

# Модуляция силы Казимира лазерными импульсами: влияние окисных пленок на поверхности кремния

© Г.Л. Климчицкая, М.Н. Букина, Ю.В. Чуркин, В.А. Юрова

Северо-Западный государственный заочный технический университет,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: physics@nwpi.ru

(Поступила в Редакцию 18 февраля 2010 г.)

Исследуется возможность модуляции силы Казимира, действующей в воздушной среде между золотой сферой и кремниевой пластинкой, облучаемой лазерными импульсами. Показано, что пленка окисла, возникающая на поверхности кремния в воздушной среде, практически не влияет на возможность модуляции силы Казимира при расстояниях между взаимодействующими телами порядка 100 nm. При увеличении расстояния глубина модуляции снижается, однако эта область представляет меньший практический интерес, поскольку силы Казимира становятся слишком малыми.

Работа выполнена при поддержке аналитической ведомственной целевой программы „Развитие научного потенциала высшей школы“ (проект № 9-4-4232) и Федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ (контракт № П184 от 16.07.2009).

## 1. Введение

Силы Ван-дер-Ваальса и Казимира между микроскопическими телами [1,2], известные также под общим названием „дисперсионные силы“, привлекают в последние годы значительное внимание в связи с расширяющимися приложениями в фундаментальной физике, химии, биологии и нанотехнологии (современное состояние вопроса отражено в монографиях [3,4]). При этом дисперсионные силы обычно называют силами Ван-дер-Ваальса, когда расстояние между взаимодействующими телами мало (порядка десяти нанометров) и эффекты запаздывания электромагнитного взаимодействия не играют роли. Если расстояние между взаимодействующими телами превышает несколько десятков нанометров, эффекты запаздывания становятся существенными. В этом случае дисперсионные силы называют силами Казимира. Именно эти силы интенсивно изучаются в последнее время как теоретически, так и экспериментально [5].

Одной из причин возрастающего интереса является та роль, которую эти силы играют в микро- и наномеханических системах. Важность этой роли была предсказана достаточно давно [6,7], однако тогда это предсказание не привлекло особого внимания, поскольку размеры элементов кремниевых микрочипов были порядка нескольких микрометров и соответствующие силы Казимира были очень малы. В настоящее время, однако, размеры механических и электромеханических микроустройств значительно уменьшились до нескольких сотен или даже десятков нанометров [8,9], что привело к необходимости аккуратного учета совместного влияния не только электростатических сил и сил упругости, но и сил Казимира [10–13]. Более того, было показано, что сила Казимира может служить движущей силой в микромеханических устройствах [14], что позволило предложить ряд новых схем с такой движущей силой [15,16].

Новые интересные перспективы нанотехнологических приложений силы Казимира связаны с тем, что ее величину и зависимость от расстояния между частями микроустройства можно варьировать за счет изменения диэлектрической проницаемости материала под влиянием температуры, облучения лазерным светом, химических реакций и пр. Первая попытка изменения сил Ван-дер-Ваальса и Казимира под действием облучения была предпринята довольно давно [17], однако она оказалась неудачной. Дело в том, что сила Казимира измерялась между стеклянной линзой и кремниевой пластинкой, которая облучалась лазерным светом. Однако случайные статические электрические заряды, неизбежно присутствующие на поверхности диэлектрической линзы, не позволяли достаточно надежно измерить силу. Развитие экспериментальной техники, такой, как атомно-силовая микроскопия, позволило достаточно точно измерять слабые силы [4,5] и их изменения под влиянием внешних условий. Однако и следующая попытка изменения силы Казимира за счет изменения внешних условий [18] оказалась неудачной. В этом случае измерялась сила между сферой и пластинкой, покрытыми слоем материала, становящегося в определенной области частот прозрачным, при замене воздушной прослойки между взаимодействующими телами на водород. К сожалению, область частот, в которой отражательная способность зеркал претерпевала изменения, оказалась слишком узкой для того, чтобы соответствующее изменение силы Казимира могло быть измерено.

В первых удачных экспериментах по модуляции силы Казимира [19,20] изучалось изменение этой силы между покрытой золотом сферой, прикрепленной к кронштейну атомно-силового микроскопа, и кремниевой пластинкой, находящейся под воздействием импульсного лазерного облучения. Измерения проводились в высоком вакууме при различных мощностях лазерного излучения на

расстояний между взаимодействующими телами от 100 до 500 нм. Относительная погрешность эксперимента, найденная с доверительной вероятностью 95%, меняется в зависимости от мощности лазерного излучения в пределах от 10 до 20% на расстоянии 100 нм и от 25 до 33% на расстоянии 180 нм. Эксперименты [19,20] позволили предложить новый физический эффект — пульсирующую силу Казимира в соответствующем образом подобранной трехслойной системе [21], когда под действием лазерного облучения в определенном диапазоне расстояний сила Казимира меняет знак с притяжения на отталкивание или наоборот. Однако в воздушной среде поверхность кремниевой пластины быстро окисляется, что может существенным образом влиять на величину силы Казимира. Поэтому вопрос о возможности изменения этой силы с помощью лазерного излучения в микроустройствах, функционирующих не в вакууме, а в обычной воздушной среде, остался открытым.

В настоящей работе мы исследуем, как тонкая пленка окисла влияет на величину силы Казимира между покрытой золотом сферой и кремниевой пластинкой, а также на величину изменения этой силы при облучении кремниевой пластины лазерными импульсами.

## 2. Теоретические основы эффекта Казимира в слоистых средах

Нас интересует сила Казимира, действующая между сферой радиуса  $R$  и плоской пластиной, разделенными воздушной прослойкой с минимальной толщиной  $a$ , при условии  $R \gg a$ . Так, в экспериментах [19,20] использовалась сфера  $R \approx 100 \mu\text{m}$ , а расстояние изменялось от 100 до 500 нм. В настоящее время разработаны точные, основанные на использовании функциональных детерминантов методы вычисления силы Казимира между макроскопическими телами произвольной геометрической формы, выполненными из различных материалов [4,22–25]. К сожалению, в наиболее интересном с точки зрения эксперимента и возможных приложений случае сферы над плоскостью при условии  $R \gg a$  численные расчеты в рамках этих методов становятся столь громоздкими, что практически не могут быть проведены [26]. Поэтому до настоящего времени единственная возможность интерпретации экспериментальных результатов всегда полученных при  $R \gg a$  [4,5], требует использования приближенного метода, предложенного Дерягиным [27] и названного впоследствии методом приближенной силы [28]. При этом поверхность сферы описывается как совокупность плоских площадок и суммируются силы Казимира между этими площадками и противоположащими им площадками плоской пластины. В результате сила, действующая между сферой радиуса  $R$  и плоской пластиной, расположенной на расстоянии  $a$  от нее, в состоянии теплового равновесия

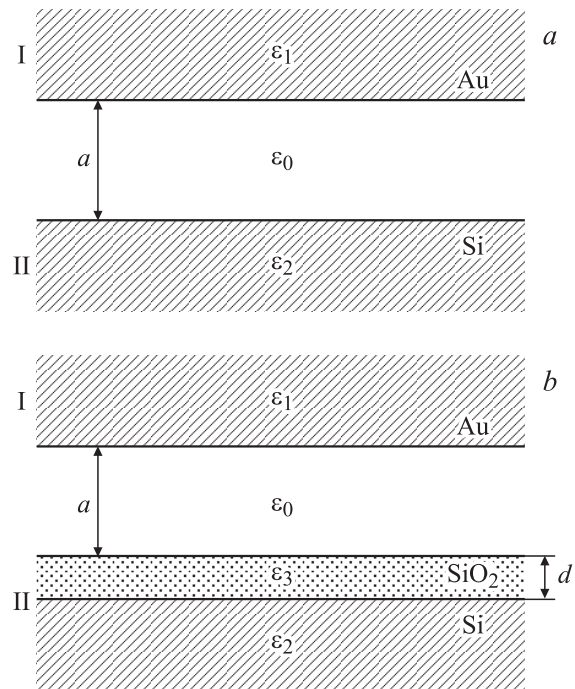


Рис. 1. Схема модельной системы, использованной для расчетов сил Казимира в вакууме (a) и на воздухе (b).

при температуре  $T$  выражается равенством

$$F_{sp}(a, T) = 2\pi R E_{pp}(a, T).$$

Здесь  $E_{pp}(a, T)$  — свободная энергия Казимира на единицу площади в конфигурации, состоящей из рассматриваемой пластины и полупространства, заполненного тем материалом, из которого выполнена сфера, разделенных щелью шириной  $a$  (рис. 1, a).

Общее выражение для  $E_{pp}(a, T)$  в случае двух полупространств, разделенных щелью шириной  $a$ , было получено в работе Лифшица [29] (см. также [30]). Позже оно было обобщено на случай слоистых структур [31,32], в том числе и с произвольным числом слоев [33,34]. Это общее выражение имеет вид

$$E_{pp}(a, T) = \frac{k_B T}{2\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^{\infty} k_{\perp} dk_{\perp} \times \sum_q \ln \left[ 1 - R_q^{(I)}(i\xi_l, k_{\perp}) R_q^{(II)}(i\xi_l, k_{\perp}) \right]. \quad (1)$$

Здесь индекс  $q = \text{TM}, \text{TE}$  используется для обозначения коэффициентов отражения на границе раздела сред I (или II — рис. 1, a, b) поляризованных электромагнитных волн с вектором напряженности электрического поля, лежащим соответственно в плоскости падения (TM) и перпендикулярного ей (TE);  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $k_{\perp}$  — величина проекции волнового вектора на плоскость границы раздела сред, а

$\xi_l = 2\pi k_B T l / \hbar$  ( $l = 0, 1, 2, \dots$ ) — значения мадубаровских частот вдоль мнимой оси частот. Штрих у знака суммы в выражении (1) означает, что слагаемое с  $l = 0$  должно быть дополнительно умножено на множитель  $1/2$ . Коэффициенты отражения, входящие в (1), определяются следующим образом. На границе раздела с достаточно толстой пластиной (рис. 1) они имеют простой вид

$$R_q^{(I)}(i\xi_l, k_\perp) \equiv r_q^{(n,n')}(i\xi_l, k_\perp), \quad (2)$$

т.е. равны обычным коэффициентам Френеля, вычисленным при мнимых значениях частоты

$$r_{TM}^{(n,n')}(i\xi_l, k_\perp) = \frac{\varepsilon_l^{(n')} K^{(n)}(i\xi_l, k_\perp) - \varepsilon_l^{(n)} K^{(n')}(i\xi_l, k_\perp)}{\varepsilon_l^{(n')} K^{(n)}(i\xi_l, k_\perp) + \varepsilon_l^{(n)} K^{(n')}(i\xi_l, k_\perp)},$$

$$r_{TE}^{(n,n')}(i\xi_l, k_\perp) = \frac{K^{(n)}(i\xi_l, k_\perp) - K^{(n')}(i\xi_l, k_\perp)}{K^{(n)}(i\xi_l, k_\perp) + K^{(n')}(i\xi_l, k_\perp)}. \quad (3)$$

Здесь  $\varepsilon_l^{(n')} \equiv \varepsilon^{(n')}(i\xi_l)$  — диэлектрическая проницаемость среды (мы используем гауссову систему единиц), вычисленная при мнимых значениях частоты. Волна падает из среды с  $\varepsilon^{(n)}$  на границу со средой с  $\varepsilon^{(n')}$ , а функции  $K^{(n)}$  определены следующим образом:

$$K^{(n)}(i\xi_l, k_\perp) = \sqrt{k_\perp^2 + \varepsilon_l^{(n)} \frac{\xi_l^2}{c^2}}, \quad (4)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

Если отражение происходит на границе слоистой структуры с верхним слоем толщины  $d$ , коэффициенты  $R_q^{(I,II)}$  в (1) имеют более сложный вид. Так, в случае границы II, изображенной на рис. 2, *b*, имеем

$$R_q^{(II)}(i\xi_l, k_\perp) = \frac{r_q^{(0,3)}(i\xi_l, k_\perp) + r_q^{(3,2)}(i\xi_l, k_\perp) e^{-K^{(2)}(i\xi_l, k_\perp)d}}{1 + r_q^{(0,3)}(i\xi_l, k_\perp) \cdot r_q^{(3,2)}(i\xi_l, k_\perp) e^{-K^{(2)}(i\xi_l, k_\perp)d}}, \quad (5)$$

где коэффициенты отражения  $r_q^{(n,n')}$  определены в (3).

Для проведения численных расчетов необходимо знать значения диэлектрических проницаемостей всех рассматриваемых сред при мнимых значениях частоты  $i\xi_l$ . Для вычисления этих значений разработаны различные приближенные методы [3,4], основанные на измерении вещественной и мнимой частей комплексного коэффициента преломления. В настоящей работе мы рассматриваем, следуя [19,20], пластины из золота  $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_{Au}$  и кремния  $\varepsilon_2 \equiv \varepsilon_{Si}$  (рис. 1, *a*) с возможным слоем двуокиси кремния на поверхности  $\varepsilon_3 \equiv \varepsilon_{SiO_2}$  (рис. 1, *b*), разделенные воздушной щелью  $\varepsilon_0 \equiv 1$ . Как показали проведенные исследования [4,5,35,36],  $\varepsilon_{Au}$  в хорошем приближении представляется в виде

$$\varepsilon_{Au}(i\xi) = 1 + \frac{\omega_{p,Au}^2}{\xi^2} + \sum_{j=1}^6 \frac{g_j}{\omega_j^2 + \xi^2 + \gamma_j \xi}, \quad (6)$$

где плазменная частота  $\omega_{p,Au} = 9.0 \text{ eV}$ , а значения параметров  $g_j$ ,  $\omega_j$  и  $\gamma_j$  приведены в таблице. Для диэлектри-

ческих параметров осцилляторов, используемые для описания частотной зависимости диэлектрической проницаемости золота вдоль мнимой оси частот

$j$	$\omega_j, \text{ eV}$	$\gamma_j, \text{ eV}$	$g_j, \text{ eV}^2$
1	3.05	0.75	7.091
2	4.15	1.85	41.460
3	5.40	1.00	2.700
4	8.50	7.00	154.700
5	13.50	6.00	44.550
6	21.50	9.00	309.600

ческого кремния с малым количеством носителей заряда (т.е. в отсутствие лазерного облучения [19,20]) удобно использовать приближенное выражение [37]

$$\varepsilon_{Si}(i\xi) = 1.035 + \frac{10.735\omega_{Si}^2}{\xi^2 + \omega_{Si}^2}, \quad (7)$$

где  $\omega_{Si} = 6.6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ . Как было показано [4], использование выражения (7) для  $\varepsilon_{Si}$  приводит к погрешности менее одного процента по сравнению с результатами [19,20], основанными на использовании табличных данных [38], для комплексного коэффициента преломления.

В присутствии лазерного облучения [19,20] концентрация электронов и дырок в кремнии была достаточно высока — порядка  $2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . При этом диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\tilde{\varepsilon}_{Si}(i\xi) = \varepsilon_{Si}(i\xi) + \frac{\omega_{p,l}^2}{\xi^2} + \frac{\omega_{p,h}^2}{\xi^2}, \quad (8)$$

где  $\varepsilon_{Si}(i\xi)$  определено выражением (7).

Для численных оценок используем средние значения  $\omega_{p,l} = 5.0 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ,  $\omega_{p,h} = 5.6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ , полученные в оригинальных работах [19,20] и соответствующие концентрации носителей заряда  $n = 5.0 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

Диэлектрическая проницаемость двуокиси кремния хорошо описывается приближенной формулой [3]

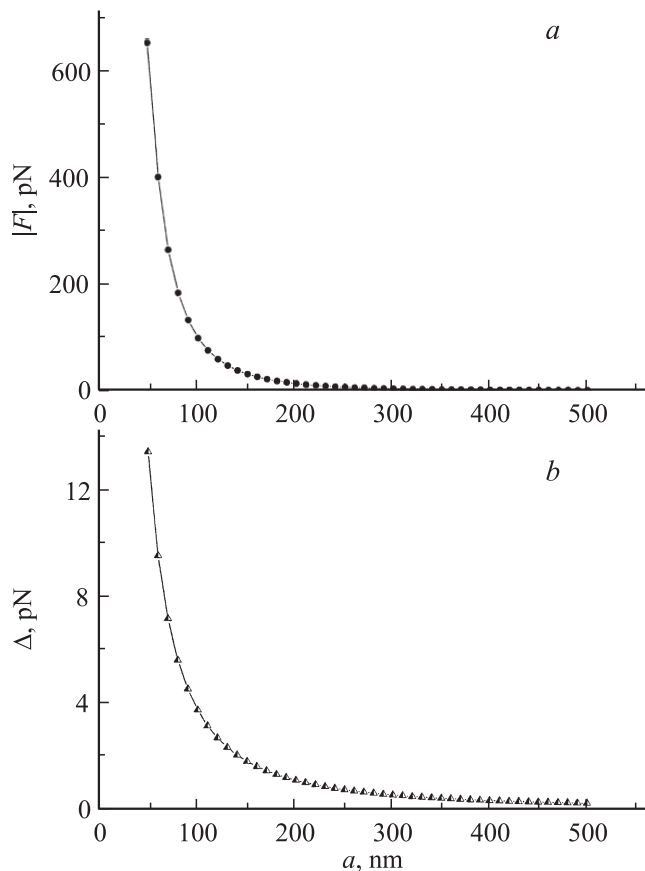
$$\varepsilon_{SiO_2}(i\xi) = 1 + \frac{1.098\omega_{UV}^2}{\xi^2 + \omega_{UV}^2} + \frac{1.703\omega_{IR}^2}{\xi^2 + \omega_{IR}^2}, \quad (9)$$

где  $\omega_{UV} = 2.033 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$ ,  $\omega_{IR} = 1.88 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ .

Результаты численных расчетов по формулам (1)–(5) с диэлектрическими проницаемостями (6)–(9) обсуждаются в следующем разделе.

### 3. Результаты расчетов для силы Казимира между золотой сферой и кремниевой пластиной

Согласно методике, изложенной в предыдущем разделе, были проведены расчеты силы Казимира между сферой радиуса  $R = 100 \mu\text{m}$  (типичные значения ра-

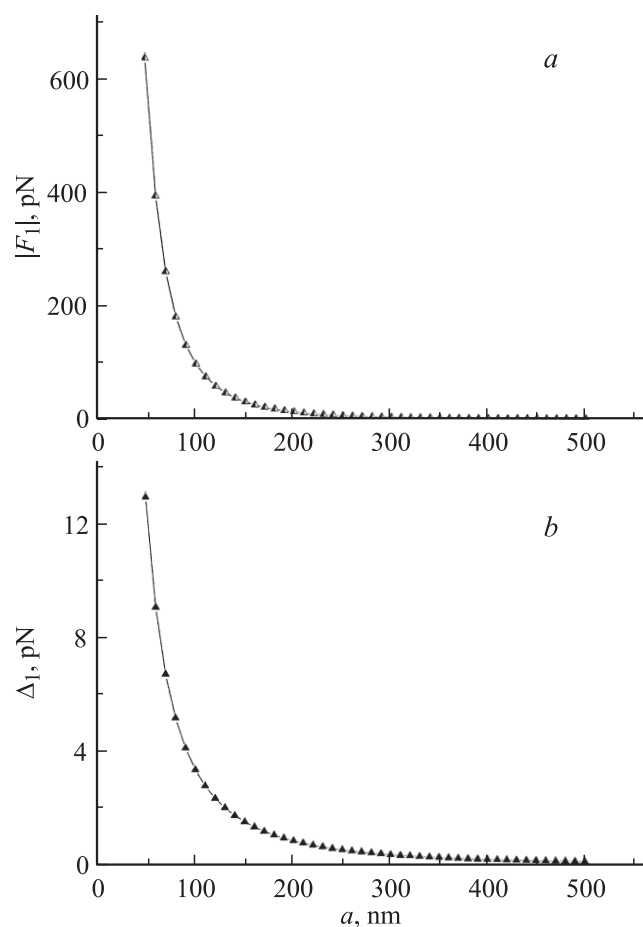


**Рис. 2.** Зависимость модуля силы Казимира  $|F|$  при малой концентрации свободных носителей заряда (а) и величины изменения силы Казимира  $\Delta = |\tilde{F}| - |F|$  (b) от расстояния  $a$  между сферой и пластиной в вакууме.

диуса сферы в экспериментах по измерению сил Казимира с помощью атомно-силового микроскопа [5]) и кремниевой пластиной. Поверхность сферы покрыта слоем золота достаточной толщины (около 100 nm). На рис. 2, а приведены значения модуля силы  $|F|$ , действующей в вакууме между сферой и кремниевой пластиной с малой концентрацией свободных носителей заряда ( $n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ), в зависимости от расстояния  $a$  между сферой и пластиной. Диапазон рассматриваемых расстояний простирается от 50 до 500 nm, что соответствует области, где проводятся измерения [5]. Сила, приведенная на рис. 2, а, действует между сферой и пластиной в отсутствие лазерного света (т.е. в темной фазе лазерного импульса). Диэлектрическая проницаемость кремния при этом описывается формулой (7). В присутствии лазерного света (светлая фаза лазерного импульса) диэлектрическая проницаемость пластины значительно увеличивается из-за присутствия большого количества свободных носителей заряда и описывается формулой (8). Соответственно увеличивается и величина силы Казимира  $|\tilde{F}|$ , как это было продемонстрировано в работах [19,20]. На рис. 2, b мы приводим зависимость изменения силы  $\Delta = |\tilde{F}| - |F|$  от расстояния. Так, при

$a = 50, 100, 200$  и  $500$  nm сила Казимира при переходе от темной к светлой фазе лазерного импульса возрастает соответственно на 2, 3.7, 7.3 и 20%. Однако при увеличении расстояния сама сила становится очень малой (рис. 2, а), поэтому надежные измерения в настоящее время проведены только до расстояний  $a = 250$  nm.

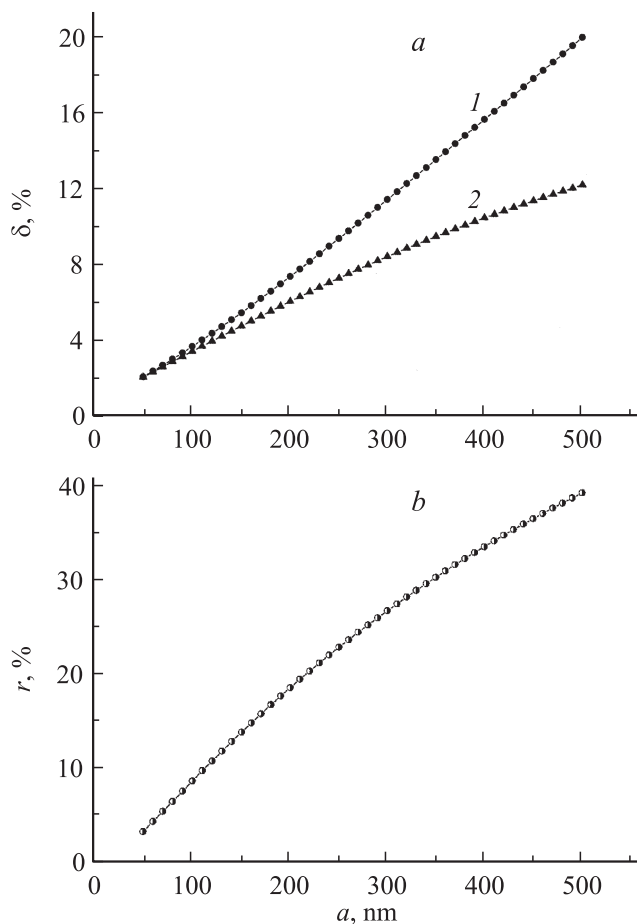
Рассмотрим теперь влияние окисной пленки на поверхности кремниевой пластины на силу Казимира и ее изменение под воздействием лазерного излучения. При этом мы не рассматриваем влияния поверхностной пленки на скорость рекомбинации электрон-дырочных пар, создаваемых лазерным излучением, и, следовательно, на условия достижения концентраций носителей заряда [19,20]. Мы предполагаем, что эти концентрации могут быть получены и при наличии окисной пленки, которая рассматривается только как дополнительный слой, изменяющий величину силы Казимира. При этом полагается, что состояния кремния в темной и светлой фазах лазерного излучения идентичны в отсутствие и при наличии пленки. Для примера на рис. 3, а приведена величина силы Казимира  $|F|$  между сферой и кремни-



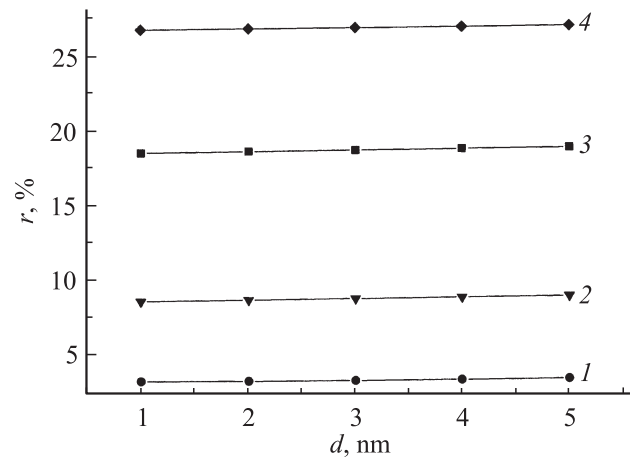
**Рис. 3.** Зависимость модуля силы Казимира  $|F_1|$  при малой концентрации свободных носителей заряда (а) и величины изменения силы Казимира  $\Delta = |\tilde{F}| - |F_1|$  (b) от расстояния  $a$  между сферой и пластиной на воздухе. Толщина пленки окисла 1 nm.

еюй пластиной, покрытой пленкой окисла толщиной  $d = 1$  nm. Соответствующее изменение силы при включении лазерного импульса  $\Delta_1 = |\bar{F}| - |F_1|$  приведено на рис. 3, *b*. Из сравнения рис. 2, *a* и 3, *a* видно, что наличие пленки окисла приводит к некоторому уменьшению величины силы. Так, на расстояниях  $a = 50, 100$  и  $200$  nm сила уменьшается соответственно на 2.8, 1.6 и 0.85%. Таким образом, с увеличением расстояния относительное влияние слоя окисла на силу Казимира падает. Однако величина относительного изменения силы  $\Delta/|F|$  растет с увеличением расстояния. На рис. 4, *a* приведены зависимости величин относительного изменения силы Казимира  $\delta$  и  $\delta_1$  от расстояния, где  $\delta = \Delta/|F|$  в отсутствие пленки окисла и  $\delta_1 = \Delta_1/|F|$  при наличии пленки окисла на поверхности кремния толщиной  $d = 1$  nm. На рис. 4, *b* приведено относительное изменение глубины модуляции силы Казимира  $r = (\Delta - \Delta_1)/\Delta$ , вызванное присутствием пленки окисла.

Как видно из рис. 4, *b*, присутствие пленки окисла слабо влияет на возможность изменения силы Казимира на расстоянии порядка 100 nm. При увеличении расстояния такое влияние значительно ограничивается.



**Рис. 4.** Зависимость относительно изменения силы Казимира в вакууме (1) и на воздухе (2) (*a*) и относительного изменения глубины модуляции силы Казимира (*b*) от расстояния между сферой и пластиной. Толщина пленки окисла 1 nm.



**Рис. 5.** Зависимость относительного изменения глубины модуляции силы Казимира  $r$  от толщины пленки окисла  $d$  при расстояниях между сферой и пластиной 50 (1), 100 (2), 200 (3) и 300 nm (4).

На рис. 5 приведена зависимость относительного изменения глубины модуляции силы Казимира  $r$  от толщины пленки окисла при различных расстояниях между сферой и пластиной.

## 4. Заключение

Проведенные нами расчеты показали, что возможность модуляции силы Казимира лазерными импульсами, экспериментально продемонстрированная в условиях высокого вакуума, сохраняется и в воздушной среде, когда поверхность кремниевой пластины покрыта пленкой окисла. Наличие этой пленки слабо влияет на возможность такой модуляции, когда расстояние между взаимодействующими телами мало (порядка 100 nm).

## Список литературы

- [1] Ю.С. Бараш. Силы Ван-дер-Ваальса. Наука, М. (1988). 344 с.
- [2] В.М. Мостепаненко, Н.Н. Трунов. Эффект Казимира и его приложения. Энергоатомиздат, М. (1990). 215 с.
- [3] V.A. Parsegian. Van der Waals forces: a handbook for biologists, chemists, engineers and physicists. Cambridge University Press, Cambridge (2005). 237 p.
- [4] M. Borgad, G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. Advances in the Casimir effect. Oxford University Press, Oxford (2009). 750 p.
- [5] G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. Rev. Mod. Phys. **81**, 1827 (2009).
- [6] Y. Srivastava, A. Widom, M.H. Friedman. Phys. Rev. Lett, **55**, 2246 (1985).
- [7] Y. Srivastava, A. Widom. Phys. Rep. **148**, 1 (1987).
- [8] I.I. Allen. Micro electro mechanical system design. CRC Press, N.Y. (2005). 496 p.
- [9] K.L. Ekinci, M.L. Roukes. Rev. Sci. Instrum. **76**, 061 101 (2005).

- [10] F.M. Serry, D. Walliser, G.I. Maclay. *J. Appl. Phys.* **84**, 2501 (1998).
- [11] E. Buks, M.L. Roukes. *Phys. Rev. B* **63**, 033 402 (2002).
- [12] A. Gusso, G.I. Delben. *Sensors Actuators A* **135**, 792 (2007).
- [13] G. Palasantzas. *J. Appl. Phys.* **101**, 053 512 (2007).
- [14] H.B. Chan, V.A. Aksyuk, R.N. Kleiman, D.I. Bishop, F. Capasso. *Science* **291**, 1941 (2001).
- [15] T. Emig. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 160 801 (2007).
- [16] A. Ashourvan, M. Miri, R. Golestanian. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 140 801 (2007).
- [17] W. Arnold, S. Hunklinger, G. Dransfeld. *Phys. Rev. B* **19**, 6049 (1979).
- [18] D. Iannuzzi, M. Lisanti, F. Capasso. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **101**, 4019 (2004).
- [19] F. Chem. G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko, U. Mohideen. *Opt. Exp.* **15**, 4823 (2007).
- [20] F. Chem. G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko, U. Mohideen. *Phys. Rev. B* **76**, 035 338 (2007).
- [21] G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. *J. Phys. A: Math. Theor.* **40**, F 841 (2007).
- [22] A. Bulgac, P. Magiersi, A. Wirzba. *Phys. Rev. D* **73**, 025 007 (2006).
- [23] T. Emig, R.L. Jaffe, M. Kardar, A. Scardicchio. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 080 403 (2006).
- [24] O. Kenneth, I. Klich. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 160 401 (2006).
- [25] O. Kenneth, I. Klich. *Phys. Rev. B* **78**, 014 103 (2008).
- [26] M. Bordag, V. Nikolaev. *J. Phys. A: Math. Theor.* **41**, 164 002 (2008).
- [27] B.V. Derjaguin. *Kolloid Z.* **69**, 155 (1934).
- [28] J. Blocki, J. Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang. *Proximity forces. Ann. Phys. (N.Y.)* **105**, 427 (1977).
- [29] Е.М. Лифшиц. *ЖЭТФ* **29**, 94 (1956).
- [30] И.Е. Дзялошинский, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *УФН* **73**, 381 (1961).
- [31] F. Zhou, L. Spruch. *Phys. Rev. A* **52**, 297 (1995).
- [32] G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. *Phys. Rev. A* **61**, 062 107 (2000).
- [33] M.S. Tomaš. *Phys. Rev. A* **66**, 052 103 (2002).
- [34] C. Raabe, L. Knöll, D.-G. Welsch. *Phys. Rev. A* **68**, 033 810 (2003).
- [35] G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. *J. Phys. A: Math. Theor.* **40**, F 339 (2007).
- [36] R.S. Decca, D. López, E. Fischbach, G.L. Klimchitskaya, D.E. Krause, V.M. Mostepanenko. *Eur. Phys. J. C* **51**, 963 (2007).
- [37] I. Pirozhenko, A. Lambrecht. *Phys. Rev. A* **77**, 013 811 (2008).
- [38] *Handbook of optical constants of solids* / Ed. E.D. Palik. Academic Press, N.Y. (1991). V. 2. 1096 p.