

01;04

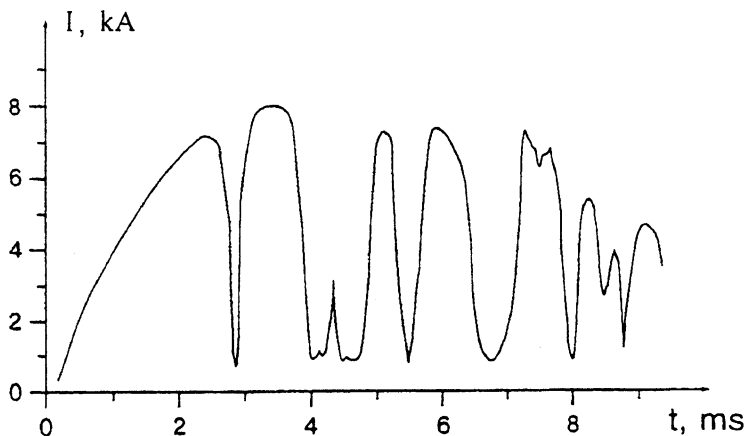
ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРЕРЫВАНИЕ ТОКА И ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В ТОКОНЕСУЩЕЙ ПЛАЗМОПОДОБНОЙ СРЕДЕ

© Н.Б.Волхов, Н.М.Зубарев, О.В.Зубарева, В.Т.Шкатов

Неравновесные фазовые переходы в токонесущих плазмopodobных средах, типичным примером которых является многократное прерывание и восстановление электрического тока в In-Ga-эвтектике (77.5% — Ga, 22.5% — In), представляют интерес как объект для экспериментального и теоретического исследования физических процессов в неустойчивых диссипативных системах. (Эту эвтектику удобно использовать ввиду малости ее температуры плавления: $T_m = 288$ К). Целью данной работы является обсуждение результатов наших экспериментов и предложение теоретической модели динамического прерывания тока, согласно которой процесс прерывания и восстановления тока определяется развитием в проводнике токовых и гидродинамических вихревых неустойчивостей.

В качестве нагрузки в электрической цепи использовалась In-Ga-эвтектика, помещенная в резиновую трубку с внутренним диаметром $2r_0 = 0.5$ см и длиной $l = 2$ см, концы которой надевались на трубчатые электроды и закреплялись. RLC-контур с емкостью 0.25 Ф, индуктивностью $2.5 \cdot 10^{-5}$ Гн и зарядным напряжением 220 В работал в аperiodическом режиме, при этом длительность импульса составляла $(12-15) \cdot 10^{-3}$ с.

На рис. 1 приведена типичная осциллограмма тока через эвтектику. Видно, что происходит многократное прерывание и восстановление электрического тока в жидкометаллическом проводнике, причем период этого процесса составляет примерно 10^{-3} с, что существенно меньше длительности импульса. Отметим также, что близость скоростей прерывания и восстановления тока свидетельствует о динамическом характере процессов в эвтектике. Экспериментально установлено значение порогового тока, при котором происходит коммутация: $I_c = 5 \cdot 10^3$ А. Также в ходе эксперимента наблюдалось развитие перетяжки в резиновой трубке (диаметр к моменту 10^{-2} с рис. 1, уменьшался почти вдвое). Однако процесс прерывания тока не обуславливался ее формированием: перетяжка становилась заметной лишь к моменту $\simeq 4 \cdot 10^{-3}$ с, когда по крайней мере одно прерывание и восстановление тока уже произошло.



Типичная осциллограмма электрического тока через In-Ga-эвтектику (77.5% — Ga, 22.5% — In).

Построим и обсудим теоретическую модель физических процессов, приводящих к наблюдаемому в эксперименте многократному прерыванию и восстановлению тока. В качестве исходной модели будем использовать систему уравнений магнитной гидродинамики, в которой положим эвтектику несжимаемой, а ее кинетические коэффициенты постоянными. С учетом азимутальной симметрии задачи компоненты вектора скорости и компоненты вектора напряженности магнитного поля в цилиндрических координатах имеют вид

$$\mathbf{v} = \left\{ -\frac{\partial \psi(r, z, t)}{\partial z}, 0, \frac{\partial r \psi(r, z, t)}{r \partial r} \right\}, \quad \mathbf{H} = \{0, H(r, z, t), 0\},$$

где ψ — функция тока, удовлетворяющая нулевым граничным условиям $\psi|_{r=0} = \psi|_{r=r_0} = 0$, а H удовлетворяет условиям $H|_{r=0} = 0$ и $H|_{r=r_0} = 2I/cr_0 \equiv H_0$.

Система уравнений для полей ψ и H имеет вид [1]:

$$\frac{\partial \hat{D}\psi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial z} \left(\frac{\partial \hat{D}\psi}{\partial r} - \frac{\hat{D}\psi}{r} \right) - \frac{\partial \hat{D}\psi}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \right) + \frac{1}{4\pi\rho r} \frac{\partial H^2}{\partial z} + \nu \hat{D}^2 \psi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial z} \left(\frac{\partial H}{\partial r} - \frac{H}{r} \right) - \frac{\partial H}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \right) + \nu_m \hat{D}h, \quad (2)$$

где $\nu = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость (η — динамическая вязкость, ρ — плотность); $\nu_m = c^2(4\pi\sigma)^{-1}$ — магнитная вязкость (σ — проводимость); $\hat{D}f = (\partial/\partial r)(\partial r f/\tau \partial r) + (\partial/\partial z)^2 f$.

Простейшую маломодовую модель можно получить из (1) и (2), воспользовавшись подстановкой, которая включает в себя три моды, являющиеся основными в разложении решений по собственным функциям оператора \hat{D} и удовлетворяющие требуемым граничным условиям

$$\psi(r, z, t) = X(t)\nu_m\mu_1(k_1/k + k/k_1)J_1(k_1r) \sin(kz), \quad (3)$$

$$H(r, z, t) = H_0 \left[r/r_0 + Y(t)J_1(k_1r) \cos(kz) + Z(t)J_1(k_1r) \right], \quad (4)$$

где $\mu_1 \approx 3.83171$ — первый корень функции Бесселя J_1 , а $k_1 = \mu_1/r_0$. Применяя метод Галеркина [2] и учитывая, что $2J_0^{-2}(\mu_1) \int_0^1 J_1^3(\mu_1 x) dx \approx 1$, получим дифференциальные уравнения для амплитуд возмущений X , Y и Z :

$$\dot{X} = sp(k)Y(1 + Z) - zX, \quad (5)$$

$$\dot{Y} = -4XZ/3 - Y, \quad (6)$$

$$\dot{Z} = -XY/3 - a(k)Z, \quad (7)$$

где $a(k) = k_1^2(k_1^2 + k^2)^{-1}$; $s = \nu/\nu_m \ll 1$ — отношение характерных магнитных и гидродинамических времен (малый параметр в системе); точкой обозначается дифференцирование по безразмерному времени $\tau = t\nu_m(k_1^2 + k^2)$, а величина

$$p(k) = \frac{H_0^2 k^2}{2\pi\eta\nu_m r_0^2 (k_1^2 + k^2)^3} \quad (8)$$

играет роль внешнего управляющего параметра. Функция $p(k)$ стремится к нулю при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$ и максимальна при $k = k_0 \equiv k_1/\sqrt{2}$. Это означает, что в первую очередь устойчивость может потерять мода с этим значением волнового числа (см. также работы [1,3,4]), что позволяет положить во всех выражениях волновое число равным k_0 . Тогда $a=2/3$ и $p = p(k_0) = 8I^2(27\mu_1^4\pi c^2\eta\nu_m)^{-1}$.

Видно, что тривиальное решение $X = Y = Z = 0$ системы (5)–(7) устойчиво. Нетривиальные решения существуют лишь при $p > 3$. Учитывая инвариантность данной системы по отношению к замене $X \rightarrow -X$ и $Y \rightarrow -Y$ и ограничиваясь положительными X и Y , получаем

$$X_{1,2} = \sqrt{3/2}, \quad Y_{1,2} = \sqrt{2/3}(1 \pm d), \quad Z_{1,2} = -(1 \pm d/2), \quad (9)$$

где $d = \sqrt{1 - 3/p}$. Несложно заметить, что решение X_2, Y_2, Z_2 неустойчиво, а для решения X_1, Y_1, Z_1 корни характеристического уравнения системы (5)-(7)

$$\lambda^3 + (5/3 + s)\lambda^2 + 4sp(1 + d)\lambda/9 + 8spd(1 + d)/9 = 0,$$

найденные с точностью до основного порядка в разложении по малой величине s , есть

$$\lambda_1 = 5/3, \quad \lambda_{2,3} = \pm i\sqrt{8spd(1 + d)/15} \equiv \pm i\omega.$$

Таким образом, вблизи стационарного решения амплитуды X, Y, Z совершают близкие к периодическим колебания с частотой ω .

Исследуем поведение эффективного сопротивления проводника при развитии в нем указанной неустойчивости. Его величину можно получить, интегрируя напряженность электрического поля на поверхности проводника по его длине:

$$R_{\text{эф}} = \frac{\sigma}{4\pi I} \int_0^l (\nabla \times \mathbf{H})|_{r=r_0} dz = R_0 \left(1 + \frac{J_0(\mu_1)\mu_1 Z}{2} \right), \quad (10)$$

где R_0 — невозмущенное сопротивление проводника. Согласно предложенной модели, при превышении током I критического значения $I_c = 83c\sqrt{\eta\nu_m}$ (оно соответствует $p = 3$) величина $R_{\text{эф}}$ будет колебаться с периодом $4\pi/(3\omega\nu_m k_1^2)$ и с амплитудой $\approx 0.6R_0$ около своего среднего значения $\approx 1.7R_0$. Таким образом, сопротивление проводника может периодически значительно увеличиваться (см. также [1,4]), что и соответствует, в нашем понимании, режиму динамического прерывания тока.

Оценим характерные величины и сравним их с экспериментом. Согласно нашей модели, для In-Ga-эвтектики с $\rho = 6.28 \text{ г/м}^3$, $\eta = 1.69 \cdot 10^{-2} \text{ П}$ ($\nu = 2.69 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$), $\sigma = 3.78 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ($\nu_m = 1.89 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$) пороговый ток есть $I_c \approx 4.7 \cdot 10^3 \text{ А}$, что хорошо согласуется с его экспериментальным значением $I_{c\text{exp}} = 5 \cdot 10^3 \text{ А}$.

Для оценки периода колебаний тока используем максимальное значение тока на осциллограмме рис. 1 ($I_{\text{max}} = 8 \text{ кА}$). Ему соответствует характерное значение времени для процесса прерывания и восстановления тока $T \approx 3 \times 10^{-3} \text{ с}$. Если принять во внимание качественный характер нашего рассмотрения нелинейного взаимодействия мод возмущений, а также учесть, что возникновение перетяжки приведет к уменьшению периода колебаний (уменьшение

радиуса проводника вдвое приведет к увеличению частоты в четыре раза), то времена в нашей модели хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Таким образом, нами предложена простая модель многократного прерывания и восстановления электрического тока, которая качественно объясняет наблюдаемые в экспериментах с In-Ga -эвтектикой явления. Согласно нашей модели, за многократное прерывание и восстановление тока ответственны гидродинамические и токовые вихревые структуры, развивающиеся в проводнике в поле его собственного тока.

Мы благодарим А.М. Искольдского за интерес к данной работе и плодотворные дискуссии.

Список литературы

- [1] Волков Н.Б., Зубарев Н.М. // ЖЭТФ. 1995. Т. 107. В. 6. С. 1868.
- [2] Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988.
- [3] Волков Н.Б., Искольдский А.М. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. С. 560.
- [4] Volkov N.B., Iskoldsky A.M. // J. Phys. A: Math. and Gen. 1993. V. 26. P. 6635.

Институт электрофизики
УрО РАН
Екатеринбург

Поступило в Редакцию
15 апреля 1996 г.