

01;09;10

РЕЖИМ САМОЗАХВАТА ЭЛЕКТРОНОВ В СВЧ СИСТЕМЕ ДВУХПУЧКОВОГО УСКОРИТЕЛЯ

© A.B.Савилов

Институт прикладной физики РАН,
603600 Нижний Новгород, Россия
(Поступило в Редакцию 10 мая 1995 г.)

Получены усредненные (квазинепрерывные) уравнения движения электронов по длинной дискретной системе ячеек, каждая из которых состоит из генераторной и подускоряющей секций. Исследован режим захвата частиц СВЧ полем в системах с различными типами ячеек. Для принципиально дискретных систем с изолированными друг от друга по СВЧ волне ячейками аналитически найдены условия реализации режима захвата в случаях как низкодобротной, так и высокодобротной рабочих секций.

Введение

СВЧ система двухпучкового ускорителя (ДПУ) [1] является одной из наиболее интересных идей, обсуждаемых в релятивистской высокочастотной электронике в последние годы [2–5]. В соответствии с этой идеей необходимую для ускорения слаботочного электронного пучка до тэвовых энергий СВЧ мощность предлагается черпать не из последовательности большого числа усилителей, а из единственного длинного СВЧ прибора, расположенного параллельно линейной ускоряющей секции по всей ее длине (рис. 1) и возбуждаемого единственным, умеренно релятивистским сильноточным электронным пучком. Для сохранения излучательной способности этого пучка предлагается непрерывно компенсировать его энергетические потери наложением подускоряющего электростатического поля. Более точно, предполагается проводить сильноточный электронный пучок через длинную последовательность ячеек, каждая из которых состоит из рабочей и подускоряющей секций. В рабочей секции осуществляется трансформация кинетической энергии электронов в СВЧ излучение, а в подускоряющей — компенсация потерянной частицами энергии. В результате потенциальная энергия подускоряющего поля преобразуется в СВЧ излучение, которое подается в ускоритель слаботочного пучка.

Важнейшим требованием, предъявляемым к СВЧ системе ДПУ, является пространственно-временная стабильность амплитуды и особенно фазы распределено снимаемого излучения: в каждой ячейке

генерация должна быть стабильной во времени, а разность фаз излучений, генерируемых в каждом двух соседних ячейках, должна сохраняться по всей длине системы. Для обеспечения этих требований необходимо, как минимум, чтобы свойства сильноточного электронного пучка мало менялись при движении от ячейки к ячейке. Создание таких условий в принципе возможно при реализации режима захвата частиц, подобно тому, который был предложен для ЛБВ [6], а затем многократно обсуждался [7,8] и был успешно экспериментально реализован [9] для ЛСЭ. Для идеализированной непрерывной модели СВЧ системы ДПУ в виде предварительно возбужденного длинного резонатора в работе [4] найдены условия устойчивого захвата частиц, сопровождаемого отбором их энергии СВЧ полем. Захваченные в образованную синхронной им СВЧ волной потенциальную яму частицы совершают в ней синхротронные колебания около равновесного (синхронного) электрона, фаза которого относительно волны поддерживается подускоряющим полем постоянной. При этом, начиная с некоторого момента, свойства пучки при его движении по системе практически не меняются.

Следует отметить, что принятая в [4] идеализация позволяет ответить лишь на принципиальные вопросы и, строго говоря, не соответствует действительности, уже хотя бы потому что СВЧ систему ДПУ приходится делить на чередующиеся рабочие и подускоряющие секции [3,10]. Другим фактором, вынуждающим обратиться к дискретной модели, является проблема возбуждения СВЧ системы, длина которой значительно превышает длину проходящего по ней электронного пучка. Предварительное возбуждение такой длинной структуры какими-либо сторонними источниками представляется энергетически бессмысленным. Более привлекательны СВЧ системы, в которых рабочая секция каждой ячейки возбуждается только проходящим по ней электронным пучком и представляет собой изолированный СВЧ генератор, длина которого много меньше длины пучка. Динамика такой системы с изолированными ячейками, в которых пучок сам возбуждает СВЧ поле с необходимой для захвата структурой (самозахват), существенно отличается от динамики непрерывной модели. Заметим далее, что необходимым условием самозахвата частиц и стабильности излучения является обеспечение какого-либо механизма корреляции фазы СВЧ поля, возбуждаемого в каждом двух соседних ячейках. В отсутствие СВЧ связи между ячейками таким механизмом может служить [3,5] использование предварительно модулированного стабильным сигналом и затем сгруппированного в сгустки электронного пучка (дуга электронных сгустков) [10]. При этом в каждом генераторе возбуждается поле с фиксированной частотой и фазой, жестко "привязанной" к фазам влета электронных сгустков. Кроме того, использование такого пучка позволяет сократить длину рабочих секций и упрощает задачу захвата всех электронов, что способствует получению стабильной генерации [4].

Целью настоящей работы является развитие теории СВЧ системы ДПУ, последовательно учитывающей ее дискретный характер. В разделе 1 получены усредненные (по связанным с дискретностью быстрым возмущениям) уравнения движения электронов в СВЧ системе с произвольной структурой ячеек. В разделе 2 влияние дискретности на

захват частиц исследовано на наиболее близком к непрерывной модели примере, когда СВЧ система представляет собой единый, предварительно возбужденный резонатор. В разделах 3 и 4 метод усреднения применяется для исследования дискретных СВЧ систем с изолированными самовозбуждающимися ячейками. Показано, что в случае как низкодобротных, так и высокодобротных рабочих секций в таких системах может быть реализован режим самозахвата электронного пучка возбуждаемым им СВЧ полем.

1. Усредненные уравнения движения электронов в дискретной периодической системе

Рассмотрим движение частиц в периодической системе, каждая элементарная ячейка которой состоит из двух секций: рабочей, представляющей собой СВЧ прибор (например, мазер на свободных электронах или лампу бегущей волны), и подускоряющей (рис. 1). Полагая, что относительные изменения энергий частиц малы, будем использовать универсальные асимптотические уравнения движения электронов (см., например, [11,12])

$$\frac{du}{d\zeta} = \operatorname{Im}\{a(\zeta) \exp(i\theta)\} - \mathcal{E}(\zeta), \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = u - \Delta, \quad (2)$$

где

$$u = \mu C^{-1} \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0}$$

— нормированное изменение энергии электрона, $\zeta = \omega_0 C z / \nu_e$ — нормированная координата, θ — фаза электрона относительно электромагнитной волны,

$$\Delta = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} (1 - \nu_e / \nu_g) C^{-1}$$

— расстройка между частотой точного синхронизма электронов с волной ω_0 и частотой излучения ω , μ и C — соответственно параметр инерционной группировки и коэффициент связи электронов с СВЧ полем (см., например, [11]),

$$C = \left[\frac{e I_e}{mc^3} \frac{\mu \chi^2}{N \gamma_0} \right]^{1/3}$$

— параметр усиления Пирса, I_e — электронный ток, ν_e — невозмущенная скорость частиц, γ — релятивистский Лоренц-фактор, ν_g — групповая скорость волны, $a(\zeta)$ — нормированная комплексная СВЧ амплитуда, $\mathcal{E}(\zeta)$ — нормированное подускоряющее поле, N — норма волны.

Начальные условия для уравнений (1), (2) в простейшем случае имеют вид

$$u(\zeta = 0) = 0, \quad \theta(\zeta = 0) = \varphi, \quad (3)$$

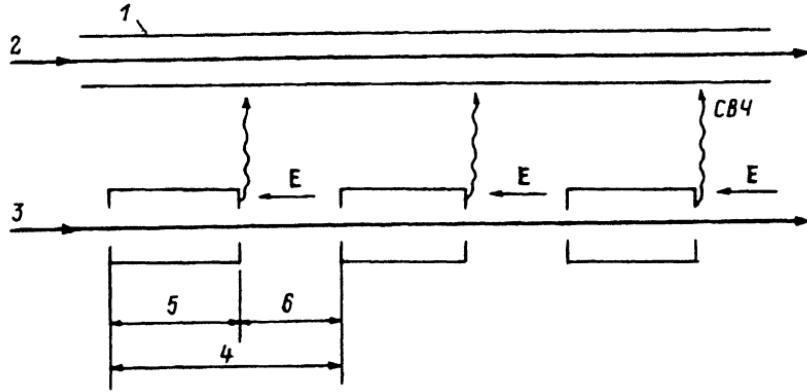


Рис. 1. Схема двухпучкового ускорителя.

1 — линейный ускоритель, 2 — слаботочный электронный пучок, 3 — умеренно релятивистский сильноточный электронный пучок, 4 — ячейка СВЧ системы, 5 — рабочая секция ячейки, 6 — подускоряющая секция ячейки.

где для предварительно немодулированного по фазам пучка начальные фазы электронов φ равномерно распределены в интервале $[0, 2\pi]$.

Учитывая дискретность системы, представим зависимости СВЧ и подускоряющего полей от координаты в следующей форме: $a(\zeta) = \alpha(\zeta)A(\zeta)$, $E(\zeta) = \varepsilon(\zeta)E(\zeta)$. Здесь α и ε — величины соответствующих полей, в общем случае медленно (с характерным масштабом, много большим длины ячейки) зависящие от координаты, а функции $A(\zeta)$ и $E(\zeta)$ описывают структуру соответствующих полей внутри ячейки и являются периодическими с периодом, равным длине ячейки L ,

$$A(\zeta + L) = A(\zeta), \quad E(\zeta + L) = E(\zeta), \quad (4)$$

причем E — действительная, A — вообще говоря, комплексная функция.

Разложим структурные функции в ряды Фурье

$$A(\zeta) = A_0 + \sum_{n \neq 0} A_n \exp(i\kappa_n \zeta), \quad E(\zeta) = E_0 + \sum_{n \neq 0} E_n \exp(i\kappa_n \zeta),$$

где $\kappa_n = 2\pi n/L$,

$$A_n = \frac{1}{L} \int_0^L A(\zeta) \exp(-i\kappa_n \zeta) d\zeta, \quad E_n = \frac{1}{L} \int_0^L E(\zeta) \exp(-i\kappa_n \zeta) d\zeta.$$

Тогда уравнения (1), (2) сводятся к виду

$$\frac{d^2\theta}{d\zeta^2} = \operatorname{Im}\{\alpha A_0 \exp(i\theta)\} - \varepsilon E_0 + \operatorname{Im} \left\{ \sum_{n \neq 0} (\alpha A_n \exp(i\theta) - i\varepsilon E_n) \exp(i\kappa_n \zeta) \right\}.$$

Как видно из этого уравнения, движение частицы в дискретной системе характеризуется двумя пространственными масштабами. Первый из них связан с дискретностью системы и равен длине ячейки L . Второй масштаб определяется энергообменом между электронами и СВЧ волной и равен периоду синхротронного колебания [4] $L_s \approx (2\pi)/\sqrt{\alpha A_0}$, представляющему собой характерную длину, на которой частицы эффективно взаимодействуют с СВЧ полем. В случае малой длины ячейки

$$L/L_s \ll 1 \quad (6)$$

связанные с дискретностью возмущения оказываются быстрыми по сравнению с синхротронными колебаниями, что позволяет усреднить уравнение (5) по этим возмущениям. Для этого, используя хорошо известный метод [13, 14], представим фазу частицы в виде суммы медленной и быстрой составляющих

$$\theta = \Phi + \vartheta = \Phi + \operatorname{Im} \left\{ \sum_{n \neq 0} \vartheta_n \exp(i\kappa_n \zeta) \right\}, \quad \vartheta \ll \pi.$$

Разделив в правой части (5) медленные и быстрые слагаемые, получим усредненные уравнения движения

$$\frac{du}{d\zeta} = \operatorname{Im} \{ \alpha A_0 \exp(i\Phi) \} - \varepsilon E_0 + \mathcal{F}(\Phi), \quad (7)$$

$$\frac{d\Phi}{d\zeta} = u - \Delta \quad (8)$$

и уравнение для быстрой фазы

$$\frac{d^2 \vartheta}{d\zeta^2} = \vartheta \operatorname{Re} \{ \alpha A_0 \exp(i\Phi) \} + \operatorname{Im} \left\{ \sum_{n \neq 0} (\alpha A_n \exp(i\Phi) - i\varepsilon E_n) \exp(i\kappa_n \zeta) \right\}. \quad (9)$$

Здесь

$$\mathcal{F} = \operatorname{Re} \left\{ \alpha \exp(i\Phi) \overline{\sum_{n \neq 0} A_n \exp(i\kappa_n \zeta)} \right\}$$

— усредненная сила. Первым слагаемым в правой части (9), являющимся величиной порядка $(4\pi^2/L_s^2)\vartheta$, можно пренебречь по сравнению с левой частью этого уравнения ($\sim (4\pi^2/L^2)\vartheta$). Тогда

$$\vartheta_n \approx \frac{i\varepsilon E_n - \alpha A_n \exp(i\Phi)}{\kappa_n^2},$$

что приводит к следующему выражению для усредненной силы:

$$\mathcal{F}(\Phi) = -\operatorname{Im} \{ \alpha^2 S_1 \exp(2i\Phi) + i\alpha\varepsilon S_2 \exp(i\Phi) \}, \quad (10)$$

где

$$S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n A_{-n}}{\kappa_n^2}, \quad S_2 = - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{E_n A_{-n} + E_{-n} A_n}{\kappa_n^2}$$

— комплексные константы.

Заметим, что условие малости силы \mathcal{F} оказывается менее строгим, чем первоначальное условие (6),

$$(L/L_s)^2 \ll 1. \quad (11)$$

Это означает, что при выполнении (6) в первом приближении усредненной силой \mathcal{F} можно пренебречь. В этом случае усредненные уравнения движения электрона в дискретной системе ячеек сводятся к аналогичным уравнениям для непрерывной системы; при этом в качестве СВЧ и подускоряющего полей фигурируют их усредненные внутри ячейки значения.

2. Система с СВЧ связью между ячейками и фиксированной структурой электромагнитного поля

Рассмотрим наиболее близкий к непрерывной модели случай, когда система ячеек представляет собой один длинный резонатор (рис. 2,*a*). Электроны взаимодействуют с СВЧ полем только в рабочих секциях, а в подускоряющих движутся вне резонатора. Предполагается, что резонатор предварительно возбужден и СВЧ поле однородно по всей его длине. В то же время при переходе от ячейки к ячейке фазы частиц относительно электромагнитной волны могут испытывать скачок $-\pi < \psi \leq \pi$, обусловленный набегом фазы волны внутри обеспечивающих связь между ячейками участков волновода. Тогда в (1) комплексная СВЧ амплитуда имеет следующую зависимость от координаты:

$$a(\zeta) = a_0 \tilde{A}(\zeta) \exp[ih(\zeta)],$$

где функция $\tilde{A}(\zeta)$ равна единице внутри рабочей секции и нулю внутри подускоряющей, а функция $h(\zeta)$ описывает скачок фазы между ячейками (рис. 2,*b*) и может быть представлена в виде $h(\zeta) = \Delta_\psi \zeta - \tilde{h}(\zeta)$. Здесь $\Delta_\psi = \psi/L$, $\tilde{h}(\zeta) = \Delta_\psi(\zeta - \zeta_j)$ — периодическая функция, ζ_j — координата начала j -й ячейки.

В результате выделяем структурную функцию для СВЧ поля

$$a(\zeta) = a_0 \exp(i\Delta_\psi \zeta) A(\zeta), \quad A(\zeta) = \tilde{A}(\zeta) \exp[-i\Delta_\psi(\zeta - \zeta_j)]. \quad (12)$$

Структурная функция для подускоряющего поля имеет вид (рис. 2,*e*)

$$E(\zeta) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \zeta \leq l, \\ 1, & l < \zeta < L, \end{cases} \quad (13)$$

где l — длина рабочей секции.

Для рассматриваемой системы после выделения медленной фазы $\theta = \Delta_\psi \zeta + \Phi + \vartheta$ усредненные уравнения (7), (8) приобретают вид

$$\frac{du}{d\zeta} = a_0 \operatorname{Im}\{A_0 \exp(i\Phi)\} - \varepsilon E_0 + \mathcal{F}(\Phi), \quad (14)$$

$$\frac{d\Phi}{d\zeta} = u - \Delta + \Delta_\psi. \quad (15)$$

Как видно из (14), (15), скачки фазы ψ приводят к появлению дополнительной расстройки Δ_ψ , что соответствует изменению эффективной фазовой скорости волны, бегущей по более длинному (по сравнению с электронами) пути.

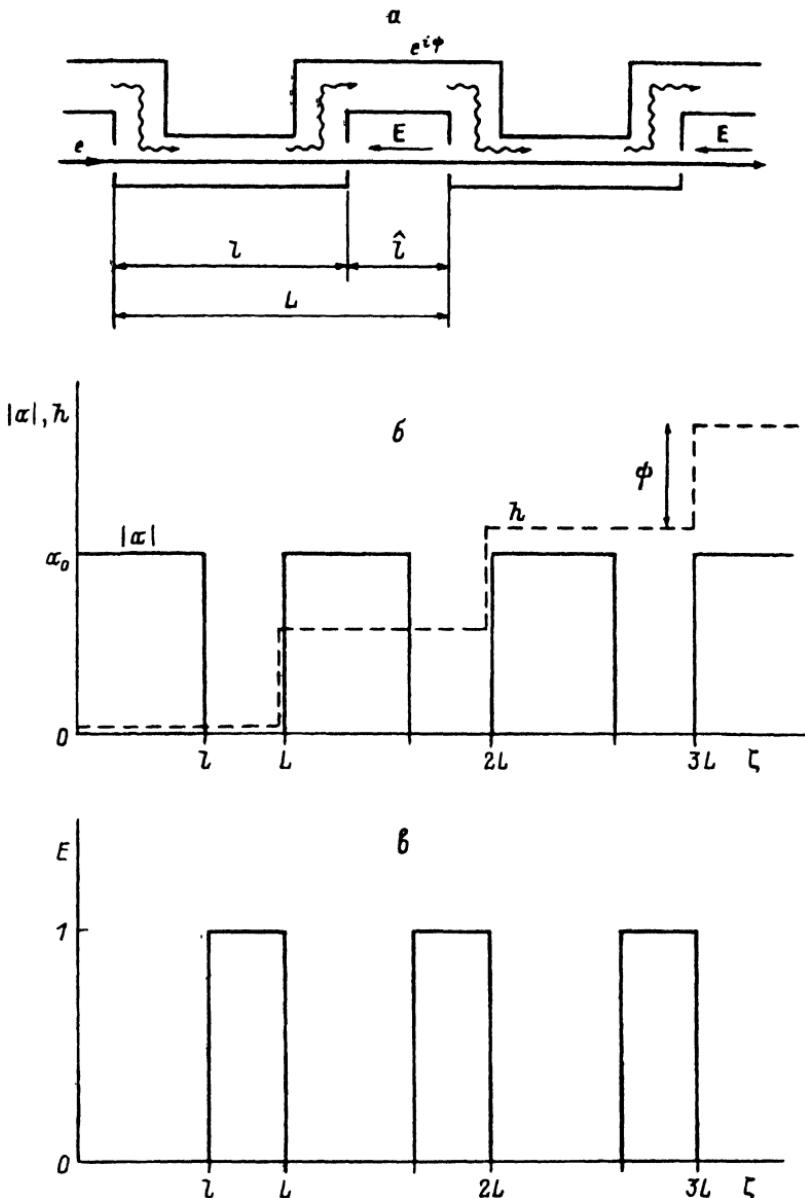


Рис. 2. СВЧ система ДПУ со связью между ячейками (а), зависимость модуля и фазы СВЧ поля от координаты (б) и структурная функция подускоряющего поля (в).

Рассмотрим для примера простейший случай $\Delta = \Delta_\psi = 0$. Тогда коэффициенты

$$S_1 = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|A_n|^2}{\varkappa_n^2},$$

$S_2 = -2S_1$ вещественны и уравнение (14) принимает вид

$$\frac{du}{d\zeta} = \frac{l}{L} a_0 \sin \Phi - \frac{\hat{l}}{L} \varepsilon - 2a_0 S_1 \cos \Phi (a_0 \sin \Phi + \varepsilon), \quad (16)$$

где $\hat{l} = L - l$ — длина подускоряющей секции, а условие малости длины ячейки (6) означает малость произведения $a_0 S_1 \sim (L/L_s)^2$.

Равновесная (синхронная) частица, энергия и фаза которой не меняются в процессе движения, имеет фазу Φ_s , для которой справедливо соотношение

$$\varepsilon \approx a_0 \frac{l}{\hat{l}} \sin \Phi_s.$$

С учетом этого получим

$$\frac{du}{d\zeta} = \frac{l}{L} a_0 (\sin \Phi - \sin \Phi_s) - a_0^2 S_1 (\sin 2\Phi - \sin 2\Phi_s) - 2 \frac{l}{\hat{l}} a_0^2 S_1 \sin \Phi_s (\cos \Phi - \cos \Phi_s). \quad (17)$$

Уравнениям движения (15), (17) соответствует гамильтониан

$$\mathcal{H} = V^{(0)}(\Phi) + V^{(1)}(\Phi) + \frac{u^2}{2}, \quad (18)$$

в котором эффективный потенциал

$$V^{(0)} = \frac{l}{L} a_0 [\cos \Phi - \cos \Phi_s + (\Phi - \Phi_s) \sin \Phi_s] \quad (19)$$

описывает потенциальный рельеф в приближении непрерывной модели. Такой потенциал создает обеспечивающую генерацию потенциальную яму, если фаза синхронного электрона лежит в пределах

$$\pi/2 < \Phi_s < \pi. \quad (20)$$

Захваченные ямой частицы совершают синхротронные колебания, чему на фазовой плоскости (u, Φ) (рис. 3) соответствует движение по финитным траекториям, и передают энергию подускоряющего поля СВЧ волне. Движущиеся по инфинитным траекториям незахваченные электроны не участвуют в энергообмене и, более того, могут привести к нестабильности генерации [4]. Когда подускоряющее поле отсутствует ($\Phi_s = \pi$), потенциал (19) обеспечивает захват всех частиц (рис. 3, а). С уменьшением фазы синхронного электрона количество захватываемых частиц уменьшается (рис. 3, б), при $\Phi_s = \pi/2$ захвата не происходит. Таким образом, для более полного захвата целесообразно обеспечить близкую к π синхронную фазу.

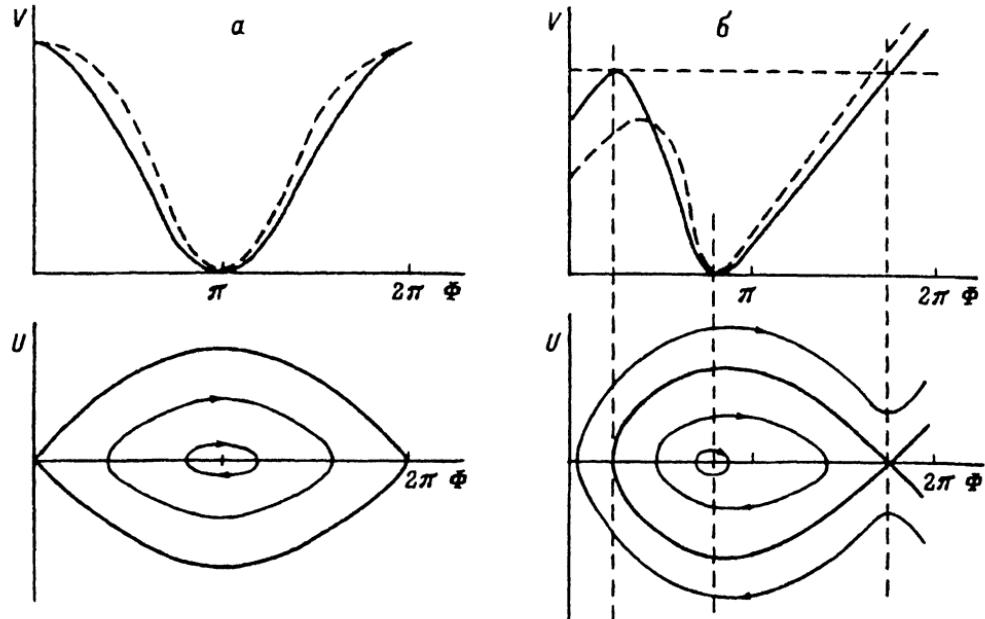


Рис. 3. Потенциальный рельеф $V(\Phi)$ (сплошная кривая — приближение непрерывной модели, штриховая — с учетом усредненной силы) и фазовая плоскость (u, Φ) .

a — $\Phi_s = \pi$, *b* — $\Phi_s < \pi$.

Исследуем теперь возмущения, вносимые в потенциальный рельеф дискретностью системы. Полагая фазу Φ_s близкой к π , получим

$$V^{(1)} \approx \frac{-a_0^2 S_1}{2} [\cos 2\Phi - \cos 2\Phi_s + 2(\Phi - \Phi_s) \sin 2\Phi_s].$$

При $\Phi_s = \pi$ захват остается полным (рис. 3,*a*), а связанное с дискретностью возмущение сужает яму, что приводит к увеличению амплитуды синхротронных колебаний. При $\Phi_s < \pi$ яма также сужается. Кроме того, дискретность приводит к некоторому уменьшению начального захвата (рис. 3,*b*). В целом, однако, учет усредненной силы \mathcal{F} не приводит к каким-либо кардинальным изменениям, и при достаточно малой длине ячейки дискретная система может быть качественно исследована без учета этой силы в приближении непрерывной модели.

3. Самозахват частиц в системах с изолированными ячейками: рабочая секция без обратной связи

Переходя к исследованию систем без СВЧ связи между ячейками, отметим их принципиальные отличия от систем со связью. В системах без связи рабочая секция каждой ячейки представляет собой изолированный короткий (существенно короче длины электронного пучка) генератор, который возбуждается самостоительно и связан с другими рабочими секциями только общим электронным пучком. Таким способом может быть решена проблема, существенно затрудняющая

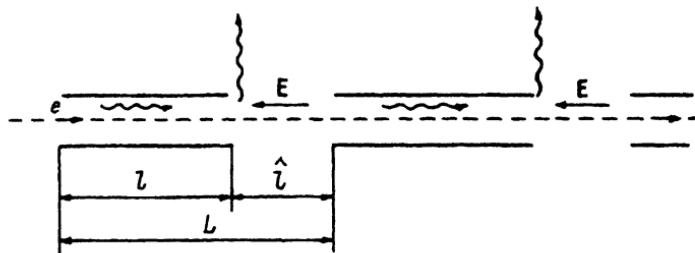


Рис. 4. СВЧ система ДПУ с изолированными ячейками без обратной связи по волне.

использование систем с СВЧ связью, — возбуждение системы, длина которой значительно превышает длину электронного пучка. Однако отсутствие связи приводит к усложнению поддержания по всей длине системы фиксированной разности фаз СВЧ полей, генерируемых в соседних ячейках, что прежде всего является условием пространственной стабильности вырабатываемого излучения. Кроме того, фазовая корреляция необходима для обеспечения режима захвата (и соответственно временной стабильности излучения), для чего требуется, чтобы фаза равновесных частиц относительно СВЧ поля была постоянной. Эффективным методом обеспечения корреляции излучения, генерируемого в различных ячейках, является предварительная фазовая модуляция (нарезка) электронного пучка [3,5] с частотой, близкой к частоте точного синхронизма электронов с возбуждающейся электромагнитной волной. В этом случае в каждой ячейке возбуждается СВЧ поле, частота которого фиксирована и равна частоте нарезки, а фаза “привязана” к fazам влета электронных сгустков.

Рассмотрим движение пуга электронных сгустков по системе ячеек, где в качестве рабочих секций используются генераторы, электродинамические системы которых представляют собой согласованные на концах (без отражения волны) отрезки волноводов (рис. 4). В этом случае в уравнениях движения (1)–(3) Δ — расстройка между частотами нарезки и точного синхронизма электронов с СВЧ полем, а начальные фазы частиц φ равномерно распределены в интервале $[\varphi_c - \Delta\varphi, \varphi_c + \Delta\varphi]$, где φ_c — начальная фаза центров сгустков. Внутри рабочих секций СВЧ поле возбуждается пугом в соответствии с уравнением [11,12]

$$\frac{da}{d\zeta} = 2i\langle \exp(-i\hat{\theta}) \rangle_\varphi \exp(i\Delta\zeta), \quad (21)$$

где $\hat{\theta} = \theta + \Delta\zeta$.

При этом на входе в каждую секцию поле отсутствует $a(\zeta_j) = 0$. Учитывая, что длина рабочей секции невелика, и предполагая, что пучок нарезан на достаточно компактные сгустки $\Delta\varphi \ll \pi$, при нахождении СВЧ амплитуды пренебрежем инерционной группировкой электронов внутри одной секции, полагая в (21)

$$\hat{\theta} \approx \hat{\theta}_0 + u_0(\zeta - \zeta_j),$$

где $\hat{\theta}_0$, и u_0 , — фаза и энергетические потери частицы на входе в j -ю ячейку.

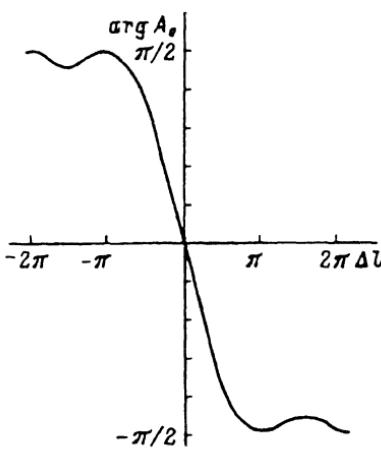


Рис. 5. Аргумент усредненной структурной функции СВЧ поля $\arg(A_0)$ в зависимости от произведения расстройки и длины рабочей секции Δl .

Предположим далее, что все частицы захвачены, причем равновесным является центральный электрон сгустка. Тогда внутри рабочей секции можно положить $\hat{\theta} \approx \hat{\theta}_0$, и после интегрирования (21) получим

$$\frac{du}{d\zeta} = \operatorname{Im}\{J(\zeta)A(\zeta)\exp(i\hat{\theta})\} - \varepsilon(\zeta)E(\zeta), \quad (22)$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{d\zeta} = u, \quad (23)$$

где $J(\zeta) = 2i\langle\exp[-i\hat{\theta}_0(\zeta)]\rangle_\varphi$ — первая гармоника электронного тока, являющаяся медленной (в масштабе длины ячейки) функцией координаты, а структурная функция СВЧ поля $A(\zeta)$ определяется выражением

$$A(\zeta) = \tilde{A}(\zeta) \frac{1 - \exp[-i\Delta(\zeta - \zeta_j)]}{i\Delta}. \quad (24)$$

Исследуем условия захвата частиц в такой системе, воспользовавшись усредненными уравнениями (7), (8) в приближении непрерывной модели. При достаточно компактных сгустках можно положить

$$J = 2i\langle\exp(-i\Phi)\rangle_\varphi \approx 2\exp(-i\varphi_c + i\pi/2).$$

Тогда уравнение (22) после усреднения принимает вид

$$\frac{du}{d\zeta} = 2|A_0| \sin(\Phi - \varphi_c + \arg(A_0) + \pi/2) - \varepsilon E_0, \quad (25)$$

из которого ясно, что равновесные электроны (фаза которых $\Phi = \varphi_c$ постоянна) имеют относительно СВЧ поля фазу $\arg(A_0) + \pi/2$, определяющуюся произведением расстройки и длины рабочей секции Δl (рис. 5). Тогда, согласно разделу 2, имеем условие захвата

$$\arg(A_0) \lesssim \pi/2. \quad (26)$$

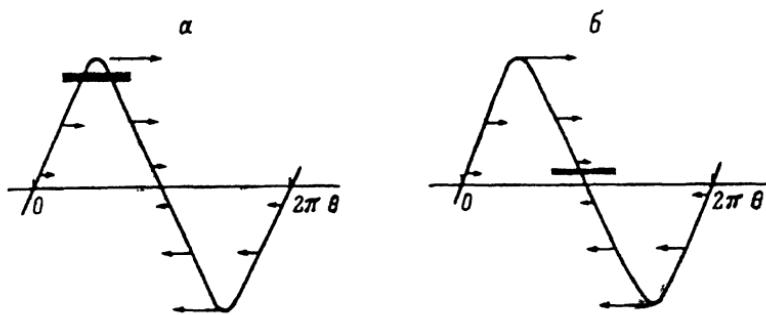


Рис. 6. Фазы электронного сгустка относительно СВЧ поля: растяжение сгустка в максимуме тормозящей фазы (а) и сжатие сгустка вблизи "нуля" СВЧ поля (б).

В случае точного синхронизма ($\Delta = 0$) условие (26) не выполняется. Для обеспечения захвата необходима расстройка $\Delta l \approx -\pi$. Действительно, в начале рабочей секции возбуждается такое СВЧ поле, что электронные сгустки оказываются в максимуме его тормозящей фазы (рис. 6, а). Если расстройка равна нулю и, следовательно, скорость частиц равна фазовой скорости волны, то на всем протяжении рабочей секции сгустки остаются в той же фазе. Тогда при движении сгустков от ячейки к ячейке они постепенно растягиваются и в конце концов нарезанный на сгустки пучок превращается в перемешанный. Однако если расстройка не равна нулю, то при движении сгустков в рабочей секции они постепенно уходят из максимума тормозящей фазы к "нулю" СВЧ поля (рис. 6, б), где происходит сжатие сгустков.

Отметим отличие изученного здесь режима захвата от захвата частиц синхронной волной с фиксированной продольной структурой (раздел 3), когда путем подбора величины подускоряющего поля синхронный электрон оказывается в необходимой для захвата фазе СВЧ поля. В данном же случае происходит "самозахват" частиц: при определенной расстройке синхронизма цуг электронных сгустков возбуждает в ячейках системы поле с необходимой для захвата структурой и одновременно захватывается этим же полем. Заметим, что для самозахвата частиц в системе изолированных ячеек не обязательно поддержание точного синхронизма между равновесными электронами и СВЧ полем. Более того, в рассмотренном выше примере рассинхронизм, как следует из условия (26), должен быть достаточно большим.

4. Самозахват частиц в системах с изолированными ячейками: рабочая секция с сильной обратной связью

Рассмотрим систему, которая отличается от предыдущей лишь типом рабочей секции ячейки, которая теперь представляет собой высокодобротный резонатор (рис. 7, а) [3]. Введение обратной связи в рабочие секции существенно усложняет динамику системы. Если ранее различные сгустки цуга были независимыми друг от друга, то теперь между ними появилась связь через СВЧ поле. Таким образом, задача становится пространственно-временной: наряду с пространственной координатой $\zeta \sim z$ приходится ввести также и временную

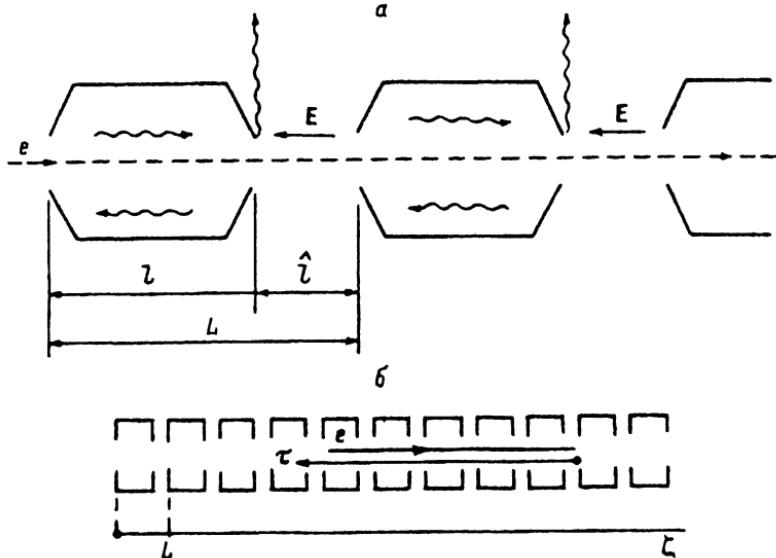


Рис. 7. СВЧ система ДПУ с изолированными ячейками с сильной обратной связью по волне (а) и используемая система координат (б).

координату $\tau \sim t - z/\nu_e$, характеризующую положение сгустка в цуге (рис. 7, б). Частицы, находящиеся в "голове" цуга ($\tau = 0$), всякий раз влетают в "пустую", еще не возбужденную секцию. Другие частицы движутся в СВЧ полях, возбужденных предыдущими (с меньшими τ) электронами. Таким образом, электроны с различными τ взаимодействуют с разными СВЧ полями. Это приводит, например, к тому, что величину подускоряющего поля необходимо менять во времени [3, 5]. Одним из следствий этого может оказаться появление пространственно-временной неустойчивости по отношению к возмущениям, возникающим сначала в голове цуга из-за возможных ошибок в воспроизведении необходимого временного профиля подускоряющего поля. При дальнейшем движении цуга по системе эти возмущения не только возрастают, но и распространяются вдоль цуга [5].

Неусредненные уравнения движения электронов в такой системе могут быть получены из теории возбуждения высокодобротных резонаторов током заданной частоты (см., например, [15])

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} = \text{Im} \left\{ \tilde{A}(\zeta) \exp(i\theta) \sum_m a_m \exp(-i\tilde{\Delta}_m \zeta) \right\} - \varepsilon(\tau) E(\zeta), \quad (27)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = u, \quad (28)$$

где амплитуда m -й моды резонатора a_m в j -й ячейке определяется уравнением

$$\frac{\partial a_m}{\partial \tau} + \left(\frac{1}{2q_m} - i\delta_m \right) a_m = \frac{2i}{l} \int_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}} \langle \exp(-i\theta) \rangle_\varphi \exp(i\tilde{\Delta}_m \zeta) d\zeta. \quad (29)$$

Здесь $\tau = C\omega_0(t - z/\nu_e)$, структурная функция подускоряющего поля $E(\zeta)$ по-прежнему определяется выражением (14), $\tilde{\Delta}_m = \Delta + \delta_m \nu_e / \nu_g$,

$$\delta_m = \frac{\omega_r^{(m)} - \omega}{\omega_0} C^{-1}$$

— расстройка между m -й собственной частотой резонатора $\omega_r^{(m)}$ и частотой излучения, $q_m = Q_m C$ — нормированная добротность моды.

Начальные условия для предварительно нарезанного пучка имеют вид

$$u(\zeta = 0, \tau) = 0, \quad \theta(\zeta = 0, \tau) = \varphi \in [\varphi_c - \Delta\varphi, \varphi_c + \Delta\varphi]. \quad (30)$$

Поскольку голова пуга каждый раз влетает в невозбужденную ячейку, то для СВЧ мод имеем начальное условие

$$a_m(\zeta, \tau = 0) = 0. \quad (31)$$

Как и в предыдущем разделе, будем полагать, что нарезка электронного пучка достаточно компактна ($\Delta\varphi \ll \pi$), и пренебрежем в уравнении для СВЧ мод инерционной группировкой внутри одной секции

$$\frac{\partial \hat{a}_m}{\partial \tau} + p_m \hat{a}_m = \frac{J}{l} \int_{\zeta_j}^{\zeta_{j+1}} \exp[i\tilde{\Delta}_m(\zeta - \zeta_j)] d\zeta = J \frac{L}{l} A_0^*(\tilde{\Delta}_m), \quad (32)$$

где

$$\hat{a}_m = a_m \exp(-\tilde{\Delta}_m \zeta_j), \quad p_m = \frac{1}{2q_m} - i\delta_m,$$

$$J(\zeta) = 2i \langle \exp[-i\hat{\theta}_0(\zeta)] \rangle_\varphi \approx 2i \exp(-i\varphi_c).$$

При этом уравнения движения преобразуются к виду

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} = \operatorname{Im} \left\{ \exp(i\theta) \sum_m A(\zeta, \tilde{\Delta}_m) \hat{a}_m \right\} - \varepsilon(\tau) E_0, \quad (33)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = u, \quad (34)$$

а структурная функция для СВЧ мод определяется выражением

$$A(\zeta, \tilde{\Delta}_m) = \tilde{A}(\zeta) \exp[-i\tilde{\Delta}_m(\zeta - \zeta_j)]. \quad (35)$$

Положим далее для простоты, что частота только одной из СВЧ мод близка к синхронизму с электронным пучком, и пренебрежем взаимодействием с другими модами. Тогда уравнение (33) после усреднения принимает вид

$$\frac{\partial u(\zeta, \tau)}{\partial \zeta} = \frac{2L}{l} |A_0(\tilde{\Delta})|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1 - \exp(-p\tau)}{p} \exp(i\Phi - i\varphi_c) \right\} - \varepsilon(\tau) E_0. \quad (36)$$

Для частиц, движущихся в полях возбужденных резонаторов ($\tau \gg 2q$), уравнение движения не зависит от времени

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} = \frac{2L}{l} \frac{|A_0(\tilde{\Delta})|^2}{|p|} \sin(\Phi - \varphi_c + \arg(p^{-1}) + \pi/2) - \varepsilon E_0. \quad (37)$$

Равновесные частицы (центры сгустков) имеют относительно СВЧ поля фазу $\arg(p^{-1}) + \pi/2$. Для самозахвата необходимо условие $\arg(p^{-1}) \lesssim \pi/2$, означающее, что собственная частота резонатора должна превышать частоту излучения, а добротность должна быть достаточно велика

$$\omega_r > \omega, \quad 2Q(\omega_r - \omega) \gg \omega_0. \quad (38)$$

При этом в отличие от рассмотренного в предыдущем разделе случая расстройка синхронизма Δ влияет лишь на величину СВЧ амплитуды, а средняя фаза равновесного электрона относительно СВЧ поля от этой расстройки не зависит.

Заключение

С помощью усредненных (по связанным с дискретностью системы быстрым возмущениям) уравнений движения оказывается возможным аналитически исследовать режим захвата электронов синхронным полем в СВЧ системе двухпучкового ускорителя. Если между ячейками системы обеспечена СВЧ связь и вся совокупность этих ячеек представляет собой единый длинный резонатор, то дискретность не вносит существенных изменений в динамику движения частиц по сравнению с непрерывной моделью. Особый интерес представляет движение цуга электронных сгустков по системе изолированных друг от друга самовозбуждающихся ячеек. В таких системах электронный пучок возбуждает в ячейках СВЧ поле с необходимой для захвата продольной структурой и одновременно захватывается этим же полем. При этом поддержание точного синхронизма между равновесными электронами и СВЧ полем оказывается в отличие от традиционного режима захвата необязательным. Условия, необходимые для обеспечения такого режима самозахвата, зависят от типа ячейки. Если рабочая (генерирующая) секция ячейки представляет собой согласованный на концах отрезок волновода (без обратной связи), то режим захвата имеет место только при определенной расстройке между частотой излучения, которая совпадает с частотой нарезки, и частотой точного синхронизма электронов с СВЧ полем. Если же рабочая секция является высокодобротным резонатором, то расстройка синхронизма влияет лишь на мощность генерации, а возникновение в такой системе режима захвата определяется разностью между частотой СВЧ генерации и ближайшей к ней собственной частотой резонатора, а также добротностью резонатора.

Автор признателен В.Л. Братману за постоянное внимание к работе, а также Г.Г. Денисову и Э.А. Перельштейну за полезные дискуссии.

Работа была поддержана Международным научным фондом. Грант № JDL 100.

Список литературы

- [1] Sessler A.M. // Laser Acceleration of Particles. AIP Conf. Proc. 1982. P. 154.
 - [2] Hopkins D.B., Sessler A.M., Wurtele J.S. // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. 1984. Vol. 228. N 1. P. 15-24.
 - [3] Sessler A.M. et al. // Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res. 1991. Vol. A306. P 592-605
 - [4] Гинзбург Н.С., Манькин И.А., Поляк В.Е. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. № 5. Горький, 1988 С. 37-77.
 - [5] Denisov G.G., Bratman V.L., Krasnykh A.K. et al. // Nucl Instr and Meth in Phys. Res. 1995. In press.
 - [6] Беляевский Е.Д. // РиЭ. 1971. Т. 16. № 1. С. 208-213.
 - [7] Kroll N.M., Morton Ph.L., Rosenbluth M.N. // Phys. Quant. Electron. 1980. Vol 7. P. 89-112.
 - [8] Sprangle P., Tang C.-M. // Phys. Rev. A. 1980. Vol. 21. N 1. P. 302-353.
 - [9] Orzechowski T.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. N 17. P. 2172-2175.
 - [10] Houck T.L., Westenskow G.A. // Proc. of 16th Intern. LINAC conf. Ottawa (Canada), 1992.
 - [11] Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Ковалев Н.Ф. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. № 1. С. 249-274.
 - [12] Bratman V.L., Ginzburg N.S., Petelin M.I. // Opt. Commun. 1979. Vol. 30. N 3. P. 409-412.
 - [13] Капица П.Л. // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. Вып. 7. С. 588-607.
 - [14] Миллер М.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1958. Т. 1. № 3. С. 110-123
 - [15] Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.. Сов. радио, 1973. 400 с.
-