

## НЕЛИНЕЙНЫЕ АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ПАРАЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛАСТИНАХ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*В.В.Гримальский, К.Ишкабулов, С.В.Кошечая*

Волны различной природы в ограниченных твердых телах (акустические, электромагнитные, акустоэлектрические) обладают свойствами, отличными от свойств волн в безграничных средах [1]. Кроме того, различные нелинейные эффекты могут наблюдаться при более низких интегральных мощностях. Известно [2], что центросимметричные кристаллы, так называемые параэлектрики типа  $\text{SrTiO}_3$ ,  $\text{BaTiO}_3$ , обладают аномально большими линейными и нелинейными электрострикционными модулями и при распространении акустических волн (АВ) во внешних электрических полях в них могут наблюдаться различные нелинейные явления. При этом имеется возможность управления динамикой волн за счет неоднородности поля.

В настоящем сообщении теоретически исследовано распространение нелинейных поперечных АВ в параэлектрических пластинах во внешнем постоянном электрическом поле  $E_0$ . Поле  $E_0$  и смещение АВ  $u = (0, 0, u)$  направлены вдоль оси  $z$ , волна распространяется вдоль  $y$ , ось  $x$  направлена по нормали к пластине ( $-l \leq x \leq l$ ). Для наглядности используем приближение изотропного кристалла, тогда зависимость диэлектрической проницаемости от тензора деформации имеет вид

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon \delta_{ik} + a u_{ik} + g_1 u_{ij} u_{jk} + g_2 u_{jl}^2 \delta_{ik}. \quad (1)$$

Здесь  $a, g_{1,2}$  — линейный и нелинейные электрострикционные модули, существенные для поперечной АВ ( $\text{div } u = 0$ ). В постоянном электрическом поле в центросимметричных кристаллах возникает наведенный линейный  $\sim a E_0$  и нелинейный  $\sim g_{1,2} E_0$  пьезоэффект [3]. В этом случае линейное дисперсионное уравнение для антисимметричных мод в пластине имеет вид

$$\omega^2 = s^2 (k^2 + q_m^2), \quad (2)$$

где  $s^2 = s^2 (1 + \kappa^2 - (g_1 + 2g_2)E_0^2/16\pi\rho s^2)$ ,  $q_m l = \frac{\pi}{2}(2m - 1)$ ,  $m = 1, 2, \dots$ ,  $\kappa^2 = a^2 E_0^2/16\pi\rho s^2 \varepsilon$  — электрострикционный коэффициент электромеханической связи.

Наиболее интересен для реализации нелинейности выбор несущей частоты АВ, равной частоте отсечки для нижней антисимметричной моды ( $m = 1$ ), где групповая скорость равна нулю и волна максимально долго задерживается в нелинейной среде:  $\omega_1 = q_1 s$ . При этом проявляются два нелинейных эффекта: самовоздействие АВ на основной частоте, которое может приводить к образованию солитонов огибающей, и генерация высших гармоник (3, 5 и т.д.). Динамика нелинейной поперечной АВ описывается уравнением

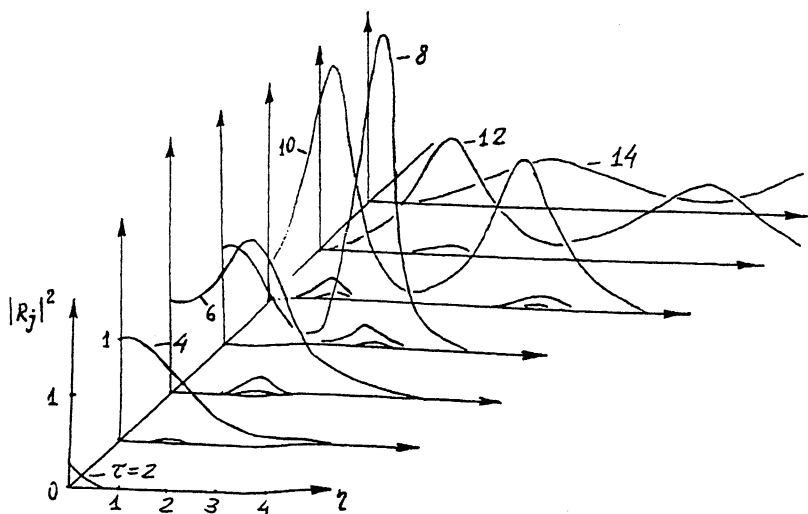
$$\frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u - \frac{(g_1 + 2g_2)\kappa^2}{2\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^3 \right], \quad (3)$$

дополненным граничным условием на свободной поверхности пластины равенства нулю  $\sigma_{13}$  — компоненты тензора механических напряжений. Уравнение для потенциала сопровождающего электрического поля не выписываем.

В случае умеренной нелинейности удобно описывать пространственно-временную динамику нелинейной АВ системой уравнений для медленно меняющихся амплитуд  $R_j(y, t)$  ( $j = 1, 3, 5 \dots$ ) для гармоник акустической деформации  $\partial u / \partial x$ . В безразмерном виде данная система принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_1}{\partial \tau} &= -\frac{i}{2} \frac{\partial^2 R_1}{\partial \eta^2} - i \left( R_1^* R_3 - 2 R_1^* R_3^* R_5 + R_3^* R_5^* + \right. \\ &\quad \left. + 3|R_1|^2 R_1 + 4|R_3|^2 R_1 + 4|R_5|^2 R_1 \right) - \Gamma R_1; \\ \frac{\partial R_3}{\partial \tau} &= -\frac{i}{6} \frac{\partial^2 R_3}{\partial \eta^2} - 3i \left( \frac{1}{3} R_1^* R_3^* + R_1^* R_5^* + 2 R_3^* R_1 R_5 + \right. \\ &\quad \left. + 4|R_1|^2 R_3 + 3|R_3|^2 R_3 + 4|R_5|^2 R_3 \right) - 9\Gamma R_3; \\ \frac{\partial R_5}{\partial \tau} &= -\frac{i}{10} \frac{\partial^2 R_5}{\partial \eta^2} - 5i \left( R_1^* R_3^* + R_3^* R_1^* + \right. \\ &\quad \left. + 4|R_1|^2 R_5 + 4|R_3|^2 R_5 + 3|R_5|^2 R_5 \right) - 25\Gamma R_5. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\tau = q_1 l^2 / s$ ,  $\eta = y / l_y$ ,  $R_j(\eta, \tau) = j q_1 U_j (9 q_1^2 l_y^2 \kappa^2 (g_1 + 2g_2) / 64 \varepsilon)^{1/2}$ ,  $l_y$  — характерный масштаб вдоль оси  $Oy$ ,



Распад локализованного граничного возмущения на два акустических солитона.

$U_j(y, t)$  — размерные медленно меняющиеся амплитуды гармоник смещения АВ ( $j = 1, 3, 5$ ). При  $y = 0$  задаем значение амплитуды волны на основной частоте:  $R_1(\eta = 0, \tau) = f(\tau)$ .

В отсутствие генерации высших гармоник (4) является нелинейным уравнением Шредингера (НУШ) и описывает распространение солитонов огибающей (аналогично [4]), где рассматривались нелинейные поперечные АВ, обусловленные чисто упругой нелинейностью). Однако, как нетрудно видеть, влияние генерации гармоник здесь существенно. Поэтому нами было проведено численное моделирование распространения нелинейных импульсов АВ в рамках системы (4). Качественно генерация гармоник не влияет на динамику импульсов, но эквивалентна дополнительному затуханию. На рисунке показан распад входного импульса на два солитона с различными скоростями и амплитудами. В случае задания на границе постоянной амплитуды основной гармоники АВ в системе возможна автомодуляционная неустойчивость.

Расстояние, на котором формируется солитон, а также его полуширина зависят от величины внешнего электрического поля  $E_0$ . Численные оценки, выполненные для  $\text{BaTiO}_3$ , показывают, что при  $\epsilon = 5 \cdot 10^3$ ,  $E_0 = 5$  кВ/см,  $\omega = 10^9$  с $^{-1}$ , толщине пластины  $2l \sim 10^{-3}$  см длина формирования солитона  $\sim 0.5$  см при максимальной интенсивно-

сти  $AB \sim 100 \text{ Вт/см}^2$ . Таким образом, вариация величины электрического поля существенно влияет на режимы распространения нелинейных акустических волн в параэлектрической пластине.

### Список литературы

- [1] Балакирев М.К., Гилинский И.А. Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
- [2] Пекар С.И., Демиденко А.А., Здебский А.З. и др. // ДАН СССР. 1976. Т. 230. № 5. С. 1089–1091.
- [3] Гуляев Ю.В. // ФТТ. 1967. Т. 9. № 5. С. 1816–1818.
- [4] Кившарь Ю.С., Сыркин Е.С. // Акустич. журн. 1991. Т. 37. № 1. С. 104–109.

Киевский университет им.Т.Шевченко  
Украина

Поступило в Редакцию  
16 мая 1995 г.

---