

УДК 538.114

© 1990

АВТОЛОКАЛИЗОВАННАЯ ПАРА ЭЛЕКТРОНОВ В НЕПОЛНОСТЬЮ УПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А. А. Трущенко

Доказана возможность существования стабильной автолокализованной пары носителей тока в магнитоупорядоченных кристаллах при низких температурах. Исследование проведено с антисимметричной по координатам электронов волновой функцией в отличие от известных работ, не учитывающих принцип Паули. Исследована область низких температур, когда можно применять спин-волновое приближение. Показано, что автолокализованная пара может быть энергетически выгоднее двух отдельных автолокализованных электронов.

Как известно, кроме автолокализованных электронов, в ионных кристаллах могут существовать также биполярны — комплекс из автолокализованной пары, впервые исследованный в [1], а затем и в целом ряде работ (см., например, [2, 3]). Биполярны сейчас уже не являются «привилегированной» парой, и в магнитоупорядоченных кристаллах также могут образовываться автолокализованные пары электронов — бифлуктуоны. Так же как и флуктуоны, бифлуктуоны могут существовать не только в магнитоупорядоченных, но и в других неполностью упорядоченных, а также и неупорядоченных системах. Предпринятая в [4] попытка исследования вопроса о стабильности «молекулярного магнитного полярона» проведена без необходимого учета свойств симметрии волновой функции пары электронов.

В [5] впервые доказана возможность существования бифлуктуона в магнитных полупроводниках при низких температурах, когда применимо спин-волновое приближение и закон дисперсии магнонов квадратичный и изотропный. Также доказана возможность существования двойных примесных центров в магнетиках, аналогично двойным примесным центрам в ионных кристаллах. Однако среди магнетиков с нескомпенсированной при $T=0$ намагниченностью, кроме квадратичного закона дисперсии спиновых волн, может быть и линейный. Детально соответствующие неполностью упорядоченные кристаллы рассмотрены в [6-8]. Впервые линейный закон дисперсии магнонов рассматривался в ферримагнетиках в [9, 10]; в [11] показано, что при определенных условиях даже квадратичный закон дисперсии магнонов может изменяться на линейный. Другие ссылки можно найти в [6, 7, 12]. В отличие от бифлуктуонов в твердых или жидких растворах, когда можно использовать как симметричную, так и антисимметричную по координатам электронов волновую функцию пары (см. ссылки в [6, 13]), в магнетиках для заметного изменения намагниченности спины электронов в бифлуктуоне должны быть параллельными или почти параллельными, поэтому координатная часть волновой функции пары должна быть антисимметричной по отношению к перестановке частиц.

Исходя из сказанного, выберем волновую функцию электронов в бифлуктуоне в виде

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (1/\sqrt{2(1-S^2)}) [\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_a(2)\psi_b(1)]. \quad (1)$$

где S — интеграл перекрытия, $\psi_a(i)$ — волновая функция i -го электрона, $\mathbf{r}_{a_i} - \mathbf{r}_{b_i} = \mathbf{R}$; обозначения здесь аналогичны использованным в молекуле водорода, поэтому в [4] такая пара и названа молекулярным магнитным поляроном. В [4] рассмотрены простейшая мультипликативная аппроксимация и частный случай $R=0$. Для расчетов ограничимся простейшей водородоподобной пробной функцией

$$\psi_a(i) = a^{3/2} \pi^{-1/2} \exp(-ar_{a_i}). \quad (2)$$

Будем вычислять изменение свободной энергии системы при возникновении бифлюктуона в спин-волновом приближении с помощью прямого вариационного метода, минимизируя функционал

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_B &= \min \mathcal{J}[\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)], \quad \mathcal{J}[\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] = \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^2 \int |\nabla_i \psi|^2 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 + \frac{e^2}{\varepsilon} \int \frac{|\psi|^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 - (M^0 - M_0) \int H_e d\mathbf{r} + \\ &+ \frac{kT}{8\pi^3} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{q} \ln \frac{1 - \exp(-\hbar\omega_s/kT - \hbar\omega_q/kT)}{1 - \exp(-\hbar\omega_q/kT)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где эффективное поле имеет только одну компоненту (см. подробнее [5])

$$H_{ee}(\mathbf{r}) = A \frac{v}{\mu} \int (|\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)|^2 + |\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})|^2) d\mathbf{r}_1, \quad \hbar\omega_s = g\mu_B H_e, \quad (4)$$

и будем считать закон дисперсии магновов линейным $\hbar\omega_q = Wq$, хотя в общем случае он может описываться зависимостью типа $\omega_q \sim q^p$. Если $p > 3/2$, то все результаты, полученные в [5] для квадратичного закона дисперсии, останутся справедливыми. При $p < 3/2$ будут иметь место иные результаты (для автолокализованных электронов и для электронов примесных центров соответствующее рассмотрение проведено в [6-8]) для различных соотношений между шириной электронной зоны ΔE и характерной энергией обменного спин-электронного взаимодействия A (точнее, As , где s — спин атомов магнетика). Все остальные обозначения здесь совпадают с [5].

Минимизация функционала (3) даже с простейшей аппроксимацией (2) требует чрезвычайно громоздких расчетов. Поэтому для решения принципиального вопроса о возможности стабильного существования в рассматриваемом магнетике бифлюктуона ограничимся только случаем больших значений параметра a (см. ниже), когда можно получить приближенное аналитическое выражение для последнего члена в (3), а для определения a_{\min} , минимизирующего $\mathcal{J}[\psi]$, получить $\mathcal{J}[\psi] = \mathcal{J}(a, x)$

$$\mathcal{J}(a, x) = \frac{\hbar^2 a^2}{m} \varphi(x) + \frac{e^2}{\varepsilon} a f(x) - 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} A_1 + \frac{\pi^2}{540} F(x) \frac{\ln^3 a}{a} A_1. \quad (5)$$

Здесь введены такие обозначения:

$$a = A' v a^3 / \pi k T, \quad A_1 = A' v (kT/w)^3, \quad x = aR, \quad A' = Ag\mu_B / \mu,$$

$$F(x \ll 1) = 1 + \frac{1.8}{\ln a} + \frac{x^2}{\ln a} \left(1 - \frac{2\pi}{9\sqrt{3}}\right),$$

$$F(1 < x \ll \ln a) = 1 - \left(\frac{x}{\ln a}\right)^2. \quad (6)$$

Для краткости выражение

$$L(x) = R \int \psi_a(1) \psi_a(2) \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \psi_b(1) \psi_b(2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2,$$

явно вычисленное с функцией (2), не приводится (его можно найти, например, в [12]). Функции $\varphi(x)$, $f(x)$ и интеграл перекрытия S в этом случае равны

$$\varphi(x) = (1 - S^2)^{-1} [1 - e^{-2x} (1 + 2x + x^2 - 1/9 x^4)],$$

$$f(x) = \frac{1}{x} (1 - S^2)^{-1} \left[1 - L(x) - e^{-2x} \left(1 + \frac{11}{8} x + \frac{3}{4} x^2 + \frac{1}{6} x^3 \right) \right],$$

$$S = (1 + x + 1/3 x^2) e^{-x}. \quad (7)$$

В отличие от [5], когда для квадратичного закона дисперсии магненов рассматривался предельный случай, противоположный исследованному здесь, — малых a , а не больших a , как в данной работе, — при использовании линейного закона дисперсии в нескомпенсированном магнетике случае малых a будет соответствовать не минимум, а максимум термодинамического потенциала системы, т. е. при линейном законе дисперсии спиновых волн при малых a получаем барьер термодинамического потенциала, отсутствовавший в [5]. В (6) введены обозначения: v — объем ячейки, μ — ее магнитный момент, μ_B — магнетон Бора, g — фактор спектроскопического расщепления, $\zeta(3)$ — дзета-функция Римана. Следует отметить, что параметр a , зависящий от вариационного параметра a волновой функции бифлуктуона, вообще говоря, не может быть заранее задан как большой или малый и, как и в работах по теории флуктуонов (см. подробнее в [13–17]), должен определяться с помощью численных расчетов для заданных параметров системы. В случае бифлуктуона эти расчеты существенно усложняются тем обстоятельством, что появляется второй вариационный параметр x , обусловленный учетом осевой симметрии задачи. Простейший вариант бифлуктуона без учета конечного расстояния между центрами электронов в флуктуонных ямах исследован в [16]. Однако при исследовании функции $\mathcal{J}(a, x)$ в предельных случаях малых и больших a задача существенно упрощается и делается возможным проведение аналитических расчетов. Как отмечено впервые еще в [16, 17], при квадратичном законе дисперсии магненов случай малых a соответствует специальной ситуации, в частности при одной компоненте спиновой пробной функции барьер термодинамического потенциала не возникает. Ситуация становится качественно иной для линейного закона дисперсии, а именно случай малых a будет соответствовать барьеру термодинамического потенциала системы, когда экстремум соответствует максимуму, а не минимуму свободной энергии. В противоположном случае больших a (и в общем случае $a \geq 1$) может реализоваться минимум; для получения качественных выводов принципиального характера здесь им и ограничимся. При анализе с произвольными (но не малыми a) качественно выводы не изменятся.

Может возникнуть вопрос: как же можно найти значение для a , минимизирующего изменение свободной энергии $\Delta\Phi$, если не решать задачу о минимизации $\Delta\Phi$ при произвольных значениях a ? Ответ заключается в следующем. Рассмотрим сначала случай малых значений параметра $a \ll \ll 1$, когда выражение для сложных функций, не поддающихся аналитическим расчетам, упрощается, и посмотрим, что будет — максимум или минимум $\Delta\Phi$ при значениях $a \ll 1$, соответствующих экстремуму функционала. Затем рассмотрим случай очень больших $a \gg 1$, когда также можно получить соответствующие приближенные выражения. Именно так и поступали во всех работах по теории флуктуонов М. А. Кривоглаз и автор. В промежуточной области, когда параметр a нельзя считать ни большим, ни малым, нужно делать машинные расчеты, и в соответствующих предельных случаях результаты машинных расчетов должны переходить в результаты аналитических приближенных расчетов. Так выполнялись расчеты по теории флуктуонов в ферромагнетиках и в спин-волновой области температур, и в парамагнитной, и в приближении молекулярного поля, а также в критической области.

Задача бифлуктуона в отличие от задачи флуктуона является значительно более сложной в математическом отношении, ибо добавляется дополнительный вариационный параметр в нелинейные уравнения. Поэтому выполнение численных расчетов, не принося существенно новых

результатов по сравнению с предельными случаями, намного усложняет рассмотрение. Это и объясняет, почему можно при решении задачи бифлюктуонов ограничиться для получения принципиальных выводов только соответствующими предельными случаями, а именно больших и малых значений a .

В случае больших a , когда справедливо выражение (5) для функции $\mathcal{J}(a, x)$, минимум которой по a и по x позволит определить изменение свободной энергии системы при возникновении бифлюктуона, следует иметь в виду, что кулоновское отталкивание между электронами в магнетиках не мало и в общем случае им пренебрегать нельзя. Однако при выполнении условия

$$A_1 \gg me^4/2\varepsilon^2\hbar^2,$$

когда обменное взаимодействие велико по сравнению с кулоновским, можно снова упростить задачу и при минимизации (5) им пренебречь. Ясно, что при слишком сильном отталкивании образование связанного состояния двух электронов в бифлюктуоне невозможно, но критерий достаточно сильного обменного взаимодействия позволяет выделить тот класс магнетиков, где могут быть бифлюктуоны.

Поэтому качественно выводы не изменятся, если для упрощения задачи кулоновским отталкиванием пренебрежем, имея в виду, что это можно сделать при выполнении указанного выше неравенства. Тогда при расчетах энергетической выгодности бифлюктуонов по сравнению с парой отдельных флюктуонов кулоновское взаимодействие, естественно, будет играть роль малой поправки.

Более точные расчеты с учетом кулоновского отталкивания при определении параметра a , соответствующего минимуму $\mathcal{J}(a, x)$, не изменят качественных результатов этой работы. Следует отметить, что и в работах Касуи (см. [4] и ссылки в ней) кулоновское отталкивание предполагалось малым за счет очень больших значений ε , но не учитывалось главное, что спины электронов в «молекулярном магнитном поляроне», по терминологии Касуи, должны быть параллельными и волновая функция пары антисимметричной по координатам.

После минимизации функции (5) по a получим такое уравнение для нахождения a_{\min} , соответствующего минимуму $\Delta\Phi_B$ при учете, что для стабильного существования бифлюктуона кулоновское отталкивание между электронами должно быть малым

$$a^{-5/3} \ln^3 a = 78 \frac{\varphi(x)}{F(x)} \frac{\hbar^2}{mv^{2/3}A_1} \left(\frac{kT}{A'v}\right)^{2/3}. \quad (8)$$

Это уравнение выведено при условии, что величина a значительно больше единицы. После соответствующей подстановки в (5) получим такое выражение для $\Delta\Phi_B$

$$\frac{\Delta\Phi_B}{A_1} = -\frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(1 - 0.19 \frac{\ln^3 a}{a} F(x) - 6 \frac{e^2}{\varepsilon A_1} \left(\frac{kT}{A'v}\right)^{1/3} f(x) a^{1/3}\right). \quad (9)$$

Следует иметь в виду, что, кроме параметра a , другим параметром, по которому следует проводить минимизацию, является x , учитывающий осевую симметрию задачи (как в молекуле водорода). Минимизацию по x можно выполнить только численно, и соответствующие расчеты уже проведены (см. ссылки в [12]). Пользуясь нашими расчетами, можно оценить величину энергетического выигрыша бифлюктуонов по сравнению с парой отдельных флюктуонов. Для этого следует найти отношение

$$\Phi(x) = \Delta\Phi_B/2\Delta\Phi, \quad (10)$$

где $\Delta\Phi$ — изменение термодинамического потенциала магнетика при образовании одного флюктуона. Пользуясь результатами [7], получим

$$\frac{\Delta\Phi}{A_1} = -\frac{\zeta(3)}{\pi^2} + \frac{\pi^2}{246} \frac{\ln^3 a_0}{a}, \quad (11)$$

Здесь параметр a_0 определяется из решения уравнения

$$a_0^{-1/3} \ln^3 a_0 = 180\pi^{-1/3} \frac{\hbar^2}{mv^{2/3}A_1} \left(\frac{kT}{A'}\right)^{2/3} \quad (12)$$

и также должен быть велик по сравнению с единицей.

Условия существования и свободно-энергетической выгодности бифлюктуонов несколько различаются; первое соответствует $\Delta\Phi_B < 0$ и накладывает такое ограничение на величину кулоновского отталкивания между электронами в бифлюктуоне

$$\frac{e^2}{\varepsilon v^{1/3}A_1} < \left(\frac{A'}{kT}\right)^{1/3} a^{-1/3} f(x)^{-1} \left(\frac{1}{6} - 0.03F(x) \frac{\ln^3 a}{a}\right). \quad (13)$$

Второе условие $\Phi(x) > 1$ можно преобразовать для получения наглядной оценки $\Phi(x)$

$$\frac{\Delta\Phi_B}{2\Delta\Phi} = \left[1 - 0.19F(x) \frac{\ln^3 a}{a} - 6f(x) a^{1/3} \frac{e^2}{\varepsilon A_1} \left(\frac{kT}{A'v}\right)^{1/3}\right] \left(1 - 0.38 \frac{\ln^3 a_0}{a_0}\right), \quad (14)$$

$a \gg 1$, $a_0 \gg 1$, $\ln^3 a/a \sim 1$, $\ln^3 a_0/a_0 \sim 1$. Сравнивая уравнения (12) и (8), получаем, что величина a_0 превышает величину a , и это позволяет провести такую упрощенную оценку для $\Phi(x)$

$$\Phi(x) \approx 1 + 0.38 \left(\frac{\ln^3 a_0}{a_0} - \frac{F(x)}{2} \frac{\ln^3 a}{a}\right) - 6 \frac{e^2}{\varepsilon A_1} \left(\frac{kT}{A'v}\right)^{1/3} a^{1/3} f(x). \quad (15)$$

Из (15) видно, что величина $\Phi(x)$ больше единицы. Следует отметить, что требование $\Phi(x) > 1$ будет накладывать несколько более сильное ограничение на величину кулоновского отталкивания электронов в бифлюктуоне, чем неравенство (13). Качественно полученные результаты не изменятся при использовании других более точных аппроксимаций типа пробных функций, учитывающих корреляцию между электронами в бифлюктуоне, использование вместо водородоподобных гауссовых пробных функций и т. д.

Выше рассмотрено основное состояние бифлюктуона, однако возможны и его возбужденные состояния. В случае бифлюктуонов в растворах вблизи критической точки возбужденное состояние исследовано в [13] (см. также [14]), а бифлюктуон вблизи примесного центра исследован в [15]. Результаты [16], в которой были впервые исследованы автолокализованные пары в неполностью упорядоченных кристаллах в случае сферической симметрии, фактически применимы только к твердым растворам (см. также [17, 18]). Возбужденное состояние одного флюктуона исследовано в разных предельных случаях в [19-21].

Кроме автолокализованной пары, исследованной выше, возможно также образование двойного примесного центра в магнетиках. Такого типа образования могут существовать не только в кристаллических, но и в стеклообразных системах (см., например, [22] для биполяронов). При наличии двух центров задача упрощается в том плане, что расстояние между центрами a и b (см. формулу (1)) уже не будет вариационным параметром, а будет фиксированной величиной, которая определяется структурой рассматриваемой системы или внешними воздействиями.

Изменение свободной энергии системы $\Delta\Phi_c$ при появлении двойного примесного центра можно определить, добавив к функционалу (3) такой член

$$\frac{e^2}{\varepsilon_0} \int \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{r_{a1}} - \frac{1}{r_{a2}} - \frac{1}{r_{b1}} - \frac{1}{r_{b2}} \right] |\psi(r_1, r_2)|^2 dr_1 dr_2, \quad (16)$$

обусловленный взаимодействием электронов с центрами и центров друг с другом. Здесь ϵ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость магнетика ($\epsilon_0 > \epsilon$). После подстановки (2) в (16) вместо функции $\mathcal{J}(a, x)$ получим

$$\Delta\Phi_c = \min \mathcal{J}_2 [\psi(r_1, r_2)],$$

$$\mathcal{J}_2[\psi] = \mathcal{J}_2(a, x) = \mathcal{J}(a, x) - \frac{e^2}{\epsilon_0} \alpha \frac{f_2(x) - 1}{x} =$$

$$= \frac{\hbar^2 \alpha^2}{m} \varphi(x) - \frac{e^2}{\epsilon_0} \alpha \frac{F(x)}{x} - 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} A_1 + \frac{\pi^2}{540} F(x) \frac{\ln^3 a}{a} A_1. \quad (17)$$

Здесь введено обозначение

$$F(x) = f_2(x) - 1 - (\epsilon_0/\epsilon) f(x),$$

$$f_2(x) = 2(1 - S^2)^{-1} [1 + x - e^{-2x}(1 + 3x + 4x^2 + 8/3x^3 + 2/3x^4)]. \quad (18)$$

Легко видеть, что математически задача сводится к предыдущей после замены

$$f(x)/\epsilon \rightarrow -F(x)/\epsilon_0. \quad (19)$$

Следовательно, можно получить выражение для $\Delta\Phi_c$ путем обобщения формулы (9)

$$\Delta\Phi_c = -\frac{2\zeta(3)}{\pi^2} A_1 \left[1 - 0.19 \frac{\ln^3 a}{a} F(x) + 6 \frac{e^2}{\epsilon_0 A_1} \left(\frac{kT}{A'v} \right) F(x) a^{1/3} \right]. \quad (20)$$

Однако теперь вместо использованного ранее выражения для $\Delta\Phi$ следует найти изменение свободной энергии системы при локализации электрона вблизи примесного центра в кристалле. В результате получим

$$\Phi_1(x) = \Delta\Phi_c / 2\Delta\Phi_1,$$

$$\Delta\Phi_1 = -\frac{\zeta(3)}{\pi^2} A_1 + \frac{\pi^2}{216} \frac{\ln^3 a_1}{a_1} A_1 - \pi^{1/2} a_1^{1/3} \frac{e^2}{\epsilon} \left(\frac{kT}{A'v} \right)^{1/2}. \quad (21)$$

Зная фактическое расстояние R в данной системе, можно найти x , и если при таком значении x $\Phi_1(x)$ будет больше единицы, то двойные примесные центры в кристалле будут свободно-энергетически выгоднее «одиночных» центров.

Проведенное рассмотрение справедливо, когда выполнено неравенство

$$\Delta E \gg A_s. \quad (22)$$

Если величины ΔE и A_s одного порядка величины, то рассмотрение существенно усложняется, как и в задаче биполярона промежуточной связи (см., например [23]).

Следует иметь в виду, что при достаточно малых концентрациях электронов проводимости бифлуктуоны в основном диссоциированы и их концентрация, пропорциональная $c_i^2 \exp [(2\Delta\Phi - \Delta\Phi_B)/kT]$ или $c_i^2 \exp (-\Delta\Phi_B/kT)$ (здесь первая формула относится к случаю, когда термодинамически стабильны и флуктуоны, и бифлуктуоны, а вторая — когда стабильны только бифлуктуоны, ибо интервал термодинамической выгодности последних шире, чем флуктуонов), значительно меньше, чем концентрация электронов или флуктуонов. Еще меньше при этом будет концентрация комплексов, в которых в одной потенциальной яме будут находиться не два, а несколько электронов (по некоторым оценкам, наиболее оптимальными являются 3—4 электрона в одной яме). При возрастании концентрации носителей тока значительное число электронов может переходить в бифлуктуонные состояния. Как и биполяроны, бифлуктуоны могут играть роль носителей тока в высокотемпературных сверхпроводниках, поскольку как и биполяроны, они являются Бозе-частицами, но, естественно, вопрос этот требует детального отдельного исследования, ибо бифлуктуоны не являются идеальными Бозе-частицами.

Список литературы

- [1] Винецкий В. Л. // ЖЭТФ. 1961. Т. 40. № 5. С. 1459—1468.
- [2] Винецкий В. Л., Пашицкий Э. А., Янчук В. А. // Журн. структ. хим. 1986. Т. 27. № 6. С. 181—185.
- [3] Супрун С. Г., Мойжес Б. Я. // ФТТ. 1982. Т. 24. № 5. С. 1571—1573.
- [4] Kasuya T., Takahashi M. // J. Phys. Soc. Jap. 1983. V. 52. N 9. P. 3127—3137.
- [5] Трущенко А. А. // ДАН СССР. 1989. Т. 304. № 1. С. 91—96.
- [6] Трущенко А. А. // ДАН УССР, сер. А. 1988. № 6. С. 57—60.
- [7] Трущенко А. А. // Препринт Ин-та металлофизики АН УССР. Киев, 1988. № 14. 24 с.
- [8] Трущенко А. А. // Тр. III Междунар. конф. по физике переходных металлов. Киев: Наукова думка, 1989. Ч. II. С. 131—134.
- [9] Вонсовский С. В., Сеидов Ю. М. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1954. Т. 18. № 3. С. 319—327.
- [10] Vonsovsky S. V., Turov E. A. // J. Appl. Phys. 1959. V. 30. N 4. P. 9S—18S.
- [11] Барьяхтар В. Г., Яблонский Д. А. // ФТТ. 1972. Т. 14. № 12. С. 3632—3637.
- [12] Трущенко А. А. // Препринт Ин-та металлофизики АН УССР. Киев. 1988. № 22. 24 с.
- [13] Трущенко А. А. // ДАН УССР, сер. Б. 1988. № 10. С. 57—61.
- [14] Трущенко А. А. // ДАН УССР, сер. Б. 1989. № 2. С. 55—59.
- [15] Трущенко А. А. // Изв. вузов, физика. 1988. № 8. С. 10—15.
- [16] Кривоглаз М. А., Трущенко А. А. // УФЖ. 1971. Т. 16. № 4. С. 690—693.
- [17] Кривоглаз М. А. // УФН. 1973. Т. 111. № 4. С. 617—654.
- [18] Клиггер М. И. // УФН. 1985. Т. 146. № 1. С. 105—142.
- [19] Трущенко А. А. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 11. С. 3279—3287.
- [20] Трущенко А. А. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 11. С. 3507—3511.
- [21] Трущенко А. А. // ДАН УССР, сер. А. 1987. № 11. С. 58—60.
- [22] Vinetskii V. L., Kudykina T. A. // Phys. St. Sol. B. 1978. V. 87. N 2. P. 507—511.
- [23] Винецкий В. Л., Семенец Т. И. // УФЖ. 1975. Т. 20. № 3. С. 353—359.

Киевский политехнический институт
Киев

Поступило в Редакцию
18 января 1989 г.
В окончательной редакции
2 января 1990 г.