Письма в ЖТФ, том 22, вып. 20 26 октября 1996 г.

01;04

НОВОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТЕНЗОРА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МАГНИТОАКТИВНОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПЛАЗМЫ

© *П.А.Поляков*

Теоретическое исследование распространения волн в релятивистской магнитоактивной плазме и возникновения в ней различных неустойчивостей затруднено сложным видом тензора диэлектрической проницаемости этой плазменной среды. Достаточно простые дисперсионные формулы получены в пределах малых и больших длин волн [1–3], а также в слаборелятивистском приближении [4]. В данной работе найдено аналитическое представление для тензора диэлектрической проницаемости одномерной магнитоактивной максвелловской плазмы в ультрарелятивистском температурном пределе, справедливое во всей спектральной области. Это обстоятельство радикально упрощает исследование волновых свойств и неустойчивостей рассматриваемых плазменных сред и позволяет легко определить дисперсию, декремент затухания или инкремент неустойчивости различных колебательных мод в любой части спектра.

Отметим, что использованная одномерная плазменная модель не является теоретической абстракцией и, по-видимому, реализуется в природе. Так, согласно современным представлениям, магнитосфера пульсаров состоит из одномерной электрон-позитронной релятивистской плазмы [5,6]. Причиной одномеризации релятивистской плазмы, находящейся в достаточно сильном магнитном поле, является синхротронное излучение, которое высвечивает поперечные, относительно магнитного поля, импульсы релятивистских частиц [5,6].

Поведение релятивистской плазменной среды будем описывать системой уравнений Максвелла и кинетическим уравнением Власова [1,7]

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{J}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho, \tag{1}$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{r}} + e_s\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{vB}]\right)\frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad (2)$$

где f_s — функция распределения s-го сорта частиц плазмы, $\mathbf{p}$ — импульс частицы,

$$\rho = \sum_s e_s \int f_s d\mathbf{p}, \qquad \mathbf{J} = \sum_s e_s \int \mathbf{v} f_s d\mathbf{p}. \quad (3)$$

Проводя стандартную процедуру линеаризации системы уравнений (1)–(3), преобразования Лапласа по времени и Фурье по координатам, несложно получить интегральные выражения для тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(\omega, k_r)$ и дисперсионное уравнение для волн в плазме [7]:

$$\left|k^2\delta_{i,j} - k_i k_j - (\omega/c)^2\varepsilon_{ij}(\omega, k_r)\right| = 0, \quad (4)$$

где k_i — компоненты волнового вектора, ω — комплексная частота.

Пусть равновесное распределение каждого сорта частиц плазмы имеет вид одномерного релятивистского максвелловского закона [8,9]:

$$f_{0,s}(\mathbf{u}) = n_0 \exp\left(-\alpha\sqrt{1+u^2}\right)\delta(u_x)\delta(u_y)/2K_1(\alpha), \quad (5)$$

где $\mathbf{u} = \mathbf{p}/m_0c$, m_0 — масса покоя частицы, $\alpha = m_0c^2/K_BT$, K_B — постоянная Больцмана, T — температура, n_0 — равновесная плотность частиц, $K_1(\alpha)$ — функция Макдональда [10]. Направим ось Z декартовой системы координат вдоль вектора напряженности внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$, а волновой вектор $\mathbf{k}$ поместим в координатной плоскости $X0Y$, тогда компоненты тензор диэлектрической проницаемости ε_{ij} в (4) можно преобразовать к следующему виду:

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 1 - \sum \frac{\omega_p^2}{2K_1(\alpha)\omega^2}\left[2K_0(\alpha) - \frac{\omega_H}{2c}(A_+ - A_-)\right],$$

$$\varepsilon_{13} = \sum \frac{\omega_p^2}{2K_1(\alpha)\omega^2}\frac{k_x}{k_z}\left[2K_0(\alpha) - \frac{\omega_H}{2c}(A_+ - A_-) + \frac{\omega}{2c}\frac{\partial}{\partial\alpha}(A_+ - A_-)\right],$$

$$\varepsilon_{23} = -i\sum \frac{\omega_p^2}{2K_1(\alpha)\omega^2}\frac{k_x}{k_z}\frac{\omega_H}{c}\left[A_- + \frac{\omega_H - \omega\partial/\partial\alpha}{2\omega_H}(A_+ - A_-)\right],$$

$$\varepsilon_{33} = 1 + \sum \frac{\omega_p^2}{2K_1(\alpha)\omega^2}\left[-\left(1 - \frac{\partial^2}{\partial^2\alpha}\right)\frac{k_x^2 c}{2\omega_H}(A_+ - A_-) + \right.$$

$$\left. + \alpha\frac{\omega}{c}\left(1 - \frac{\partial^2}{\partial^2\alpha}\right)B\right],$$

$$\varepsilon_{12} = -i \sum \frac{\omega_p^2}{2K_1(\alpha)\omega^2} \frac{\omega_H}{2c}(A_+ - A_-),$$

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}^*, \qquad \varepsilon_{31} = \varepsilon_{13}^*, \qquad \varepsilon_{32} = \varepsilon_{23}^*.$$

Здесь суммирование подразумевается по различным сортам частиц, $\omega_H = eH/mc$ — циклотронная частота, i — мнимая единица, $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_0/m$,

$$A_\pm = 2c\frac{(\omega_H + \omega a_1)J(\mp a_1) - (\omega_H + \omega a_2)J(\mp a_2)}{(\omega^2 - k_z^2c^2)(a_1 - a_2)},$$

$$B = c\frac{a^2 - 1}{\omega}\Big(J(a) + J(-a)\Big), \qquad a = k_z c/\sqrt{k_z^2c^2 - \omega^2},$$

$$a_1 = \frac{\omega\omega_H - k_z c\sqrt{\omega_H^2 + k_z^2c^2 - \omega^2}}{k_z^2c^2 - \omega^2},$$

$$a_2 = \frac{\omega\omega_H + k_z c\sqrt{\omega_H^2 + k_z^2c^2 - \omega^2}}{k_z^2c^2 - \omega^2}, \tag{6}$$

$$J(a) = L\int_1^\infty \frac{\exp(-\alpha t)}{t + \alpha} \frac{dt}{\sqrt{t^2 - 1}}, \tag{7}$$

где L обозначает интегрирование по контуру Ландау [7].

Функция (7) исследована в работе [9], где установлено, что в ультрарелятивистском температурном пределе при $\alpha \gg 1$ она выражается через известную специальную функцию $E_1(z)$:

$$J(a) = e^{\alpha a}\left(\frac{\ln[(a^2 - 1)^{1/2} + a]}{(a^2 - 1)^{1/2}} - \frac{1}{a}\left[E_1(\alpha a) + \left(\ln\frac{\alpha}{2} + C\right)e^{-\alpha a}\right]\right), \tag{8}$$

где C — постоянная Эйлера [10].

Таким образом, показано, что волновой тензор диэлектрической проницаемости одномерной релятивистской магнитоактивной максвелловской плазмы может быть представлен в аналитическом виде, содержащем известную интегральную показательную спецфункцию $E_1(z)$ [10]. Из полученных выше формул непосредственно видно, что различные асимптотические приближения для компонент тензора ε_{ij} определяются следующими безразмерными параметрами: a, a_1, a_2, αa, αa_1, αa_2. Проводя разложения относительно этих параметров, можно получить как известные, так и новые приближенные асимптотические формулы, справедливые только в определенных спектральных областях.

Работа поддержана грантом РФФИ № 96-02-16416.

Список литературы

[1] *Силин В.П., Рухадзе А.А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Наука, 1961. 244 с.

[2] *Misra P., Machanti J.M.* / J. Plasma Phys. 1980. V. 24. N 3. P. 409–420.

[3] *Трубников Б.А.* Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т. 3: Сб. статей. М.: изд. АН СССР, 1958. С. 104–113.

[4] *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. № 5. С. 1527–1535.

[5] *Михайловский А.Б.* // Письма в астрон. журн. 1979. Т. 5. № 11. С. 604–607.

[6] *Ломинадзе Д.Г., Мачабели Г.З., Патарая А.Д.* и др. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. В. 10. С. 1233–1249.

[7] *Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А.* Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1978. 407 с.

[8] *Ломинадзе Д.Г., Михайловский А.Б.* // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. В. 3. С. 959–970.

[9] *Поляков П.А.* // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. В. 5. С. 1585–1589.

[10] *Справочник* по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.

Поступило в Редакцию
4 июня 1996 г.