точечные заряды изображения электрона и дырки соответственно.

где  $a_e = \epsilon_2 \hbar^2 / m_e e^2$ ,  $a_h = \epsilon_2 \hbar^2 / m_h e^2$  — боровские радиусы электрона и дырки соответственно в полупроводнике с  $\epsilon_2$  ( $e$  — заряд электрона). То обстоятельство, что все характерные размеры задачи

$$a, a_e, a_h \gg a_0 \quad (4)$$

значительно больше межатомных  $a_0$ <sup>1</sup> позволяет рассматривать движение электрона и дырки в ПЧ в приближении эффективной массы.

Условия локализации заряда в окрестностях сферической диэлектрической частицы проанализированы нами в работах [4–6], где решена в конечном аналитическом виде задача о поле, индуцированном зарядом вблизи диэлектрической частицы, погруженной в диэлектрическую среду, и приводятся аналитические выражения для потенциальной энергии взаимодействия носителя заряда со сферической поверхностью раздела двух сред. В [4], в частности, показано, что взаимодействие заряда  $e$ , находящегося в сферической диэлектрической частице радиуса  $a$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  (на расстоянии  $r_e$  от ее центра), погруженной в среду с  $\epsilon_1$  (при выполнении неравенства (2)) с полем поляризации, индуцированным этим зарядом  $e$ , определяется взаимодействием заряда  $e$  с точечным зарядом изображения  $e' = (a/r_e)e$ , находящегося в среде с  $\epsilon_1$  на расстоянии  $r'_e = a^2/r_e$  от центра сферы (рис. 1). При этом потенциальная энергия взаимодействия заряда  $e$  с полем индуцированной им поляризации может быть представлена в виде

<sup>1</sup> Вообще говоря, под  $a_0$  надо понимать характерный размер поверхностных или объемных состояний, дающих основной вклад в поляризацию среды. Если такие состояния имеют низкие частоты, то  $a_0$  может значительно превышать межатомные расстояния. Мы же будем считать, что такие низкочастотные возбуждения не вносят основного вклада в  $\epsilon_{1,2}$ .

$$V_{ee'} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 a} \left( \frac{a^2}{a^2 - r_c^2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right). \quad (5)$$

Потенциальную энергию взаимодействия электрона и дырки с полем индуцированной этими зарядами поляризацией запишем следующим образом (рис. 1):

$$V = V_{eh} + V_{ee'} + V_{hh'} + V_{eh'} + V_{he'}, \quad (6)$$

где  $V_{eh}$  — энергия кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой

$$V_{eh} = - \frac{e^2}{\varepsilon_0 a} \frac{a}{\sqrt{r_e^2 - 2r_e r_h \cos \theta + r_h^2}}, \quad \theta = \widehat{r_e r_h}, \quad (7)$$

$V_{ee'}$ ,  $V_{hh'}$  представляют собой энергию взаимодействия электрона со своим изображением и дырки со своим изображением. Запишем  $V_{hh'}$  по аналогии с формулой (5)

$$V_{hh'} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 a} \left( \frac{a^2}{a^2 - r_h^2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right), \quad (8)$$

величина  $V_{ee'}$  определяется выражением (5). Два последних члена в (6)  $V_{eh'}$  и  $V_{he'}$  описывают энергию взаимодействия электрона с «чужим» изображением и дырки с «чужим» изображением

$$V_{eh'} = V_{he'} = - \frac{e^2}{2\varepsilon_0 a} \frac{a}{\sqrt{(r_e r_h)^2/a^2 - 2r_e r_h \cos \theta + a^2}}. \quad (9)$$

Гамильтониан ЭДП, помещенной в ПЧ, представим в виде

$$H = - \frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta_e - \frac{\hbar^2}{2m_h} \Delta_h + V(r_e, r_h, \theta, a), \quad (10)$$

где первые два члена определяют кинетическую энергию электрона и дырки соответственно, потенциальная энергия  $V$  определена в формулах (6)–(9).

## 2. Спектр ЭДП

в малом полупроводниковом шаре

Исследуем энергетический спектр ЭДП в ПЧ в случае, когда размер частицы  $a$  ограничен условием

$$a_0 \ll a_h < a \ll a_e, \quad (11)$$

при выполнении которого в потенциальной энергии  $V$  (6) поляризационное взаимодействие играет существенную роль. Условие (11) позволяет также рассматривать движение электрона и дырки в приближении эффективной массы. Кроме того, будем считать, что выполняются неравенства (2) и (3). Последнее неравенство (3) эквивалентно условию  $a_h \ll a_e$ . Справедливость неравенства (3) дает возможность рассматривать движение тяжелой дырки в электронном потенциале, усредненном по движению электрона (адиабатическое приближение) [3].

Энергетический спектр ЭДП определяется решением уравнения Шредингера с гамильтонианом (10) и граничным условием, состоящим в равенстве нулю волновой функции на границе шара, что соответствует бесконечно высокой потенциальной стенке. В адиабатическом приближении волновая функция ЭДП имеет вид

$$\Psi(r_e, r_h) = \Psi_{n_e, l_e, m_e}(r_e, \theta, \varphi) \chi_{n_h, l_h, m_h}(r_h, \theta, \varphi), \quad (12)$$

где  $\Psi_{n_e, l_e, m_e}$ ,  $\chi_{n_h, l_h, m_h}$  — волновые функции электрона и дырки;  $n_e, l_e, m_e$  и  $n_h, l_h, m_h$  — главное, орбитальное и магнитное квантовые числа электрона и дырки соответственно.

Выполнение условия (11) позволяет считать, что функция  $\Psi(r_e, \theta, \varphi)$  представляет собой волновую функцию электрона в сферически-симметричной яме с бесконечными стенками [7]

$$\Psi_{n_e, l_e, m_e}(r_e, \theta, \varphi) = Y_{l_e, m_e}(\theta, \varphi) \frac{2^{1/2}}{a r_e^{l_e}} \frac{\mathcal{J}_{l_e+1/2}(k_{l_e, n_e} r_e)}{\mathcal{J}_{l_e+1/2}(k_{l_e, n_e} a)}. \quad (13)$$

Здесь  $Y_{l_e, m_e}$  — нормированные шаровые функции;  $\mathcal{J}_\nu(x)$  — функции Бесселя; коэффициенты  $k_{l_e, n_e}$  определяются условием  $\mathcal{J}_{l_e+1/2}(k_{l_e, n_e} a) = 0$ .

В рамках адиабатического приближения на дырку действует сферически-симметричный потенциал

$$\bar{V}_{n_e, l_e, m_e}(r_h, a) = - \int_0^\pi d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a dr_e r_e^2 V(r_e, r_h, \theta, a) \times \\ \times |\Psi_{n_e, l_e, m_e}(r_e, \theta, \varphi)|^2, \quad (14)$$

который описывается потенциальной энергией (6), усредненной по волновым функциям электрона  $\Psi_{n_e, l_e, m_e}$  (13). Ради простоты будем в дальнейшем считать, что  $m_e = 0$ , при этом шаровая функция  $Y_{l_e, 0}(\theta, \varphi) = Y_{l_e, 0}(\theta)$ . В свою очередь функции Бесселя  $\mathcal{J}_\nu(x)$  можно выразить через сферические функции Бесселя  $j_\nu(x)$  [7]

$$\mathcal{J}_{l_e+1/2}(k_{l_e, n_e} r_e) = (2k_{l_e, n_e} r_e / \pi)^{1/2} j_{l_e}(k_{l_e, n_e} r_e), \\ \mathcal{J}_{l_e+3/2}(k_{l_e, n_e} a) = (2k_{l_e, n_e} a / \pi)^{1/2} j_{l_e+1}(k_{l_e, n_e} a).$$

При этом потенциал  $\bar{V}_{n_e, l_e, 0}$  (14) с учетом формулы (13) принимает вид

$$\bar{V}_{n_e, l_e, 0}(r_h) = - \frac{4\pi}{a^3 j_{l_e+1}^2(k_{l_e, n_e} a)} \int_0^\pi d(\cos \theta) |Y_{l_e, 0}(\theta)|^2 \times \\ \times \int_0^a dr_e r_e^2 V(r_e, r_h, \theta, a) j_{l_e}^2(k_{l_e, n_e} r_e). \quad (15)$$

Ради простоты будем исследовать состояния ЭДП с  $l_e = 0$ . При этом функции в (15) принимают значения [7]

$$Y_{0, 0}(\theta) = (4\pi)^{1/2}, \quad j_0(k_0, n_e r_e) = (\sin(k_0, n_e r_e) / k_0, n_e r_e), \\ j_1(k_0, n_e a) = (-1)^{n+1} / k_0, n_e a \quad (k_0, n_e = \pi n_e),$$

а потенциал  $\bar{V}_{n_e, 0, 0}(r_h, a)$  (15) (в безразмерных переменных  $x = r_h/a$ ,  $S = S_h = a/a_h$ ), как легко показать, описывается формулой

$$\bar{V}_{n_e, 0, 0}(x, S) = \frac{1}{S} \left[ \frac{1}{1-x^2} + \frac{\sin(2\pi n_e x)}{\pi n_e x} - \right. \\ \left. - 2 \text{Ci}(2\pi n_e x) + 2 \text{Ci}(2\pi n_e) + 2 \ln x + K_{n_e, 0} \right]. \quad (16)$$

Здесь и далее используются единицы энергии  $-\text{Ry}_h^* = \hbar^2 / 2m_h a_h^2$ . В потенциале (16)  $\text{Ci}(z)$  — интегральный косинус,

$$K_{n_e, 0} = 2[(\epsilon_2/\epsilon_1) - 2] + z_{n_e, 0}, \quad z_{n_e, 0} = 2 \int_0^1 dy \sin^2(\pi n_e y) / (1-y)^2.$$

Минимум потенциальной энергии  $\bar{V}_{n_e, 0, 0}^{\text{min}}(x, S) = P_{n_e, 0}/S$ , где  $P_{n_e, 0} = 3 + K_{n_e, 0} + 2\text{Ci}(2\pi n_e) - 2 \ln(2\pi n_e) - 2J$ ,  $J = 0.577$  — постоянная Эйлера, достигается в точке  $x = 0$ . Разложив потенциал  $\bar{V}_{n_e, 0, 0}$  (16) в ряд по пара-

метру  $x \ll 1$  с точностью до первых двух членов, получим спектр дырки  $E_{l_h, n_e}(S)$  осцилляторного вида

$$E_{l_h, n_e}(S) = P_{n_e, 0}/S + \omega(t_h + 3/2), \quad (17)$$

где частота колебаний

$$\omega = 2\sqrt{1 + 2/3\pi^2 n_e^2} S^{-3/2}. \quad (18)$$

В формуле (17)  $n_e = 1, 2, 3 \dots$  — главное квантовое число электрона,  $l_h = 2n_{r_h} + l_h = 0, 1, 2, \dots$  — квантовое число дырки ( $n_{r_h} = 0, 1, 2, \dots$ ,  $l_h = 0, 1, 2, \dots$  — соответственно радиальное и орбитальное квантовые числа дырки). Справедливость представления потенциала  $\bar{V}_{n_e, 0, 0}$  (16) в виде потенциала трехмерного гармонического осциллятора сводится к требованию  $(a_{0s}/a)^2 \ll 1$ , где  $a_{0s} = \sqrt{\langle r_h^2 \rangle_{l_h}} = (t_h + 3/2)^{1/2} (\hbar^2/m_h \omega)^{1/2}$  — амплитуда осциллятора, которое выполняется для ПЧ с размерами

$$S^{1/2} \gg (t_h + 3/2) (1 + 2/3\pi^2 n_e^2)^{-1/2}. \quad (19)$$

Чтобы получить уровни энергии ЭДП  $\varepsilon_{l_h, n_e}(S)$  в состоянии  $(t_h, n_e)$ , надо к  $E_{l_h, n_e}(S)$  (17) прибавить кинетическую энергию электрона

$$T_e = (\pi^2 n_e^2 / S^2) (m_h / m_e),$$

$$\varepsilon_{l_h, n_e}(S) = \frac{P_{n_e, 0}}{S} + \omega \left( t_h + \frac{3}{2} \right) + \frac{\pi^2 n_e^2}{S^2} \left( \frac{m_h}{m_e} \right) + E_g, \quad (20)$$

где  $E_g$  — ширина запрещенной зоны.

В работе [3] была также исследована задача об энергетическом спектре ЭДП  $\varepsilon_{l_h, n_e}(S)$ , находящейся в малой ПЧ. При этом в потенциале  $V(r_e, r_h, \theta)$  (6) учитывалось только  $V_{eh}$  (7) — кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой. Следуя [3], запишем спектр  $\tilde{\varepsilon}_{l_h, n_e}(s)$  (в единицах  $Ry_h^* = \hbar^2/2m_h a_h^2$ )

$$\tilde{\varepsilon}_{l_h, n_e}(S) = -\frac{2\beta_{n_e}^3}{S} + \tilde{\omega} \left( t_h + \frac{3}{2} \right) + \frac{\pi^2 n_e^2}{S^2} \left( \frac{m_h}{m_e} \right) + E_s, \quad (21)$$

$$\tilde{\omega} = 2\sqrt{2/3} \pi n_e S^{-3/2},$$

где коэффициент  $\beta_{n_e} = 2 \int_0^{\pi n_e} (\sin^2 y / y) dy$ . Если в полученном нами спектре

$\varepsilon_{l_h, n_e}(S)$  (20) учитывать только кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой, то спектр (20) будет описываться формулой (21), найденной в [3].

Поскольку спектры (20), (21) получены в рамках адиабатического приближения (в котором кинетическая энергия электрона намного превышает энергию взаимодействия  $V(r_e, r_h, a)$  (6) в ЭДП), то в формулах (20), (21) основной вклад вносит кинетическая энергия электрона  $T_e = (\pi^2 n_e^2 / S^2) (m_h / m_e)$  и только в качестве поправок выступают члены, описывающие осцилляторные колебания дырки.

Таким образом, формула (20) определяет спектр  $\varepsilon_{l_h, n_e}(S)$  состояний ЭДП  $(t_h, n_e; l_e = 0)$ , находящейся в ПЧ с размером  $S$ , определяющим условием (19).

Для произвольных значений  $S$  определим энергию основного состояния ( $n_e = 1, l_e = 0; n_h = 1, l_h = 0$ ) гамильтониана ЭДП  $H$  (10) (с потенциальной энергией  $V = \bar{V}_{1, 0, 0}(x, S)$  (16)) вариационным методом. Вводя стандартную замену радиальной волновой функции дырки  $\chi_{1, 0, 0}(x) = R_1(x)/x$ , вариационную функцию  $R_1(x)$  зададим в виде

$$R_1(x) = Ax(1-x^2) \exp(-\beta x), \quad (22)$$

$$A = 2^{3/2} \beta^{7/2} [23^4 - 12\beta^2 + 45 - (8\beta^4 + 36\beta^3 + 78\beta^2 + 90\beta + 45) \exp(-2\beta)]^{-1/2},$$

где  $\beta$  — вариационный параметр. Выбор функции (22) обеспечивает ее правильный вид для «свободного» движения дырки при  $x \rightarrow 0$ .

Не выписывая громоздких выражений для  $\partial E_{1,0}(S)/\partial \beta \equiv F(\beta, S) = 0$ , приведем численное решение уравнения  $F(\beta, S) = 0$ .

$S$	13.46	14.5	15	17	21	28	35	40.6
$\beta(S)$	0.68	0.68	0.69	0.70	0.71	0.75	0.78	0.83

Отсюда следует, что решением этого уравнения является функция  $\beta(S)$ , которая слабо меняется в пределах  $0.68 \leq \beta(S) \leq 0.83$  при изменении размера ПЧ  $S$  в пределах  $13.46 \leq S \leq 40.57$ . Результаты вариационного расчета спектра ЭДП  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S) = E_{1,0}(S) + (\pi^2/S^2)(m_h/m_e) + E_g$  показаны на рис. 2. Как функция  $\beta(S)$ , так и результаты вариационного расчета спектра  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$  получены нами в условиях эксперимента [1].

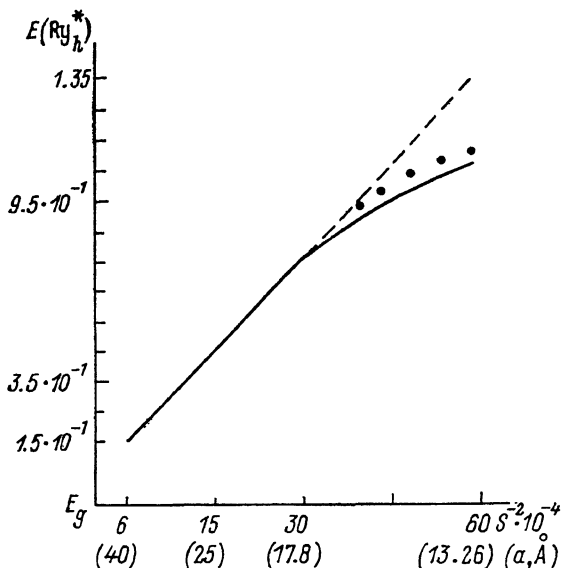


Рис. 2. Энергетический спектр основного состояния электронно-дырочной пары как функция размера ПЧ  $S = a_h = a/a_h$ .

$a$  — размер ПЧ в  $\text{Å}$ ,  $a_h$  — борковский радиус дырки. Сплошная линия — экспериментальный спектр [1]; точки — спектр  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$ , полученный вариационным методом; штрихи — кинетическая энергия электрона  $T_e$ .

В заключение проведем сравнение найденных нами спектров ЭДП  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$  и  $\epsilon_{th,n_e}(S)$  с экспериментальным спектром, полученным в работе [1]. В этой работе исследовались спектры межзонного поглощения диспергированных в прозрачной диэлектрической матрице силикатного стекла ( $\epsilon_1 \approx 1.5$ ) микрокристаллов  $\text{CdS}$  ( $\epsilon_2 \approx 9.3$ ). Эффективные массы электрона и дырки в  $\text{CdS}$ :  $m_e = 0.205m_0$ ,  $m_h = 5m_0$ . Поэтому условия применимости построенной нами теории (2), (3) выполняются. Полученный нами вариационный спектр  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$  применим в области размеров ПЧ ( $S = a/a_h$ ), определяемой условием (11)

$$(a_0/a_h) \ll 1 < S \leq (a_e/a_h) \approx 25. \quad (23)$$

Из сравнения теоретического спектра  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$  с точками спектра, полученного на эксперименте [1] (рис. 2) следует, что для интервала размеров ПЧ  $13.46 \leq S \leq 25$  значение энергии ЭДП  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$  находится в хорошем согласии с экспериментальными данными [1], отличаясь лишь незначительно ( $\leq 11\%$ ) на конце интервала (23). Даже на оставшемся интервале ПЧ  $25 \leq S \leq 40$ , который исследовался в [1], хотя нарушается условие применимости (23) построенной нами теории, вариационный спектр  $\bar{E}_{1,0;1,0}(S)$  все еще имеет удовлетворительное согласие с экспериментом [1], отличаясь лишь в пределах  $\approx 20\%$  на конце интервала при  $S \approx 40$ .

Что же касается осцилляторного спектра  $\epsilon_{th,n_e}(S)$  (20), то на интервале размеров  $13.46 \leq S \leq 25$  условие его применимости (19) не выполняется ( $3.6 \leq S^{1/2} \leq 5$ ). Тем не менее выражение  $\epsilon_{th,n_e}(S)$  (20) во всей

исследованной в [1] области размеров шара дает правильную качественную зависимость экспериментального спектра [1] от  $S$ :  $\epsilon(S) \sim k_1 S^{-2} + k_2 S^{-3/2} + k_3 S^{-1}$ , где  $k_1, 2, 3$  — некоторые коэффициенты.

#### Список литературы

- [1] Екимов А. И., Онущенко А. А. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 40. № 8. С. 337—340.
- [2] Екимов А. И., Онущенко А. А. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. № 6. С. 363—366.
- [3] Эфрос Ал. Л., Эфрос А. Л. // ФТП. 1982. Т. 16. № 7. С. 1209—1214.
- [4] Ефремов Н. А., Покутний С. И. // Препринт ИСАН. 1984. № 1. 34 с.
- [5] Ефремов Н. А., Покутний С. И. // ФТГ. 1985. Т. 27. № 1. С. 48—56.
- [6] Ефремов Н. А., Покутний С. И. // Препринт ИСАН. 1988. № 25. 41 с.
- [7] Давыдов А. С. Квантовая механика. М., 1963. 149 с.

Криворожский государственный  
педагогический институт

Поступило в Редакцию  
17 октября 1989 г.