

01;06

## СТРАННЫЙ АТТРАКТОР В НЕРАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМЕ С ДВУМЯ СОРТАМИ НОСИТЕЛЕЙ

© П.Н.Горлей, П.П.Горлей, П.М.Томчук

Исследованию процессов самоорганизации и динамического хаоса в различных областях знаний посвящены работы многих исследователей (см., например, [1-3]). К числу интересных физических объектов, безусловно, можно отнести находящуюся в условиях отрицательной дифференциальной проводимости полупроводниковую систему с двумя сортами носителей, на использовании свойств которой основана работа многих электронных устройств (диоды Ганна, МДП-структуры и т.д.). В работах [4-6] рассмотрена теория неустойчивости в полупроводнике с двумя сортами носителей на примере арсенида галлия и дырочного теллура. Показано, что в такой системе решения типа обогащенного слоя являются, с одной стороны, весьма устойчивыми по отношению к флуктуациям, например, концентрации носителей, а с другой — в определенной области электрических полей увеличение концентрации электронно-дырочных пар может приводить к их неустойчивости, переходящей в состояние динамического хаоса.

Учитывая практическую значимость систем с двумя сортами носителей, представляет интерес исследование возможности появления хаотических состояний в таких системах. Одними из основных количественных характеристик, используемых при идентификации хаотических движений, являются их спектрограммы и размерности аттракторов [7]. В настоящей работе впервые показано, что в неравновесной системе биполярных носителей при определенных значениях управляющего параметра имеет место новый вид странного аттрактора и приведены указанные его характеристики, полученные в результате численного анализа нелинейной одномерной полевой модели [4]. При этом создан специальный пакет программ, позволяющий исследовать процессы самоорганизации и динамического хаоса в различных физических системах, описываемых системой до пяти включительно нелинейных дифференциальных уравнений.

1. Рассмотрим стационарную полупроводниковую систему биполярных носителей, которая описывается уравнени-

ями [4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{ст}}{\partial z} &= \frac{1}{D_p} \left( p_{ст} v_p(E_{ст}) - \frac{j_{pст}}{e} \right), \\ \frac{\partial n_{ст}}{\partial z} &= -\frac{1}{D_n} \left( n_{ст} v_n(E_{ст}) - \frac{j_{nст}}{e} \right), \\ \frac{\partial E_{ст}}{\partial z} &= \frac{e}{\varepsilon \varepsilon_0} (p_{ст} - n_{ст} + N_d - N_a). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $p_{ст}$  и  $n_{ст}$ ,  $v_p$  и  $v_n$ ,  $D_p$  и  $D_n$  — соответственно стационарные концентрации, дрейфовые скорости, коэффициенты диффузии дырок и электронов;  $E_{ст}$  — стационарное значение напряженности электрического поля;  $j_{nсм}$  и  $j_{pсм}$  — постоянные интегрирования, соответствующие электронному и дырочному току через образец в стационарном состоянии;  $N_a$  и  $N_d$  — концентрации полностью ионизированных акцепторов и доноров, а остальные обозначения общеприняты. Нелинейность процессов определяется нелинейной зависимостью дрейфовой скорости носителей  $V_i$  ( $i = n, p$ ) от электрического поля, которая в настоящей работе рассматривается в виде

$$V_i(E) = \mu_{0i} E \sum_{k=0}^2 \beta_{ki} E^{2k}, \quad (i = k, p). \quad (2)$$

Величины  $\mu_{0i}$  представляют собой дрейфовые подвижности носителей в бесконечно слабом электрическом поле, а коэффициенты  $\beta_{ki}$  характеризуют степень отклонения от линейного закона Ома и не зависят от поля. При этом  $\beta_{0n} = \beta_{0p} = 1$ , а значения  $\beta_{1n}$  и  $\beta_{1p}$  могут быть как положительными, так и отрицательными в зависимости от температуры, доминирующих механизмов рассеяния, зонной структуры полупроводника [8]. Числовые расчеты  $\beta_{1i}$  представляют собой сложную задачу и поэтому они, как и коэффициенты  $\beta_{2i}$ ,  $\mu_{0i}$ ,  $j_{ист}$ , использовались в качестве параметров задачи.

2. С помощью созданного пакета программ нелинейная система уравнений (1) решалась стандартным методом Рунге-Кутты 4-го порядка [9] при различных значениях управляющих параметров, что позволило получить распределения поля и концентраций вдоль образца и тем самым построить фазовый портрет системы, а также рассчитать его хаусдорфовскую размерность методом дискретизации фазового пространства [7] и спектральную плотность фазовых переменных методом максимальной энтропии Берга [10].

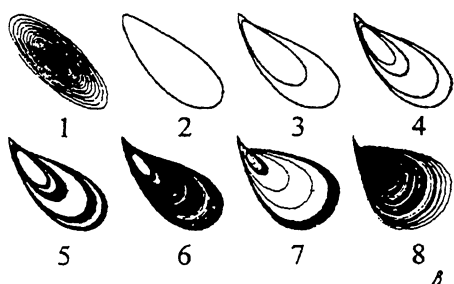
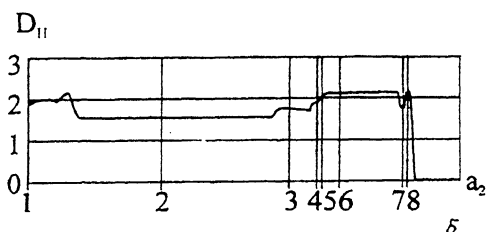
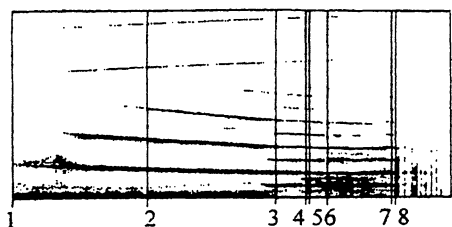


Рис. 1. Зависимости вида спектральных характеристик (а), величины хаусдорфховской размерности (б) и трансформация фазового портрета в проекции на плоскость  $XOZ$  (в) от значений управляющего параметра  $a_2$ . Номера выбранных точек соответствуют следующим значениям  $a_2$ : 1 — 0.8598, 2 — 0.8749, 3 — 0.8889, 4 — 0.8922, 5 — 0.8925, 6 — 0.8945, 7 — 0.9015, 8 — 0.9020. При расчетах выбирались такие значения остальных параметров:  $a_1 = Lj_{рсм}/e(N_a - N_d)D_p = 6.1$ ,  $a_3 = D_p\mu_{0n}/D_n\mu_{0p} = 1$ ,  $a_4 = Le^2(N_a - N_d)^2\mu_{0p}/\epsilon\epsilon_0j_{рсм} = 0.4$ ,  $C_{1n} = \beta_{1n}E_0^2 = -0.25$ ,  $C_{1p} = \beta_{1p}E_0^2 = -0.02$ ,  $C_{2n} = \beta_{2n}E_0^4 = 0.03$ ,  $C_{2p} = \beta_{2p}E_0^4 = 0.03$ , где  $L = 1 \cdot 10^{-6}$  м — единица масштаба длины, а  $E_0$  — величина стационарного однородного поля.

Проверка на известных моделях Ресслера и Лоренца показала хорошую точность вычислений, полученных на основе разработанного программного обеспечения.

Оказалось, что для исследуемой системы (1) распределения поля и концентраций вдоль образца имеют сложный колебательный характер и представляют собой суперпозицию большого числа гармоник с разными амплитудами, приводящих к особенностям как вида, так и эволюции фа-

зового портрета системы. На рисунке в качестве примера приведены зависимости спектральной плотности концентрации электронов, хаусдорфовой размерности и трансформация вида фазового портрета в проекции на плоскость  $XOZ$  (плоскость изменения концентрации дырок и электрического поля) от величины параметра  $a_2 = j_{псм}\mu_{0p}/j_{псм}\mu_{0n}$ . Спектральные характеристики даны в следующем формате: по оси абсцисс отложен параметр  $a_2$ , по оси ординат отложены безразмерные частоты гармоник, а интенсивность точек обратно пропорциональна амплитуде гармоник (более темным участкам на рисунке отвечают большие значения амплитуд).

Видно, что при  $a_2 = 0.860$  фазовый портрет представляет собой фокус, а его хаусдорфова размерность  $D_H = 1.93 \pm 0.01$  (точка 1). При увеличении  $a_2$  на промежутке  $0.8645-0.8655$  происходит бифуркация Хопфа из фокуса в предельный цикл с  $D_H = 1.57 \pm 0.01$  (точка 2). В спектральных характеристиках при этом наблюдается резкое возрастание числа гармоник. Дальнейшее увеличение  $a_2$  приводит к бифуркациям удвоения периода, с которыми связано появление новых спутных частот на спектральных характеристиках и плато на кривой  $D_H(a_2)$ . Например, для точек 3 и 4 размерности  $D_H$  равны  $1.75 \pm 0.01$  и  $1.90 \pm 0.01$  соответственно. С возрастанием  $a_2$ , бифуркации удвоения периода происходят все чаще, что приводит к хаотизации движения в системе. Новый вид странного аттрактора имеет место в промежутке значений  $a_2$  от  $0.894$  до  $0.902$  с  $D_H = 2.15 \pm 0.01$  (точка 6). Важно, что среди хаоса наблюдаются области периодического движения (точка 7), которые характеризуются четкими спектральными линиями и более низкой хаусдорфовой размерностью с  $D_H = 1.75 \pm 0.01$ . При дальнейшем увеличении  $a_2$  роль шумов в системе возрастает, фазовый портрет искажается и при  $a_2 > 0.9022$  он полностью разрушается.

Таким образом, система уравнений (1), которая описывает поведение полупроводниковой системы с двумя типами носителей при наличии отрицательной дифференциальной проводимости, демонстрирует сложную динамику неустойчивостей. В настоящей работе впервые, в частности, показано, что для такой системы в зависимости от величины управляющего параметра наблюдается эволюция фазового портрета от фокуса до динамического хаоса через последовательность бифуркаций удвоения периода. Определены области значений управляющего параметра, при которых в системе существует новый вид странного аттрактора, рассчитаны зависимости его хаусдорфовой размерности и спектральных плотностей распределения фазовых пере-

менных вдоль образца от величины этого параметра. Создано программное обеспечение, которое дает возможность проводить комплексные исследования процессов самоорганизации в системах, описываемых нелинейным дифференциальным уравнением до пятого порядка включительно.

Эта работа была частично поддержана Международной Соросовской программой поддержки образования в области точных наук (ISSEP), грант № GSU052258.

### Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Янсон Н.Б., Павлов А.Н. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. № 4. С. 79–83.
- [2] Кальянов Э.В. Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. № 7. С. 60–64.
- [3] Скоков В.Н., Ивакин В.Б., Коверда В.П. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. № 16. С. 37–43.
- [4] Гельмонт Б.Л., Шур М.С. // ФТП. 1971. Т. 5. № 6. С. 1082–1086.
- [5] Гельмонт Б.Л., Шур М.С. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. № 6. С. 2296–2307.
- [6] Левинштейн М.Е., Румянцев С.Л. // ФТП. 1984. Т. 18. № 9. С. 1577–1582.
- [7] Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 312 с.
- [8] Горлей П.Н., Шендеровский В.А. Вариационный метод в кинетической теории. Киев.: Наук. думка, 1992. 296 с.
- [9] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976. 576 с.
- [10] Марпл м.л. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

Поступило в Редакцию  
6 августа 1996 г.