

01;12

ЗАДАЧА РЕКОНСТРУКЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММЕ

© Н.Б.Янсон, А.Н.Павлов, А.Г.Баланов,
В.С.Анищенко

Рассматривая электрокардиограмму (ЭКГ) в рамках задачи синтеза динамической системы (ДС) по наблюдаемой, необходимо обратить внимание на некоторые особенности данного сигнала, которые не позволяют непосредственно применять к нему традиционные методы глобальной реконструкции [1,2].

Одна из особенностей заключается в ярко выраженной неоднородности типичной ЭКГ, которая состоит из участков с быстрым движением, называемых $PQRST$ -комплексом, и участков, где движение резко замедляется или почти отсутствует — пауз. При использовании двух наиболее популярных методов восстановления аттрактора системы по 1-мерной реализации, метода задержки [3,4] и метода последовательного дифференцирования [1-5], полученный фазовый портрет является сильно неоднородным, что очень усложняет процесс моделирования. Кроме того, минимальная размерность вложения, необходимая для реконструкции, должна быть не меньше 4 [6], а при обязательном наличии шума в экспериментальных временных рядах ошибка вычисления их производных высокого порядка (второго и выше) создает дополнительные, зачастую неразрешимые, проблемы при аппроксимации правых частей модели.

Другой особенностью ЭКГ здорового человека (рис. 1, а и в) является тот факт, что один ее характерный период¹ T_i содержит в себе всю информацию о структуре $PQRST$ -комплекса, который имеет длительность T_c (при этом величина $T_i - T_c$ есть временная продолжительность паузы). Чтобы проиллюстрировать это, мы провели следующее исследование.

¹ Под периодом ЭКГ понимается повторяющаяся последовательность $PQRST$ -комплекс — пауза. При этом мы, естественно, осознаем, что длительность каждого такого периода будет разной в основном за счет изменения величины паузы.

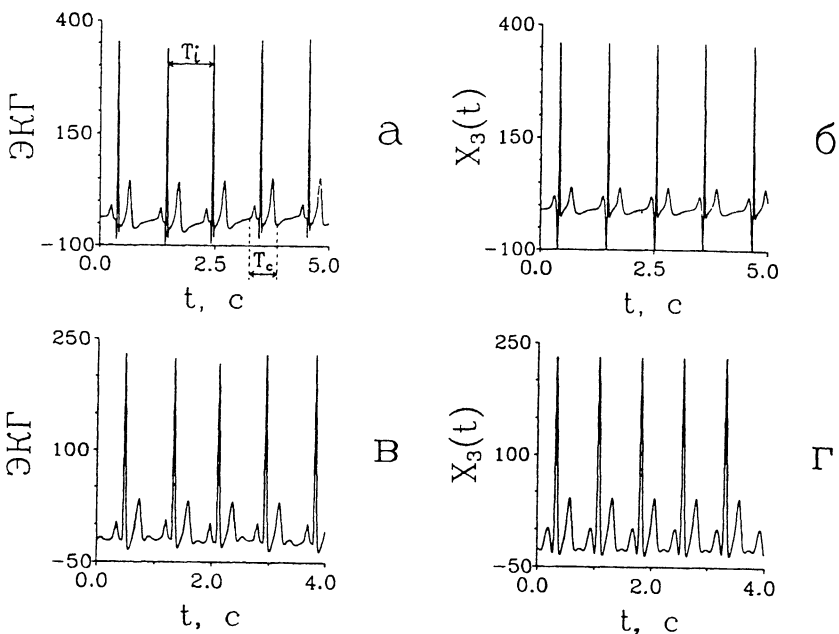


Рис. 1. а, в — исходные электрокардиограммы; б, г — решения реконструированных модельных динамических систем.

Сначала было произведено чисто визуальное сравнение двух различных, случайным образом выбранных периодов одной и той же ЭКГ простым наложением их друг на друга. При этом длительности двух рассматриваемых участков были выравнены путем изменения продолжительности паузы одного из них, не затрагивая *PQRST*-комплекса. Такое сопоставление позволило говорить о существовании большого сходства между различными, наугад взятыми, периодами ЭКГ. Для более строгого подтверждения этого сходства была использована функция когерентности γ_{xy} [7,8]:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)}, \quad (1)$$

где G_{xx} , G_{yy} — спектральные плотности мощности реализаций x и y соответственно, G_{xy} — взаимная спектральная плотность мощности. Как известно, γ_{xy} равна 1 в случае, если x и y связаны линейно, равна 0, если x и y совершенно некоррелированы и промежуточному значению, если связь между ними нелинейна или реализации зашумлены. Однако для корректного применения данной характеристики необходимы достаточно длинные реализации x и y , которые в

нашем случае отсутствуют по условию задачи. Чтобы разрешить сложившееся противоречие, мы использовали следующий прием: каждый из выбранных участков ЭКГ был многократно повторен для получения периодического временного ряда x или y достаточной длины. В дальнейшем будем называть эту процедуру замыканием, поскольку она позволяет сформировать в фазовом пространстве замкнутую кривую типа предельного цикла. Так как исходному периоду соответствовал интервал между R -зубцами, то "замыкание" проводилось именно по R -зубцу, в связи с чем вносимые искажения за счет искусственного преобразования состояли лишь в весьма незначительном изменении величины этого зубца.

Функция когерентности, рассчитанная по полученным таким образом временным зависимостям $x(t)$ и $y(t)$, была усреднена по всем частотам с получением некоторой глобальной характеристики для их сравнения. В нашем случае в области 0–40 Гц она равна 1 с точностью до 4-го знака после запятой, математически подтверждая сходство указанных выше участков ЭКГ.

Принимая во внимание описанные особенности электрокардиограмм мы осуществляем попытку смоделировать динамическую систему, решением которой является периодический сигнал, с большой степенью точности воспроизводящий один период ЭКГ. Такую модель можно было бы поставить в соответствие сигналу электрокардиограммы в случае периодичности сердечного ритма, что не соответствует действительности. Поэтому, несомненно, такой подход к моделированию может вызывать определенные нарекания. Однако, с другой стороны, без ответа на вопрос о решаемости даже такой упрощенной задачи вообще теряет смысл применение методов реконструкции к ЭКГ.

Для решения задачи моделирования рассматривались две ЭКГ с несколько отличным поведением, предварительно подвергнутые фильтрации от шума методом [9] (рис. 1, а и в). Для каждой из них произвольным образом выбрался один период. Вновь проводилось замыкание этого периода на себя и получение достаточно длительных периодических реализаций. В [10] для восстановления математической модели неоднородного аттрактора было предложено использовать интеграл с переменным верхним пределом от измеряемой в эксперименте временной зависимости в качестве одной из реконструируемых координат фазового портрета. Для рассматриваемой в данной работе задачи мы осуществляли последовательное вычисление двух таких интегралов.

Пусть $b(t)$ — исходный сигнал (искусственно полученная периодическая реализация, приведенная к нулевому средне-

му значению). Вычислялись:

$$a_1(t) = \int_0^t b(\tau) d\tau, \quad a(t) = \int_0^t a_1(\tau) d\tau. \quad (2)$$

Теперь $a(t)$ использовалась в качестве исходной реализации. Методом последовательного дифференцирования восстанавливались остальные координаты вектора состояния в фазовом пространстве, который, таким образом, имел следующий вид:

$$x_i = \{a_i, da_i/dt, d^2 a_i/dt^2, \dots, d^{n-1} a_i/dt^{n-1}\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad (3)$$

где $a_i = a(i\Delta t)$, i — номер точки, Δt — выборка, n — размерность системы.

Ясно, что $d^2 a_i/dt^2$ есть исходный сигнал $b(i\Delta t)$. Приведенный способ позволяет получить фазовые портреты, являющиеся менее неоднородными по сравнению с фазовыми портретами, восстановленными с помощью традиционных методов. Таким образом, применение метода наименьших квадратов, часто используемого для нахождения коэффициентов правых частей модели, становится более эффективным. Для выбранных периодов от различных ЭКГ нами восстановлены 2 модели (3 и 4-мерная соответственно) в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_3, \dots, \quad \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (4)$$

чь решения приведены на рис. 1, б и г. Получить подобные результаты другими способами нам не удалось.²

Нами был проведен анализ качества реконструкции путем сравнения этих решений полученных динамических систем с исходным для каждой из них периодическим сигналом (замыканием одного периода ЭКГ) с использованием функции когерентности. Для ее вычисления выбирался частотный диапазон 0.5–40 Гц из следующих соображений. Цифровая фильтрация сигнала от 0 до 0.5 Гц позволяет устранить различные низкочастотные воздействия.³ Фильтрация частот свыше 40 Гц приводит к сглаживанию зубцов и к весьма незначительному их уменьшению по величине, что не вносит принципиальных искажений в форму

² В работе [11] осуществлялась попытка смоделировать ЭКГ с использованием метода последовательного дифференцирования для определения вектора состояния в фазовом пространстве. Однако решение получившейся при этом модельной системы хотя и содержало все необходимые P, Q, R, S, T — зубцы, но все же локально достаточно плохо описывало исходный сигнал.

³ Частота 0.5 Гц приблизительно соответствует 2-й гармонике частоты дыхания.

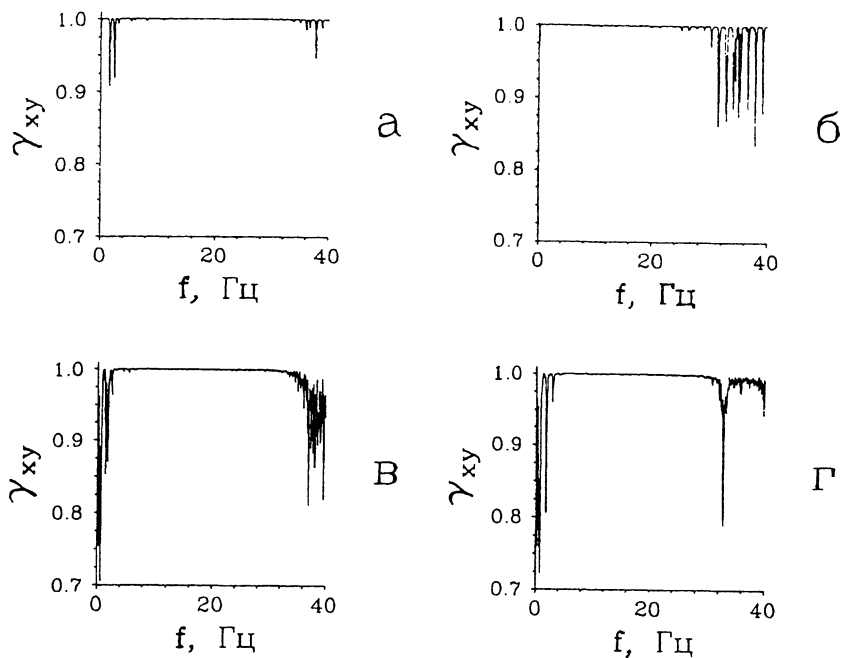


Рис. 2. Частотные зависимости функции когерентности: *а* — для замыкания одного периода ЭКГ (рис. 1, *а*) и решения реконструированных уравнений (рис. 1, *б*). Глобальная оценка в приведенном частотном диапазоне равна 0.998; *б* — для замыкания одного периода ЭКГ (рис. 1, *в*) и решения реконструированных уравнений (рис. 1, *г*). Глобальная оценка равна 0.995; *в* — для исходной ЭКГ (рис. 1, *а*) и решения реконструированных уравнений (рис. 1, *б*), искусственно промодулированного по периоду. Глобальная оценка в приведенном частотном диапазоне равна 0.989; *г* — для исходной ЭКГ (рис. 1, *в*) и решения реконструированных уравнений (рис. 1, *г*), искусственно промодулированного по периоду. Глобальная оценка равна 0.993.

ЭКГ. Эти рассуждения позволили нам выбрать диапазон 0.5–40 Гц в качестве области исследований, хотя следует отметить, что данные частотные границы носят весьма условный характер и, кроме того, зависят от конкретной электрокардиограммы.

Расчет функции когерентности дал значения глобальной оценки ≈ 0.998 и ≈ 0.995 соответственно. На рис. 2, *а* и *б* приведены графики рассчитанных частотных зависимостей.

Далее для обеих систем мы проводили сравнение восстановленного периодического режима непосредственно с ЭКГ, для чего осуществлялась искусственная модуляция периода реконструированного решения (изменение величины только паузы без искажения *PQRST*-комплекса) в соответствии с реальными величинами *R–R* интервалов. За

счет такого преобразования максимумы восстановленного сигнала совпадали с R -пиками исходной ЭКГ. Затем также проводилось сравнение с помощью функции когерентности. Глобальная оценка ≈ 0.989 и ≈ 0.993 в том же частотном диапазоне (рис. 2, в и г).

На основании вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1. Применение метода восстановления фазового портрета ДС, предложенного нами в работе [10], к одному периоду реальной ЭКГ позволило решить, по крайней мере в первом приближении, задачу глобальной реконструкции исследуемого экспериментального сигнала.

2. Полученные в результате реконструкции модельные системы дают периодическое решение, воспроизводящее один период ЭКГ в интересующем нас диапазоне частот с большой степенью точности, подтверждением чему являются расчеты функции когерентности.

Список литературы

- [1] *Cremers J., Hübler A.* // Z. Naturforsch. A. 1987. V. 42. N 8. P. 797–802.
- [2] *Грибков Д.А., Грибкова В.В., Крацов Ю.А.* // Радиотехника и электроника. 1994. В. 2. С. 269–277.
- [3] *Takens F.* In: Dynamical Systems and Turbulence. Lecture Notes in Mathematics // Berlin. Springer-Verlag. 1981. P. 366–381.
- [4] *Breeden J.L., Packard N.H.* // Int. J. of Bif. and Chaos. 1994. V. 4. N 2. P. 311–326.
- [5] *Gouesbet G., Letellier C.* // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. N 6. P. 4955–4972.
- [6] *Babloyantz A., Destexhe A.* // Biological Cybernetics. 1988. V. 58. P. 203–211.
- [7] *Дженкис Г., Ватмс Д.* Спектральный анализ и его приложения. В. 2. М., 1972. 288 с.
- [8] *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. М., 1989. 540 с.
- [9] *Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T.* Numerical Recipes in FORTRAN: the art of scientific computing / 2nd edition. Cambridge University Press. 1992. P. 644–649.
- [10] *Анищенко В.С., Янсон Н.Б., Павлов А.Н.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 6. С. 1–6.
- [11] *Янсон Н.Б., Анищенко В.С.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. В. 3. С. 112–121.

Саратовский государственный
университет

Поступило в Редакцию
14 июня 1996 г.