

УДК 537.311 : 31

© 1990

К ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМОПОДОБНЫХ СРЕДАХ

А. А. Рухадзе, М. Е. Чоговадзе

Показано, что поверхностные электромагнитные волны на границе изотропная плазменная среда—вакуум могут существовать только в областях частот инерционного и нормального скин-эффектов; в области же частот аномального скин-эффекта поле поверхностной волны испытывает дебаевскую экранировку как в среде, так и в вакууме.

Известно, что если $\omega \gg kv_0$, где ω — частота, характеризующая временное изменение поля в среде, а k — волновой вектор, характеризующий пространственную неоднородность поля, причем v_0 — скорость хаотического движения носителей заряда (тепловая скорость либо скорость Ферми), то пространственной дисперсией можно пренебречь и в случае изотропной среды пользоваться понятием диэлектрической проницаемости вида

$$\epsilon_{ij}(\omega) = \epsilon(\omega) \delta_{ij}. \quad (1)$$

Для плазмopodobных сред с одним типом носителей (электронов)

$$\epsilon(\omega) = 1 - \omega_{Le}^2 / \omega(\omega + i\nu_e), \quad (2)$$

где ω_{Le} — плазменная (ленгмюровская) частота, ν_e — частота столкновения носителей (электронов).

В этом случае дисперсионное уравнение для поверхностных волн (волн, бегущих вдоль поверхности (оси OZ) и убывающих в направлении, перпендикулярном к ней) имеет вид [1]

$$\epsilon(\omega) \sqrt{k_z^2 c^2 - \omega^2} + \sqrt{k_z^2 c^2 - \omega^2 \epsilon(\omega)} = 0. \quad (3)$$

В пределе $c \rightarrow \infty$, точнее, при $k_z^2 c^2 \gg \omega_{Le}^2$ уравнение (3) определяет продольные частоты поверхностных волн

$$\omega_{np} = \begin{cases} \omega_{Le} / \sqrt{2} & \text{при } \nu_e \ll \omega_{Le}, \\ -i(\omega_{Le}^2 / 2\nu_e) & \text{при } \nu_e \gg \omega_{Le}. \end{cases} \quad (4)$$

В условиях же, когда $|\epsilon| \gg 1$, а частота меньше предельной, т. е. $\omega_{Le} \gg \omega \gg \nu_e$ либо $\omega_{Le}^2 / \nu_e \gg \omega$, спектр частот поверхностных волн и пространственный декремент их затухания имеют один и тот же вид независимо от отношения ω / ν_e

$$\omega = k_x c, \quad \text{Im } k_x = \omega^2 \nu_e / 2c \omega_{Le}^2. \quad (5)$$

Однако глубина проникновения поля в среду зависит от этого отношения

$$\Delta = \frac{c}{\omega \sqrt{|\epsilon|}} = \begin{cases} c / \omega_{Le} & \text{при } \omega \gg \nu_e, \\ (c / \omega_{Le}) \sqrt{\nu_e / \omega} & \text{при } \omega \ll \nu_e. \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, при пренебрежении пространственной дисперсией в среде в области низких частот, где $|\epsilon| \gg 1$, т. е. $\omega < \omega_{Le} / \sqrt{2}$, могут

распространяться поверхностные волны, частота и затухание которых определяются выражениями (5).

Ниже будет показано, что при учете пространственной дисперсии появляется область частот, в которой поверхностные волны не могут существовать, хотя при этом $|\varepsilon| \gg 1$. Это область аномального скин-эффекта, $\omega^* \equiv c^2 v_0^3 / \omega_{Le}^2 v_0^2 < \omega < \omega_{Le} (v_0/c)$. В этой области частот поле поверхностной волны испытывает дебаевскую экранировку в отличие от инерционной экранировки, которая имеет место при пренебрежении пространственной дисперсией в области $\omega_{Le} / \sqrt{2} < \omega < \omega_{Le}$. Последнее легко показать из (2) и (3), пренебрегая для простоты столкновениями электронов. В этом случае получим

$$k_z^2 c^2 / \omega^2 = - (1 - \alpha) / (2\alpha - 1), \quad (7)$$

где $\alpha = \omega^2 / \omega_{Le}^2$. Видно, что при $\alpha < 0.5$ (т. е. $\omega < \omega_{Le} / \sqrt{2}$) $k_z^2 > 0$, а при $0.5 < \alpha < 1$ (т. е. $\omega_{Le} / \sqrt{2} < \omega < \omega_{Le}$) $k_z^2 < 0$ и имеет место инерционная экранировка поля волны.

Таким образом, ниже будет показано, что поверхностные волны существуют в области инерционного скин-эффекта, в которой $\omega_{Le} (v_0/c) < \omega < \omega_{Le} / \sqrt{2}$, и в области нормального скин-эффекта, когда $\omega < \omega^*$. В области же частот аномального скин-эффекта, т. е. при $\omega^* < \omega < \omega_{Le} (v_0/c)$, так же как и при $\omega_{Le} / \sqrt{2} < \omega < \omega_{Le}$, они экранируются.

1. Поля поверхностного и линейного зарядов на границе раздела сред

Поверхностные волны на границе раздела двух сред можно возбудить осциллирующим поверхностным либо линейным зарядом (током), причем, для того чтобы исключить возбуждения объемных волн, частота осцилляций должна быть меньше ленгмюровской частоты, т. е. $\omega < \omega_{Le}$.

Пусть границей раздела двух сред является плоскость $x=0$; $\varepsilon_{1ij}(\omega, \mathbf{k})$ — диэлектрическая проницаемость первой среды ($x < 0$); $\varepsilon_{2ij}(\omega, \mathbf{k})$ — диэлектрическая проницаемость второй среды ($x > 0$). На поверхности раздела сред помещен осциллирующий поверхностный заряд $\rho_0 = q_0 e^{ik_x x - i\omega t} \times \delta(x)$. При этом $\mathbf{j}_0 = \mathbf{i}_x (\omega/k_x) \rho_0$. Найдем поле, создаваемое зарядом, считая среды изотропными. Решая уравнения Максвелла с источниками ρ_0 и \mathbf{j}_0 и вводя обозначения

$$A_i(k_x, k_z) = \frac{1}{k^2} \left[\frac{k_z^2}{\varepsilon_i^t(\omega, \mathbf{k})} - \frac{\omega^2 k_x^2}{k^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_i^r(\omega, \mathbf{k})} \right],$$

$$G_i(k_x, k_z) = \frac{k_x}{k^2} \left[\frac{1}{\varepsilon_i^t(\omega, \mathbf{k})} + \frac{\omega^2}{k^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon_i^r(\omega, \mathbf{k})} \right], \quad (8)$$

после несложных вычислений, подобных проведенным в [1], окончательно получим

$$E_{2x}(x) = \frac{-4iq_0 e^{-i\omega t} \int_0^\infty A_1(k_x, k_z) dk_z}{\sum_{(i=1; 2)} \int_0^\infty A_i(k_x, k_z) dk_z} \int_{-\infty}^{+\infty} G_2(k_x, k_z) e^{ik_x x} dk_x,$$

$$E_{1x}(x) = \frac{-4iq_0 e^{-i\omega t} \int_0^\infty A_2(k_x, k_z) dk_z}{\sum_{(i=1; 2)} \int_0^\infty A_i(k_x, k_z) dk_z} \int_{-\infty}^{+\infty} G_1(k_x, k_z) e^{ik_x x} dk_x, \quad (9)$$

$$E_{2z}(x) = \frac{-4i(q_0/k_z) e^{-i\omega t} \int_0^{\infty} A_1(k_x, k_z) dk_x}{\sum_{(i=1; 2)} \int_0^{\infty} A_i(k_x, k_z) dk_x} \int_{-\infty}^{+\infty} A_2(k_x, k_z) e^{ik_x x} dk_x,$$

$$E_{1z}(x) = \frac{-4i(q_0/k_z) e^{-i\omega t} \int_0^{\infty} A_2(k_x, k_z) dk_x}{\sum_{(i=1; 2)} \int_0^{\infty} A_i(k_x, k_z) dk_x} \int_{-\infty}^{+\infty} A_1(k_x, k_z) e^{ik_x x} dk_x. \quad (10)$$

Исходя из (9) и (10), легко найти также и поле линейного заряда на границе раздела сред $\rho_0 = q_0 e^{-\omega t} \delta(x) \delta(z)$, $j_0 = i_x(\omega/k_z) \rho_0$. Оно дается формулами

$$E_{x(1; 2)}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{x(1; 2)}(x) e^{ik_x z} dk_x,$$

$$E_{z(1; 2)}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{z(1; 2)}(x) e^{ik_x z} dk_x, \quad (11)$$

в которых $E_{x(1; 2)}(x)$ и $E_{z(1; 2)}(x)$ определены выражениями (9) и (10).

2. Дисперсионное уравнение для поверхностных волн

Полученные выражения (9)–(11) для компонент электрических полей осциллирующего поверхностного и линейного зарядов показывают, что поля могут быть отличны от нуля и в случае отсутствия источников ($q_0=0$), если знаменатель этих выражений равен нулю, т. е.

$$\sum_{(i=1; 2)} \int_0^{\infty} \frac{dk_x}{k^2} \left[\frac{k_z^2}{\epsilon^l(\omega, k)} - \frac{\omega^2 k_z^2}{k^2 c^2 - \omega^2 \epsilon^{tr}(\omega, k)} \right] = 0. \quad (12)$$

Это соотношение представляет собой известное дисперсионное уравнение для поверхностных волн на границе раздела двух сред [1].

Будем рассматривать границу раздела вакуум—среда. При $x < 0$ — вакуум, а при $x > 0$ — изотропная среда. При этом уравнение (12) принимает следующий вид:

$$\sqrt{k_x^2 c^2 - 1} + \frac{2\omega}{\pi c} \int_0^{\infty} \frac{dk_x}{k^2} \left[\frac{k_x^2 c^2}{\omega^2 \epsilon^l(\omega, k)} - \frac{k_x^2 c^2}{k^2 c^2 - \omega^2 \epsilon^{tr}(\omega, k)} \right] = 0. \quad (13)$$

В условиях пренебрежения пространственной дисперсией, т. е. при $\omega \gg kv_0$, v_e , либо $v_e \gg \omega$, kv_0 , но $\omega v_e \gg k^2 v_0^2$, из уравнения (13) получаем (3). Учет пространственной дисперсии означает, что в уравнении (13) следует подставить общие выражения для $\epsilon^l(\omega, k)$ и $\epsilon^{tr}(\omega, k)$, имеющие довольно громоздкий вид [1]. Но в предельных случаях эти формулы упрощаются. В частности, при $|\omega + iv_e| \gg kv_0$ имеем

$$\epsilon^l \approx \begin{cases} 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega(\omega + iv_e)} & \text{при } v_e > \omega, \\ 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega(\omega + iv_e)} + i \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{Le}^2 \omega}{k^3 v_{Fe}^3} e^{-\omega^2/2k^2 v_e^2} & \text{(невырожд.)} \\ \frac{3}{2} \pi \frac{\omega_{Le}^2 \omega}{k^3 v_{Fe}^3} & \text{(вырожд.) } (kv_{Fe} > \omega \gg k_x v_{Fe}) \end{cases} & \text{при } v_e \ll \omega, \end{cases}$$

$$\varepsilon^{tr} \approx 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega(\omega + i\nu_e)} - \begin{cases} \omega_{Le}^2 k^2 v_{Te}^2 / \omega(\omega + i\nu_e)^3 & (\text{невыврожд.}), \\ \omega_{Le}^2 k^2 v_{Fe}^2 / 2\omega(\omega + i\nu_e)^3 & (\text{вырожд.}). \end{cases} \quad (14)$$

В пределе же, когда $|\omega + i\nu_e| \ll kv_0$, получаем

$$\varepsilon^l = 1 + 1/k^2 r_{De}^2, \\ \varepsilon^{tr} = 1 + i \begin{cases} \sqrt{\pi/2} \omega_{Le}^2 \omega k v_{Te} & (\text{невыврожд.}), \\ 3\pi \omega_{Le}^2 / 4 \omega k v_{Fe} & (\text{вырожд.}). \end{cases} \quad (15)$$

В этих соотношениях r_{De} — электронный дебаевский радиус, который для невырожденной и вырожденной сред соответственно дается выражениями [1]

$$r_{De} = (v_{Te} / \omega_{Le}; v_{Fe} / \sqrt{3} \omega_{Le}). \quad (16)$$

Исходя из приведенных выражений, можно исследовать особенности распространения поверхностных волн, в частности определить области существования поверхностных волн. Рассмотрение начнем с потенциальных (продольных) поверхностных волн, для которых уравнение (13) принимает вид

$$1 + \frac{2|k_x|}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk_x}{k^2 \varepsilon^l(\omega, k)} = 0. \quad (17)$$

При $|\omega + i\nu_e| \gg kv_0$, что соответствует условиям слабой пространственной дисперсии, из уравнения (17) находим предельные частоты колебаний поверхностных волн с учетом как столкновительного, так и бесстолкновительного затухания Ландау

$$\omega = \begin{cases} \frac{\omega_{Le}}{\sqrt{2}} - i \frac{\nu_e}{2} - i \begin{cases} \sqrt{2/\pi} |k_x| v_{Te} & (\text{невыврожд.}) \\ 3/8 |k_x| v_{Fe} & (\text{вырожд.}) \end{cases} & \text{при } \nu_e < \omega_{Le} / \sqrt{2}, \\ & (kv_{Fe} \gg \omega \gg k_x v_{Fe}) \\ -i (\omega_{Le}^2 / 2\nu_e) & \text{при } \nu_e > \omega_{Le} / \sqrt{2}. \end{cases} \quad (18)$$

Поскольку глубина проникновения поля в среде пропорциональна $|k_x|^{-1}$, то условие применимости (18) соответственно $\omega_{Le} / \sqrt{2} \gg |k_x| v_0$, ν_e и $\nu_e > \omega_{Le} / \sqrt{2}$, $|k_x| v_0$. При нарушении этих условий имеет место дебаевская экранировка поля поверхностного заряда, а следовательно, и поля поверхностной волны. Покажем это. Так как $|\omega + i\nu_e| \ll kv_0 < kc$, то $\omega \ll kc$ и в выражениях (9)–(11) для поля поверхностного заряда можно пренебречь членами, содержащими $\varepsilon^{tr}(\omega, k)$. Подставляя в (11) $\varepsilon^l(\omega, k)_z$ определяемое в этом случае выражением (15), и проинтегрировав по k_x и k_z , окончательно получаем

$$E_{2x}(x, z) = E_{2z}(x, z) = 2\pi q e^{-i\omega t} \frac{e^{-x/\sqrt{2} r_{De}} e^{-z/\sqrt{2} r_{De}}}{\sqrt{2} r_{De}}, \\ E_{1x}(x, z) = -E_{1z}(x, z) = -2\pi q_0 e^{-i\omega t} \frac{e^{x/\sqrt{2} r_{De}} e^{-z/\sqrt{2} r_{De}}}{\sqrt{2} r_{De}}. \quad (19)$$

Отсюда видим, что имеет место экранировка поля по направлению, перпендикулярному поверхности раздела вакуум—среда (ось OX), а также вдоль поверхности раздела (ось OZ) на расстояние $\sqrt{2} r_{De}$ от заряда одинаково как в среде, так и вакууме. Экранировка поля в вакууме объясняется тем, что поле заряда, помещенного на поверхности раздела, поляризует среду.

При учете непотенциальности поля поверхностной волны в условиях пренебрежения пространственной дисперсией $|\omega + i\nu_e| \gg kv_0$ из общего уравнения для поверхностных волн (13) получаем уравнение (3), решения

которого (5) справедливы при $|\varepsilon| \gg 1$. Отсутствие пространственной дисперсии означает, что $\varepsilon^i = \varepsilon^{i*} = \varepsilon(\omega)$, причем $\varepsilon(\omega)$ определяется выражением (2). Но это условие выполняется лишь в том случае, когда последним членом в выражениях (14) для ε^{i*} можно пренебречь, т. е. при

$$\omega_{Le}^2 k^2 v_0^2 / \omega (\omega + i\nu_e)^3 \ll 1. \quad (20)$$

Неравенство (20) дает возможность определить области существования поверхностных волн со спектром (5)

$$\omega < \omega^* = c^2 \nu_e^3 / \omega_{Le}^2 v_0^2 \text{ при } \omega < \nu_e < \omega_{Le} (v_0/c),$$

$$\omega_{Le} \frac{v_0}{c} < \omega < \frac{\omega_{Le}}{\sqrt{2}} \text{ при } \omega_{Le} \frac{v_0^2}{c^2} < \nu_e < \omega_{Le} \frac{v_0}{c} < \omega. \quad (21)$$

Первая область — это область частот нормального скин-эффекта, а вторая — инерционного скин-эффекта. Таким образом, при $\nu_e < \omega_{Le} (v_{Fe}/c)$ для поверхностных волн имеется частотная щель, в которой они испытывают дебаевскую экранировку и которая исчезает, если $\nu_e > \omega_{Le} (v_{Fe}/c)$.

При $\omega < kv_0$ неравенство (20) не выполняется, что позволяет определить область частот, в которой поверхностные волны не могут существовать — имеет место дебаевская экранировка поля волны. Это область аномального скин-эффекта: $\omega^* < \omega < \omega_{Le} v_0/c$.

В заключение, используя известные параметры [2], приведем численные значения характерных частот и волновых векторов поверхностных волн для некоторых металлов при азотной температуре ($T_e = 78$ К). Для этих металлов выполняется условие $\omega_{Le} (v_{Fe}^2/c^2) < \nu_e < \omega_{Le} (v_{Fe}/c)$ и для поверхностной волны должна существовать частотная щель, обусловленная экранировкой поля волны. В частности, для серебра, золота, алюминия ($N_e \approx 6 \cdot 10^{22}$ см⁻³) и меди ($N_e \approx 8.4 \cdot 10^{22}$ см⁻³) вычисления дают следующие значения характерных частот (с⁻¹): для серебра $\omega^* \approx 1.2 \cdot 10^{11}$, $\omega_{Le} (v_{Fe}/c) \approx 6.2 \cdot 10^{13}$, $\omega_{Le}/\sqrt{2} \approx 0.96 \cdot 10^{16}$, для золота $\omega^* \approx 5 \cdot 10^{11}$, $\omega_{Le} (v_{Fe}/c) \approx 6.3 \cdot 10^{13}$, $\omega_{Le}/\sqrt{2} \approx 0.95 \cdot 10^{16}$; для алюминия $\omega^* \approx 4.3 \cdot 10^{12}$, $\omega_{Le} (v_{Fe}/c) \approx 6.1 \cdot 10^{13}$, $\omega_{Le}/\sqrt{2} \approx 0.94 \cdot 10^{16}$; для меди $\omega^* = 4.3 \cdot 10^{12}$, $\omega_{Le} (v_{Fe}/c) \approx 8.4 \cdot 10^{13}$, $\omega_{Le}/\sqrt{2} \approx 1.1 \cdot 10^{16}$. Допустимые значения волнового вектора поверхностных волн (см⁻¹): для серебра $0 < |k_x| < 4.7$, $2.1 \cdot 10^3 < |k_z| < 3.2 \cdot 10^5$; для золота $0 < |k_x| < 16.8$, $2.1 \cdot 10^3 < |k_z| < 3.2 \cdot 10^5$; для алюминия $0 < |k_x| < 142$, $2 \cdot 10^3 < |k_z| < 3.1 \cdot 10^5$; для меди $0 < |k_x| < 142$, $2.8 \times 10^3 < |k_z| < 3.8 \cdot 10^5$.

Как видим, частотная щель экранировки для серебра $1.2 \cdot 10^{11} - 6.2 \cdot 10^{13}$ и для золота $5 \cdot 10^{11} - 6.3 \cdot 10^{13}$ с⁻¹ довольно широкая, тогда как для меди $4.3 \cdot 10^{12} - 8.4 \cdot 10^{13}$ и алюминия $4.3 \cdot 10^{12} - 6.1 \cdot 10^{13}$ с⁻¹ она намного уже. Для этих же металлов с меньшим запасом выполняется условие $\eta = \omega_{Le} v_{Fe} / \nu_e c > 1$ (для меди $\eta \approx 2.7$, для алюминия $\eta \approx 2.4$, тогда как для серебра $\eta \approx 8$, а для золота $\eta \approx 5$).

Таким образом, обнаружить частотную щель экранировки поверхностных волн в серебре и золоте экспериментально вполне возможно.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод формулы (18) для случая вырожденной плазмы

$$\varepsilon^i(\omega, \mathbf{k}) = \text{Re } \varepsilon^i + i \text{Im } \varepsilon^i,$$

где $\varepsilon^i(\omega, \mathbf{k})$ дается выражением (14). При $\nu_e \ll \omega$

$$\text{Re } \varepsilon^i = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} = \varepsilon(\omega) \ll \text{Im } \varepsilon^i \approx \frac{\omega_{Le}^2 \nu_e}{2\omega^3} + \frac{3}{2} \pi \frac{\omega_{Le}^2 \omega}{k^3 v_{Fe}^3}.$$

Тогда

$$\frac{1}{\varepsilon^i} = \frac{\varepsilon^{i*}}{(\text{Re } \varepsilon^i)^2 + (\text{Im } \varepsilon^i)^2} \approx \frac{\varepsilon(\omega) - i \text{Im } \varepsilon^i}{[\varepsilon(\omega)]^2} = \frac{1}{\varepsilon(\omega)} - i \frac{\text{Im } \varepsilon^i}{[\varepsilon(\omega)]^2}.$$

Подставим это выражение в уравнение (17), где $k^2 = k_x^2 + k_z^2$, и умножим на $\varepsilon(\omega)$. Получим

$$\varepsilon(\omega) + 1 - \frac{i}{\varepsilon(\omega)} \frac{\omega_{Le}^2 v_e}{\omega^3} - i \frac{|k_x|}{\varepsilon(\omega)} \frac{3\omega_{Le}^2 \omega}{v_{Fe}^3} \int_0^\infty \frac{dk_x}{k^5} = 0. \quad (\text{П.1})$$

Спектр частот колебаний получаем из действительной части этого уравнения $\varepsilon(\omega_0) + 1 = 0$, откуда следует, что $\omega_0 = \omega_{Le} / \sqrt{2}$. Умножая уравнение (П.1) на ω^2 , заменяя $\omega \rightarrow \omega_0 + i\delta$, пренебрегая малыми членами порядка δ^2 и подставляя в знаменатель мнимой части $\varepsilon(\omega_0) = -1$, получим

$$\delta = -\frac{v_e}{2} - \frac{3}{2} \frac{|k_x| \omega_0^4}{v_{Fe}^3} \int_0^\infty \frac{dk_x}{k^5}.$$

Если учесть, что при $\omega \gg |k_x| v_{Fe}$ (но $k v_{Fe} > \omega$) основной вклад в интеграл дает область больших значений k_x , то с хорошей степенью точности под интегралом можно заменить k на k_x , а нижним пределом интегрирования положить ω/v_{Fe} . Окончательно получим

$$\delta = -\frac{v_e}{2} - \frac{3}{2} \frac{|k_x| \omega_0^4}{v_{Fe}^3} \int_{\omega/v_{Fe}}^\infty \frac{dk_x}{k_x^5} = -\frac{v_e}{2} - \frac{3}{8} |k_x| v_{Fe}.$$

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988. 424 с.
 [2] Гинзбург В. Л., Мотулевич Г. П. // УФН. 1955. Т. 55. № 3. С. 469—509.

Институт общей физики АН СССР
 Москва

Поступило в Редакцию
 3 августа 1989 г.
 В окончательной редакции
 29 декабря 1989 г.