

01;09

УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОМ ВЕРОЯТНОСТИ В СИСТЕМЕ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

© Д.Э.Постнов, А.П.Никитин, В.С.Анищенко

В последние годы все больше внимание исследователей привлекает изучение так называемых "stochastic ratchets" [1-9]. Под "stochastic ratchets" сейчас принято понимать движение броуновских частиц в нелинейной системе с пространственно-периодическим анизотропным потенциалом. В таких системах при воздействии флуктуаций различного типа возможно возникновение потока вероятности вдоль пространственной координаты. В условиях одномерного приближения и большого вязкого трения уравнение движения броуновской частицы может быть сведено к виду

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + n(t), \quad (1)$$

где x — пространственная координата, $U(x,t)$ — потенциальная функция, а $n(t)$ — случайная сила толчков окружающих частицу молекул. Считается, что $\langle n(t) \rangle = 0$. Запишем для (1) потенциал $U(x,t)$ в виде

$$U(x,t) = g(t)W(x) + \zeta(t)x. \quad (2)$$

Здесь $W(x)$ — анизотропная (несимметричная) периодическая составляющая потенциала $W(x) = W(\lambda + x)$, λ — период потенциала. Типичный вид $W(x)$ изображен на рис. 1, а. В (2) $g(t)$ и $\zeta(t)$ — некие функции времени. Для системы (1) с потенциалом (2) поток вероятности J пропорционален средней скорости движения $J = \langle \dot{x} \rangle / \lambda$ [10]. Выбор вида $g(t)$ и $\zeta(t)$ оказывает влияние на механизм возникновения потока J , на его величину и направление. Разделяют два предельных случая:

а) $g(t)$ не изменяется во времени, $\zeta(t)$ — периодическая или случайная функция с симметричным распределением плотности вероятности и $\langle \zeta(t) \rangle = 0$;

б) $\zeta(t) \equiv 0$, $g(t)$ — периодическая или случайная функция времени. В работах [1-9] для случая "а" и в [4-5] для

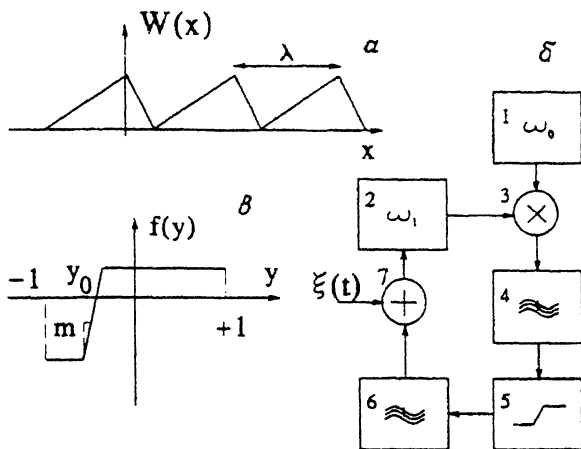


Рис. 1. а — типичный вид анизотропного пространственно-периодического потенциала $W(x)$; б — структурная схема электронной цепи фазовой автоподстройки: 1 и 2 — эталонный и управляемый генераторы соответственно, 3 — фазовый детектор-перемножитель, 4 и 6 — фильтры низких частот, 5 — нелинейный преобразователь, 7 — сумматор; в — вид нелинейной функции $f(y)$ в системе уравнений (3).

случая “б” было показано, что направление и величина потока вероятности J зависят от формы профиля $W(x)$ и вида функций $g(t)$ и $\zeta(t)$.

В данной работе мы покажем, что электронная схема фазовой автоподстройки частоты (ФАП) (для обзора по таким системам см. [10–12]) при соответствующем выборе параметров соответствует модели (1). Используемая схема ФАП (рис. 1, б) предназначена для поддержания заданного сдвига фаз между колебаниями двух генераторов. Она может быть описана следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\mu(g(t)z + \xi(t)), \\ \dot{y} &= \gamma(\cos x - y), \\ \dot{z} &= f(y) - z, \end{aligned} \quad (3)$$

где переменная x имеет смысл взаимной фазы генераторов 1 и 2, y соответствует напряжению на выходе фазового детектора 3, а z — управляющему напряжению генератора 1; $\xi(t)$ — воздействующий на систему случайный процесс; $g(t)$ определена ранее; μ — параметр, характеризующий управление частотой генератора 1; γ имеет смысл отношения

постоянных времени фильтров b и 4 , а $f(y)$ — нормированная нелинейная передаточная функция активного элемента обратной связи b (рис. 1, в) с параметрами m и y_0 . Функция $f(y)$ имеет смысл производной периодичной составляющей потенциала $\partial W(x)/\partial x$. В приближении малых γ и μ , перенормируя время $\tau = \mu t$, от уравнений (3) нетрудно перейти к уравнению первого порядка вида (1). При условии $m \rightarrow \infty$ профиль $W(x)$ будет иметь пилообразную форму. Варьируя управляющие параметры, мы можем существенно менять свойства системы. Например, при соответствующем выборе μ, γ, m в системе (3) возникают автоколебания. Однако в рамках настоящей работы мы ограничимся рассмотрением режима диссипативного осциллятора.

Методика эксперимента базировалась на подсчете среднего количества перескоков фазы (количества изменений фазы на 2π) в ФАП в сторону увеличения или уменьшения и позволяла измерять следующие величины:

$$\theta = \frac{N_+ + N_-}{\Delta t}; \quad \Delta P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}; \quad J = \theta \Delta P. \quad (4)$$

В (4) θ есть среднее количество перескоков в единицу времени, Δt — время наблюдения, а N_+ и N_- — количество перескоков фазы в сторону увеличения или уменьшения соответственно. Величина ΔP имеет смысл разности вероятностей переходов в обоих направлениях, а величина потока вероятности J отвечает дрейфу взаимной фазы генераторов 1 и 2. Знак J определяет преимущественное направление перескоков фазы в системе.

На рис. 2, а-в проиллюстрирован эксперимент, при котором воздействующие на систему флуктуации $\xi(t)$ соответствовали приближению нормального белого шума, а $g(t)$ периодическая функция последовательно принимает равные по длительности значения 1 и 0 (меандр). В описываемом эксперименте мультипликативное воздействие $g(t)$ осуществлялось периодическим (с частотой f_s) подключением и отключением обратной связи в ФАП (рис. 1, б). Интенсивность флуктуаций $\xi(t)$ выбрана малой, чтобы при $g(t) = 1$ вероятность перескоков фазы за время наблюдения Δt была близка к нулю. Тогда поток J возникает по сценарию “flashing ratchet” [5], при котором с переключением $g(t)$ между 0 и 1 происходит смена характера движения фазы от “диффузионного” к “релаксационному” и обратно. С ростом f_s в моменты $g(t) = 0$ число переходов фазы через значения координаты x , соответствующих максимумам потенциала, уменьшается из-за сокращения времени “диффузионного” движения, при котором среднее изменение фазы за время

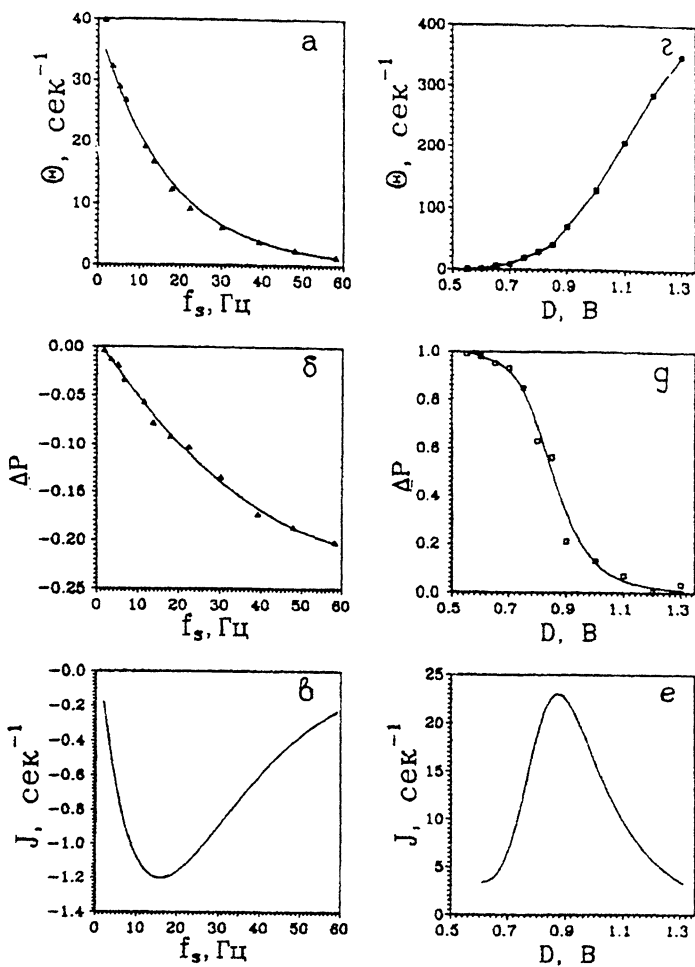


Рис. 2. Результаты экспериментов по воздействию на схему ФАП: а, б, в — при периодическом мультипликативном воздействии в присутствии нормального белого шума $\xi(t)$: $m = 1200$, $\mu = 0.01$; $\gamma = 0.1$; г, д, е — при аддитивном воздействии дихотомического шума: $m = 17$; $\mu = 0.052$; $\gamma = 0.1$.

t пропорционально \sqrt{t} . Поэтому θ при увеличении f_s уменьшается (рис. 2, а). Из-за различного размера потенциала имеет место разность вероятностей перескоков фазы ΔP . При увеличении f_s ΔP по абсолютной величине нарастает (рис. 2, б). Результирующий график $J(f_s)$ рис. 2, в имеет четко выраженный экстремум, что подтверждает предсказания теории [5].

Результаты рис. 2, г-е соответствуют другому механизму возникновения тока J . Они получены при $g(t) \equiv 1$ и воздействии на ФАП дихотомического шума $\xi(t)$ (дискретный марковский процесс с непрерывным временем и двумя равновероятными состояниями $+D$ и $-D$) с временем корреляции, соизмеримым с характерными временными масштабами системы. Воздействие такого случайного сигнала можно интерпретировать как флуктуации во времени общего наклона потенциала $W(x)$. При малых D (слабые наклоны потенциала) число перескоков фазы и поток J равны нулю. При превышении величины производной пологой ветви потенциала становятся возможными переходы в одном (положительном) направлении. Появляется и быстро растет ток $J = J_+$. Далее, когда D превышает величину производной крутой ветви потенциала, становятся возможными переходы и в отрицательную сторону, появляется соответствующая компонента тока J_- и рост суммарного тока $J = J_+ - J_-$ замедляется. При больших D $J_- \simeq J_+$ и $J \rightarrow 0$.

В итоге проведенных исследований показано, что математическая модель радиотехнической системы фазовой автоподстройки при соответствующем выборе параметров сводится к одномерной модели с пространственно-периодическим пилообразным потенциалом. Экспериментальные результаты в условиях одномерного приближения показали наличие эффекта возникновения потока вероятности. При этом были реализованы два различных механизма его возникновения. В экспериментальной установке ненулевой поток вероятности соответствовал дрейфу взаимной фазы двух генераторов, направление и величина которого определялись параметрами воздействующих на установку сигналов.

Авторы благодарны профессору Гумбольдского университета Лутцу Шиманскому-Гайеру за плодотворное обсуждение проблемы.

Работа частично была поддержана Госкомвузом России по фундаментальному естествознанию (грант 95-0-8.3-66).

Список литературы

- [1] *Magnasco M.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. N 10. P. 1477-1481.
- [2] *Doering Ch.R., Horsthemke W., Riordan J.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. N 19. P. 2984-2987.
- [3] *Prost J., Chauwin J.-F., Peliti L., Ajdari A.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. N 16. P. 2652-2655.
- [4] *Astumian R.D., Bier M.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. N 11. P. 1766-1769.
- [5] *Doering Ch.R.* // Proceedings of the Workshop on Fluctuations in Physics and Biology, Elba International Physics Center, 5-10 June, 1994.
- [6] *Magnasco M.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. N 16. P. 2656-2659.
- [7] *Millonas M., Dykman M.* // Phys. Lett. A. 1994. V. 185. P. 65-69.
- [8] *Bier M.* // Phys. Let. A. 1996. V. 211 (1). P. 12-16.
- [9] *Bartussek R., Hanggi P., Kissner J.* // Europhysics Letters. 1994. V. 28 (7). P. 459-463.
- [10] *Тихонов В.И., Миронов М.А.* Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977. С. 488.
- [11] *Системы фазовой синхронизации* / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. С. 288.
- [12] *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. С. 608.

Саратовский государственный
университет
Кафедра радиофизики
Лаборатория нелинейной динамики

Поступило в Редакцию
6 марта 1996 г.