

01;09

РЕГУЛЯРНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ ФАЗОВОЙ СИСТЕМЫ

© В.В.Матросов

В современных радиотехнических устройствах для слежения за частотой и фазой колебаний, а также для стабилизации этих параметров широко применяются системы фазовой синхронизации [1,2]. Такие системы являются системами автоматического регулирования, осуществляющими управление параметрами генерируемых в них колебаний с целью достижения требуемой функциональной связи этих параметров с соответствующими параметрами входного сигнала. Они обладают сложным динамическим поведением и давно привлекают внимание исследователей [1-6]. В силу специфики решаемых устройствами задач, основное внимание уделялось изучению синхронного режима, при котором параметры входного и генерируемого системой сигналов минимально различаются, и возможности его устойчивой реализации. Однако в последнее время все больший интерес предъясняется к автоколебательным режимам [7,8].

Данная работа посвящена несинхронным режимам регулярных и хаотических колебаний в системе фазовой синхронизации с фильтром второго порядка в цепи управления. Основная цель ее заключается в выявлении различных типов автоколебательных режимов, выделении и анализе взаимного расположения областей параметров, соответствующих существованию автоколебаний различных типов. Интерес к этой задаче обусловлен возможностью использования автоколебательных режимов для формирования сложных регулярных и шумоподобных колебаний с управляемыми параметрами

Математическая модель рассматриваемой системы имеет вид [4]:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} &= y, & \frac{dy}{d\tau} &= z, \\ \mu \frac{dz}{d\tau} &= \gamma - \sin \varphi - y - \varepsilon z, \end{aligned} \quad (1)$$

где γ, μ, ε — параметры. Система (1) задана в цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi(\text{mod } 2\pi), y, z\}$, что приводит к возможности существования у нее широкого спектра колебательных движений. Во-первых, это “колебательные”

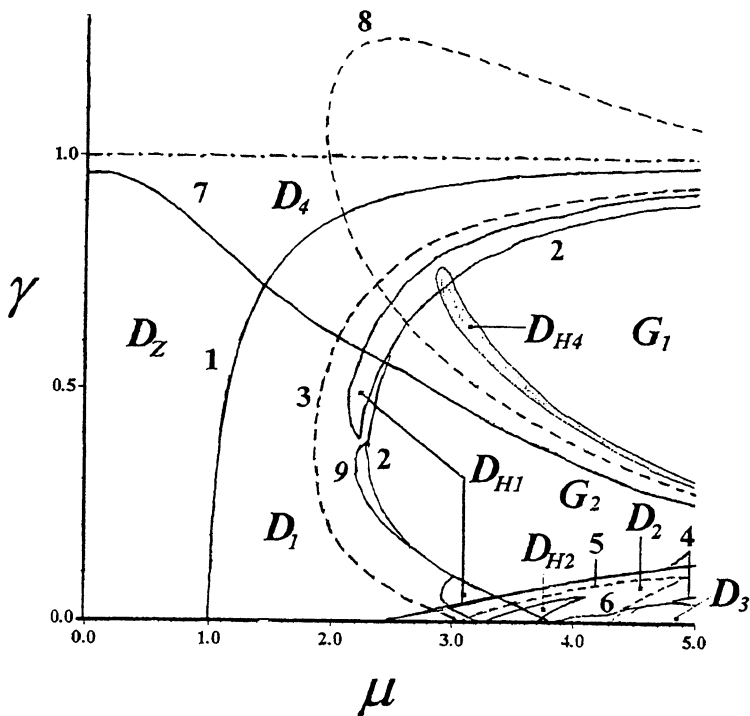


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма динамических режимов модели (1) при $\epsilon = 1$.

движения, ограниченные по координате φ . Во-вторых, движения, у которых координата φ постоянно возрастает или убывает, в результате чего она совершает вращение вокруг цилиндра U , такие движения будем называть "вращательными". И наконец, аттракторы, которые охватывают фазовый цилиндр U , но при этом наряду с вращением по φ совершают колебания. Такого типа аттракторы будем называть "колебательно-вращательными". В силу существенной нелинейности математической модели и большого разнообразия ее движений аналитическое исследование удастся провести лишь для состояний равновесия.

При $\gamma < 1$ система (1) имеет в фазовом пространстве U два состояния равновесия: $O_1(\arcsin \gamma, 0, 0)$ — типа узел или фокус и $O_2(\pi - \arcsin \gamma, 0, 0)$ — седло или седло-фокус.

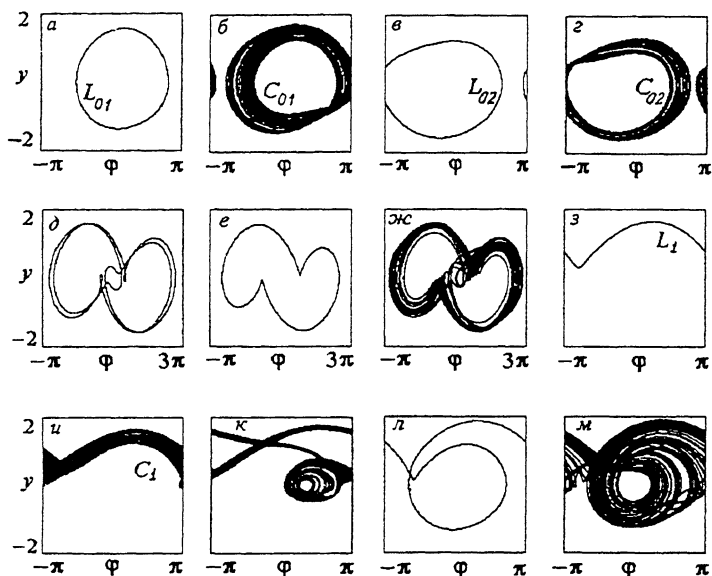


Рис. 2. Фазовые портреты регулярных и хаотических аттракторов модели (1).

При значениях параметров из области D_z (рис. 1) состояние O_1 является глобально асимптотически устойчивым, что соответствует установлению синхронного режима при любых начальных условиях [5].

Далее рассмотрим новые результаты, полученные в результате численного моделирования системы (1) и представленные в виде бифуркационной диаграммы $\{\mu, \gamma\}$ (рис. 1) и фазовых портретов различных типов регулярных и хаотических аттракторов (рис. 2). В области D_1 , расположенной между линиями 1 и 2, в фазовом пространстве системы (1) существует колебательный аттрактор вокруг состояния равновесия O_1 . При вхождении в эту область через кривую 1 в результате смены устойчивости состояния равновесия O_1 происходит мягкое рождение устойчивого колебательного предельного цикла L_{01} (рис. 2, а). По мере удаления от линии 1 цикл L_{01} может проходить через серию бифуркаций удвоения периода, в результате чего возникает колебательный хаотический аттрактор C_{01} . Колебательный хаотический аттрактор C_{01} , проекция которого представлена на рис. 2, б, существует при значениях параметров из областей D_{H1} . Линия 2, ограничивающая область D_1 справа, состоит из бифуркационных кривых, отвечающих разрушению аттрактора C_{01} или образованию много-

обходных петель сепаратрис седла-фокуса O_2 . Штриховая линия 3, проходящая внутри области D_1 , отвечает первой смене устойчивости цикла L_{01} .

При значениях параметров из области D_2 в фазовом пространстве U существует устойчивый колебательный предельный цикл L_{02} (рис. 2, в). Так же как цикл L_{01} , цикл L_{02} может испытывать бифуркации удвоения периода, оканчивающиеся рождением хаотического колебательного аттрактора C_{02} (рис. 2, г). Аттрактор C_{02} реализуется при значениях параметров из области D_{H2} . Штриховая линия 5, проходящая внутри области D_2 , соответствует первому удвоению периода цикла L_{01} .

Обращает на себя внимание факт существования в фазовом пространстве системы (1) колебательного аттрактора, у которого амплитуда по координате φ превосходит 2π . Фазовая траектория такого аттрактора может совершать вращения вокруг цилиндра U только на 2π . Причем вращение в положительном направлении компенсируется вращением в отрицательном, и наоборот. Амплитуда такого аттрактора по координате φ не превосходит 4π . Заметим, что колебательный аттрактор с проворотом может быть как регулярным (рис. 2, д, е), так и хаотическим (рис. 2, ж). Колебательные аттракторы с проворотом имеют место при значениях параметров из области D_3 , расположенной ниже линии 6.

Линия 7 соответствует образованию петли сепаратрис седла (седла-фокуса) O_2 , охватывающей фазовый цилиндр U . При пересечении этой линии снизу вверх в фазовом пространстве системы (1) появляется устойчивый вращательный предельный цикл L_1 (рис. 2, з). С ростом μ цикл L_1 может проходить через серию бифуркаций удвоения периода, порождая вращательный хаотический аттрактор C_1 (рис. 2, и). Вращательные аттракторы существуют при значениях параметров из области D_4 , а в области D_{H4} они являются хаотическими. Штриховая линия 8, внутри области D_2 , соответствует первой бифуркации удвоения периода цикла L_1 .

В области $G = G_1 \cup G_2$ система (1) характеризуется сложным динамическим поведением, связанным с разнообразными колебательно-вращательными предельными циклами и хаотическими аттракторами. При движении внутри этих областей колебательно-вращательные аттракторы постоянно эволюционируют, переходя из регулярных в хаотические и обратно. При этом изменяется структура аттракторов, т.е. изменяется соотношение колебательных и вращательных движений. На рис. 2, к, л, м в качестве примера приведены проекции регулярного и хаотических

колебательно-вращательных аттракторов различной структуры.

Представленные результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемая система обладает большим разнообразием как регулярных, так и хаотических автоколебательных режимов. Приведенные сведения об этих режимах имеют значение для управления характером и свойствами автоколебательных режимов в системах с фазовым управлением.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-02-16559).

Список литературы

- [1] *Шахгильдян В.В., Лятовкин А.А.* Фазовая автоподстройка частоты. М: Связь, 1972. 477 с.
- [2] *Линдсей В.* Системы синхронизации в связи и управлении / Пер. с англ. Ю.Н. Бакаева, М.В. Капранова. М: Сов. радио, 1978. 600 с.
- [3] *Фазовая синхронизация* / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н.Белюстиной. М: Связь, 1975. 288 с.
- [4] *Системы фазовой синхронизации* / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М: Радио и связь, 1982. 288 с.
- [5] *Белюстина Л.Н., Быков В.В.* // Тр. симпоз. по прикл. матем. и кибернетике. М.: Наука, 1973. С. 28-32.
- [6] *Белых В.Н., Некоркин В.И.* // Прикладная математика и механика. 1978. Т. 42. В. 5. С. 808-819.
- [7] *Kolumban G., Vizvari B.* // Proc. of the 3-nd Int. Specialist workshop on nonlinear dynamics of electron systems — NDES'95. Dublin, Ireland, 1995. P. 99-102.
- [8] *Smyth N., Crowley C., Kennedy M.P.* // Proc. of the 4-th International Workshop on Nonlinear Dynamics of Electron Systems — NDES'96. Seville, Spain, 1996. P. 27-30.

НИИ прикладной
математики и кибернетики
при Горьковском
государственном университете
им. Н.И. Лобачевского

Поступило в Редакцию
15 августа 1996 г.