

01

©1994

ДВА ТИПА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАРНЫХ АТТРАКТОРОВ В СИММЕТРИЧНЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В. В. Афанасьева, Е. Е. Железовский, А. Г. Лазерсон

В работе [1] показано, что в симметричном неавтономном осцилляторе Дуффинга и в симметричном генераторе с запаздывающей обратной связью парные асимметричные предельные циклы (ПЦ), возникающие в результате бифуркаций разрушения симметрии, при хаотизации динамики могут активно взаимодействовать между собой, видоизменяя типичные для несимметричных систем переходы к хаосу. В настоящей работе на примерах симметричных систем с запаздыванием с различными нелинейными характеристиками рассматриваются взаимодействия парных асимметричных аттракторов, приводящие к образованию симметричных странных аттракторов (СА). Интерес к взаимодействию парных аттракторов обусловлен прежде всего тем, что возникающие при этом симметричные СА обладают большими, чем у Фейгенбаумовских СА, размерностями и более развитым спектром. Последнее обстоятельство имеет большое практическое значение, так как системы с запаздыванием описывают широкий класс радиофизических и электронных автогенераторов шума.

Рассмотрим автоколебательные системы с запаздыванием, описываемые уравнениями типа

$$\dot{x}(t) + \alpha x(t) = F[x(t - \tau)], \quad (1)$$

$$\ddot{x}(t) + \alpha \dot{x}(t) + \beta x(t) = F[x(t - \tau)], \quad (2)$$

где α, β — константы, τ — время запаздывания, $F(x)$ — нелинейная функция. Можно показать, что уравнения (1), (2) инвариантны относительно преобразования $\{x(t), x(t - \tau), t\} \rightarrow \{x_0 - x(t), x_0 - x(t - \tau), t - \tau\}$, где $x = \frac{1}{\tau} \int_0^{2\tau} x(t) dt$, в тех случаях, когда функция $F(x)$ нечетная. Симметрия этих систем относительно указанного преобразования приводит к тому, что ПЦ, существующие в их фазовых пространствах, либо симметричны относительно собственных центров с координатами $(x_0/2, x_0/2)$, либо несимметричны, но образуют

пару, симметричную относительно общего центра. Построенное для симметричных ПЦ отображение P точки на цикле через период автоколебаний оказывается квадратом другого отображения \tilde{P} . Этот факт служит причиной того, что симметричные ПЦ систем (1), (2) не могут удваиваться и бифуркации удвоения периода предшествует бифуркация разрушения симметрии. Поэтому в тех областях параметров, где динамика подобных систем начинает хаотизироваться, обязательно существуют парные антисимметричные ПЦ.

С помощью численного моделирования динамики некоторых симметричных систем с запаздыванием мы показали, что в зависимости от вида нелинейной функции $F(x)$ и величины диссипации, после бифуркации разрушения симметрии в них могут наблюдаться два типа взаимодействия парных асимметричных аттракторов: 1) слияние пары асимметричных ПЦ с метастабильным хаотическим множеством (МХМ), приводящее к возникновению симметричного СА нефегенбаумовского типа; 2) объединение пары асимметричных Фейгенбаумовских СА в единый симметричный нефегенбаумовский СА.

Первый тип взаимодействия наблюдается, например, в модельных системах с запаздыванием, описываемых уравнением (1) с $F(x) = \sin[x(t-\tau)]$. Увеличение управляющего параметра приводит к тому, что каскад бифуркаций удвоения периода парных асимметричных ПЦ, существующих в этой системе, обрывается после одного-двух удвоений или не развивается вообще. Обрыванию каскада удвоений предшествует появление в фазовом пространстве МХМ, размеры которого растут вместе с параметром. Следует отметить, что после появления МХМ границы бассейнов притяжения парных асимметричных ПЦ становятся фрактальными. После появления МХМ удвоений периода не наблюдается. Пара асимметричных ПЦ одновременно мягко теряет устойчивость, сливаясь с МХМ, в результате чего в фазовом пространстве системы рождается симметричный СФ нефейгенбаумовского типа (рис. 1,а). Реализация процесса содержит участки трех различных видов, два из которых соответствуют движениям по ставшим седловыми асимметричным ПЦ. Корреляционная размерность симметричного СА лежит в пределах 1.7–1.9, что превышает обычно достигаемые значения для фейгенбаумовского СА ($\lesssim 1.5$). Спектр такого хаотического процесса-равномерный в широкой области частот, и не содержит характерных фейгенбаумовских выбросов.

Аналогичный переход к хаосу наблюдался при численном моделировании динамики некоторых симметричных электронных СВЧ генераторов: двухрезонаторного кли-

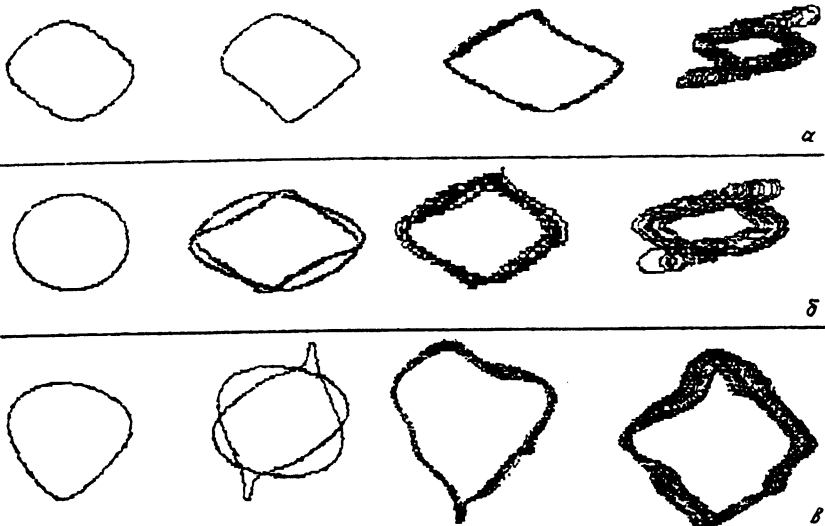


Рис. 1. Последовательность бифуркаций, приводящая к слиянию пары асимметричных ПЦ с МХМ и рождению симметричного СА нефейгенбаумовского типа. *а* — для модельной системы с запаздыванием, описываемой уравнением (1) с $F(x) = m \sin x$; *б* — для двухрезонаторного клистрона с запаздывающей обратной связью; *в* — для симметрично связанных клистронных автогенераторов.

строного генератора с запаздыванием и двухрезонаторного гироклистрона с запаздыванием, описываемых в простейшем случае уравнением (1) с $F(x) = mJ_1[x(t - \tau)]$, где J_1 — функция Бесселя, а также симметрично связанных клистронных генераторов. В этих системах с ростом управляющего параметра пара асимметричных ПЦ минимального периода после одной или нескольких бифуркаций удвоения сливалась с МХМ, в результате чего каскад бифуркаций удвоения обрывался, а в фазовом пространстве рождался симметричный СА нефейгенбаумовского типа (рис. 1, б, в). Эти СА обладают теми же спектральными и статистическими особенностями, отличающими их от фейгенбаумовских, что и найденные выше. С ростом параметра потерь α число наблюдаемых удвоений увеличивалось. Однако полностью развитого каскада удвоений периода и рождения асимметричных фейгенбаумовских СА в этих системах обнаружить не удалось.

Иной переход к симметричному СА наблюдался при численном исследовании простейшей модели транзисторного автогенератора, описываемой уравнением (2) с $F(x) = mx(t - \tau)[1 - x^2(t - \tau)]$. В этой системе каждый из возник-

кающих в результате бифуркаций разрушений симметрии парных антисимметричных ПЦ переходит к хаосу независимо через каскад бифуркаций удвоения периода, в результате чего в фазовом пространстве рождается пара асимметричных фейгенбаумовских СА. С ростом управляющего параметра пара развитых асимметричных фейгенбаумовских СА “жестко” объединялась в единый “большой” симметричный СА (рис. 2,а). Фазовая траектория движется по нему, перескакивая с одного асимметричного “метааттрактора” на другой, задерживаясь на каждом из них достаточно долгое время. Спектр такого хаотического процесса содержит низкочастотный шумовой выброс. Корреляционная размерность возникающего симметричного СА превышает размерность парциальных асимметричных СА. Такое же взаимодействие уже сформировавшихся асимметричных СА наблюдается (рис. 2,б) и при численном моделировании динамики симметрично связанных транзисторных автогенераторов с запаздыванием [2]. Во всех этих

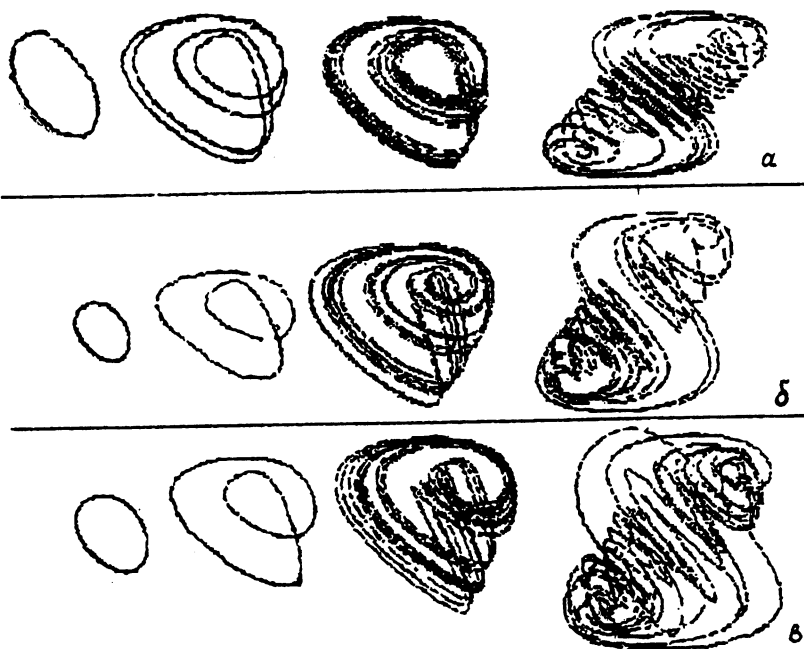


Рис. 2. Последовательность бифуркаций, приводящая к слиянию пары асимметричных фейгенбаумовских СА и рождению симметричного СА нефейгенбаумовского типа. а — для модели транзисторного автогенератора с запаздыванием; б — для симметрично связанных идентичных транзисторных автогенераторов; в — для связанных транзисторных автогенераторов при введении малой асимметрии (расстройкой по частоте).

случаях симметричные СА обладают развитым спектром, равномерным в широкой области частот. Интересно, что введение малой асимметрии в систему связанных идентичных транзисторных автогенераторов не препятствует взаимодействию асимметричных СА, однако возникающий в результате их взаимодействия СА становится слегка асимметричным (рис. 2, в).

Нам представляется, что различие в механизмах образования симметричных СА из парных асимметричных ПЦ в одном случае и из парных асимметричных СА — в другом, не принципиально. Оно связано с тем, происходит ли гемоклиническое пересечение многообразий симметричного ПЦ, ставшего седловым после бифуркации разрушения симметрии, одновременно с развитием каскада бифуркаций удвоения периода (в этом случае сливается пара циклов) или после его завершения (в этом случае сливается пара асимметричных фейгенбаумовских СА). Топология, спектры и размерности возникающих симметричных СА и в том и в другом случае существенно не различаются. Следует отметить, что слияние пары асимметричных ПЦ и, следовательно, обрывание каскада бифуркаций удвоения может происходить после любого числа бифуркаций, в частности после первого. Обычно с ростом диссипации число наблюдаемых удвоений увеличивается.

По-видимому, обнаружение закономерности являются общими для широкого класса симметричных систем с постоянной отрицательной дивергенцией.

Список литературы

- [1] Афанасьев В.В. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 6. С. 62–66.
- [2] Дерюгина Т.А., Железовский Е.Е., Иофин О.Н. и др. // Вопросы исследования и проектирования электровакуумных и твердотельных СВЧ приборов. Тез. докл. конф. М.: ЦНИИ "Электроника", 1983. Сер. 1. Электроника СВЧ. Вып. 1(196). С. 30.

Государственное научно-производственное
предприятие "Алмаз"
Саратов

Поступило в Редакцию
11 февраля 1994 г.