

01;05;12

©1995 г.

РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В СОЛЕНОИДАХ (многослойная модель)

Л.Б. Луганский

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН,
117973, Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 20 июля 1994 г.)

В окончательной редакции 30 января 1995 г.)

Описывается методика расчета механических сил и деформаций в соленоидах на основе многослойной модели, учитывающей индивидуальные упругие и тепловые свойства различных компонентов обмотки. Получены удобные рекуррентные процедуры для расчета напряжений в композитной обмотке на всех этапах изготовления катушки при ее охлаждении до рабочей температуры и вводе тока в рамках изотропной теории упругости для аксиально-симметричной задачи в пренебрежении аксиальными силами.

Введение

Механические напряжения в обмотках магнитных систем, создающих сильные магнитные поля, могут достигать огромных значений и существенным образом определяют максимально достижимое магнитное поле. Существует большое количество работ, посвященных расчету механических напряжений в соленоидах (см., например, библиографию в [1-3], а также в многочисленных монографиях по магнитным системам). На практике в последние годы используются две основные модели расчета.

1) Объемно-усредненная модель. В ней обмотка рассматривается как сплошное однородное упругое тело с анизотропными упругими характеристиками, вычисляемыми неким образом по известным упругим характеристикам различных компонент обмотки [4].

2) Многослойная модель. В этой модели соленоид рассматривается как совокупность вложенных цилиндров, каждый из которых характеризуется индивидуальными геометрическими и упругими параметрами [5].

Объемно-усредненная модель широко используется на практике и во многих случаях дает достаточно хорошие результаты. Модель многослойного цилиндра учитывает отдельно упругие свойства проводника и изоляции. В работе [5] было показано, что в случае, когда

модуль Юнга изоляции меньше модуля Юнга проводника, результаты расчетов по объемно-усредненной модели и модели многослойного цилиндра хорошо совпадают друг с другом. Однако, когда модуль Юнга изоляции выше модуля Юнга проводника, результаты расчетов по обеим моделям существенно отличаются. В этом случае происходит перераспределение напряжений между проводником и изоляцией таким образом, что растягивающие напряжения в проводнике заметно уменьшаются за счет увеличения напряжений в изолирующих слоях. При использовании в качестве изоляции современных высокопрочных волокон с высоким модулем Юнга расчет магнита следует вести именно по модели многослойного цилиндра.

Расчет механических напряжений в обмотке проводят в несколько этапов, учитывающих процессы изготовления и эксплуатации катушки.

1. Намотка катушки на бобине с предварительным натяжением проводника и изолирующего материала с возможным внешним бандажированием обмотки.

2. Снятие катушки с бобины, после которого происходит существенное перераспределение усилий в элементах обмотки.

3. Охлаждение соленоида до рабочей температуры (например, до азотной или гелиевой), при которой возникают дополнительные термомеханические напряжения из-за различных коэффициентов теплового расширения компонентов обмотки. В объемно-усредненной модели термомеханические силы возникают вследствие анизотропии теплового расширения материала [4].

4. Ввод рабочего тока в магнит (пондеромоторные силы).

В работе [5] разработана методика расчета механических напряжений в магните на основе многослойной модели только для четвертого этапа по приведенной выше классификации. Задача была сведена к решению системы линейных уравнений, порядок равен суммарному числу слоев проводника и изоляции.

В настоящей работе описывается методика расчета напряжений в многослойном соленоиде на всех перечисленных этапах. Все рассмотрение ведется в рамках изотропной теории упругости для аксиально-симметричной задачи в пренебрежении аксиальными силами, т.е. в предположении $\sigma_z = 0$. Построены удобные алгоритмы на основе рекуррентных соотношений, позволяющие найти радиальные $\sigma_r(r)$ и тангенциальные $\sigma_\theta(r)$ напряжения в любом месте обмотки.

1. Аксиально-симметричная задача теории упругости

Рассмотрим изотропный цилиндр с внутренним радиусом r_1 , внешним радиусом r_2 , подвергнутый давлению P_1 изнутри и P_2 снаружи (рис. 1). Кроме того, пусть в цилиндре наличествуют объемные силы, направленные по радиусу, с плотностью $f_r(r)$. Обозначим E и ν модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала цилиндра. Требуется найти радиальную деформацию $u(r)$, радиальные $\sigma_r(r)$ и тангенциальные $\sigma_\theta(r)$ напряжения в цилиндре. Это известная задача, решение которой можно найти, например, в [6]. Уравнение для $u(r)$ (основное уравнение

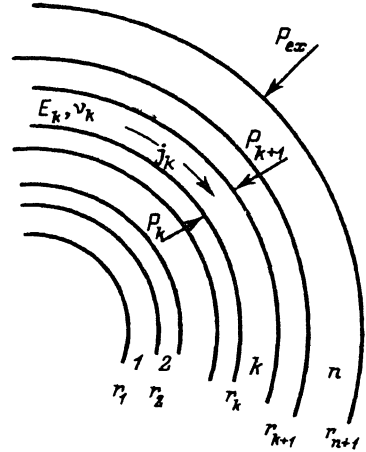
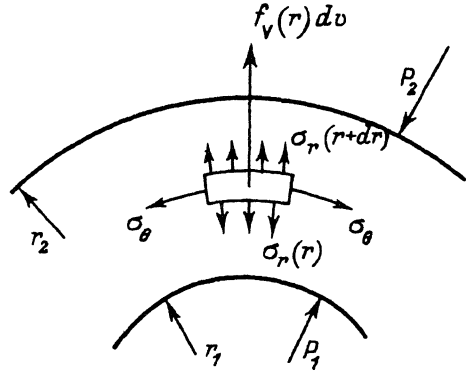


Рис. 1. Цилиндр, подвергнутый внешнему и внутреннему давлению.

Рис. 2. Схема слоистого цилиндра.

упругости для аксиально-симметричной задачи) имеет вид

$$u'' + \frac{1}{r}u' - \frac{1}{r^2}u = -\frac{1-\nu^2}{E}f_r(r). \quad (1)$$

Если объемные силы отсутствуют, то уравнение (1) становится однородным

$$u'' + \frac{1}{r}u' - \frac{1}{r^2}u = 0 \quad (2)$$

и его решение имеет вид

$$u(r) = \frac{1-\nu}{E}cr + \frac{1+\nu}{E}\frac{d}{r},$$

$$\sigma_r = cr - \frac{d}{r^2},$$

$$\sigma_\theta = cr + \frac{d}{r^2}. \quad (3)$$

Константы c и d находятся из граничных условий $\sigma_r(r_1) = -P_1$ и $\sigma_r(r_2) = -P_2$, откуда

$$c = \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad d = \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2} r_1^2 r_2^2, \quad (4)$$

полное решение (3) принимает вид

$$u(r) = \frac{1-\nu}{E} \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} r - \frac{1+\nu}{E} \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{r_1^2 r_2^2}{r}, \quad (5)$$

$$\sigma_r(r) = \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2}, \quad (6)$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2}. \quad (7)$$

2. Слоистый цилиндр под действием внешнего или внутреннего давления

Рассмотрим слоистый цилиндр (рис. 2), состоящий из n слоев, к внешней поверхности которого приложено давление $P_{n+1} = P_{ex}$. Каждый слой с номером k характеризуется внутренним радиусом r_k , внешним радиусом r_{k+1} , модулем Юнга E_k и коэффициентом Пуассона ν_k . Обозначим P_k и P_{k+1} давления на внутреннем и внешнем радиусах слоя. Напряжения и деформации в k -м слое описываются формулами (3) с индивидуальными коэффициентами c_k, d_k . Если композитный цилиндр содержит n слоев, то имеем $2n$ неизвестных коэффициентов c_k, d_k , которые должны быть найдены из граничных условий

$$\sigma_r^{(1)}(r_1) = 0, \quad \sigma_r^{(n)}(r_{n+1}) = -P_{ex},$$

$$\sigma_r^{(k-1)}(r_k) = \sigma_r^{(k)}(r_k), \quad u^{(k-1)}(r_k) = u^{(k)}(r_k) \quad (k = 2, \dots, n). \quad (8)$$

Таким образом, мы имеем систему $2n$ уравнений относительно $2n$ неизвестных. Ниже мы опишем удобную процедуру для ее решения.

Последнее уравнение системы (8) представляет собой условие неразрывности цилиндров на границах раздела. Оно позволяет выразить связь между тремя последовательными значениями промежуточных давлений P_{k-1}, P_k, P_{k+1} . Используя (5) мы получаем рекуррентное уравнение [2]

$$A_k P_k - B_k P_{k-1} - C_k P_{k+1} = 0 \quad (k = 2, \dots, n) \quad (9)$$

с граничными условиями

$$P_1 = 0, \quad P_{n+1} = P_{ex}. \quad (10)$$

Коэффициенты A_k, B_k, C_k выражаются формулами

$$A_k = \frac{r_k}{E_k} \frac{(1 - \nu_k)r_k^2 + (1 + \nu_k)r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} + \frac{r_k}{E_{k-1}} \frac{(1 - \nu_{k-1})r_k^2 + (1 + \nu_{k-1})r_{k-1}^2}{r_k^2 - r_{k-1}^2},$$

$$B_k = \frac{2r_k r_{k-1}^2}{E_{k-1}(r_k^2 - r_{k-1}^2)},$$

$$C_k = \frac{2r_k r_{k+1}^2}{E_k(r_{k+1}^2 - r_k^2)}. \quad (11)$$

Рекуррентное уравнение (9) вместе с граничными условиями (10) образует систему линейных уравнений с трехдиагональной матрицей, и для ее решения можно использовать известный метод прогонки [7], в соответствии с которым решение уравнения (9) сводится к рекуррентному же соотношению

$$P_k = F_k P_{k+1} \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad (12)$$

где F_k удовлетворяет рекуррентной формуле

$$F_k = \frac{C_k}{A_k - B_k F_{k-1}} \quad (k = 2, \dots, n) \quad (13)$$

с начальным значением $F_1 = 0$, что следует из граничного условия $P_1 = F_1 P_2 = 0$.

Таким образом, мы получаем удобную процедуру для вычисления промежуточных давлений P_k . Сначала по известным характеристикам слоев по формулам (11) находим коэффициенты A_k, B_k, C_k ($k = 2, \dots, n$). Затем по рекуррентной формуле (13) снизу вверх (прямая прогонка) находим коэффициенты F_k ($k = 2, \dots, n$). И наконец, по рекуррентной формуле (12) сверху вниз (обратная прогонка) вычисляем давления P_k ($k = n, n-1, \dots, 2$) по заданному внешнему давлению $P_{n+1} = P_{ex}$. Зная все давления P_k на границах раздела, по формулам (5)–(7) можно найти деформации $u(r)$ и напряжения $\sigma(r)$ и $\sigma_\theta(r)$ в любом месте композитного цилиндра.

Задача о нахождении деформаций и напряжений в композитном цилиндре, подвергнутом внутреннему давлению, решается аналогичным образом. Давления P_k на границах раздела точно так же удовлетворяют уравнению (9) с граничными условиями $P_1 = P_{in}$ и $P_{n+1} = 0$. Коэффициенты A_k, B_k, C_k описываются теми же самыми формулами (11). Формула для промежуточных давлений P_k имеет аналогичный вид

$$P_k = G_k P_{k-1} \quad (k = 2, \dots, n+1), \quad (14)$$

где коэффициенты G_k вычисляются по рекуррентной формуле

$$G_k = \frac{B_k}{A_k - C_k G_{k+1}} \quad (k = n, n-1, \dots, 2) \quad (15)$$

с начальным значением $G_{n+1} = 0$, следующим из условия $P_{n+1} = G_{n+1} P_n = 0$.

3. Намотка катушки с предварительным натяжением

Рассмотрим теперь задачу о распределении механических напряжений, возникающих при намотке катушки с предварительным программируемым натяжением наматываемого проводника и изолирующего материала. Мы будем предполагать, что намотка катушки происходит на бобину, которая представляет собой сплошной или полый цилиндр и рассматривается как первый слой многослойного композитного цилиндра со своими геометрическими и упругими характеристиками.

Обозначим натяжение k -го слоя при намотке $\sigma_0(k)$; его наложение приводит к перераспределению деформаций и напряжений, существовавших до этого в уже намотанной части катушки. Наматываемый с натяжением $\sigma_0(k)$ k -й слой создает внешнее давление P_k на уже намотанную часть катушки, определяемое элементарной формулой

$$P_k = \sigma_0(k) \frac{r_{k+1} - r_k}{r_k} = \sigma_0(k) \gamma_k, \quad (16)$$

где введено обозначение $\gamma_k = (r_{k+1} - r_k)/r_k$.

Первым слоем у нас является бобина, натяжение в которой равно нулю. После наложения 2-го слоя с натяжением $\sigma_0(2)$ имеем (индекс в скобках сверху означает номер наложенного внешнего витка)

$$P_2^{(2)} = \sigma_0(2)\gamma_2, \quad P_1^{(2)} = 0.$$

После наложения 3-го слоя имеем в соответствии с разделом 2

$$P_3^{(3)} = \sigma_0(3)\gamma_3, \quad P_2^{(3)} = P_2^{(2)} + F_2 P_3^{(3)} = \sigma_0(2)\gamma_2 + F_2 P_3^{(3)}, \quad P_1^{(3)} = 0.$$

После наложения 4-го слоя аналогично получаем

$$P_4^{(4)} = \sigma_0(4)\gamma_4, \quad P_3^{(4)} = P_3^{(3)} + F_3 P_4^{(4)} = \sigma_0(3)\gamma_3 + F_3 P_4^{(4)},$$

$$P_2^{(4)} = P_2^{(3)} + F_2 \Delta P_3^{(4)} = \sigma_0(2)\gamma_2 + F_2 P_3^{(3)} + F_2 (P_3^{(4)} - P_3^{(3)}) =$$

$$= \sigma_0(2)\gamma_2 + F_2 P_3^{(4)}, \quad P_1^{(4)} = 0,$$

и т.д.

Таким образом, все промежуточные давления P_k на границах раздела слоев после окончания намотки последнего витка можно найти по рекуррентной формуле

$$P_k = \sigma_0(k)\gamma_k + F_k P_{k+1} \quad (k = n, n-1, \dots, 1)$$

с граничными условиями $P_{n+1} = 0$, $\sigma_0(1) = 0$, где коэффициенты F_k вычисляются по формулам (13) для композитного цилиндра, подвергнутого внешнему давлению. После этого радиальные и тангенциальные напряжения могут быть вычислены в любом месте катушки по формулам (5)-(7).

4. Снятие катушки с бобины

После окончания намотки катушка снимается с бобины (оправки), т.е. меняется ее внутренний радиус r_1 , который мог быть равен нулю, если намотка велась на сплошной цилиндр, или отличный от нуля, если намотка велась на трубу. После снятия с бобины (или проточки оправки изнутри) на новом внутреннем радиусе r_1^* ($r_1 \leq r_1^* \leq r_2$) возникает новое граничное условие $P_1^* = 0$. До снятия с бобины на этом радиусе существовало некое радиальное напряжение $\sigma(r_1^*)$.

Исходя из принципа суперпозиции мы приходим к выводу, что напряжения в катушке после снятия ее с оправки или проточки оправки могут быть найдены, если к образовавшимся в процессе намотки напряжениям алгебраически прибавить напряжения, которые возникают в композитном цилиндре под действием внутреннего давления $P_1 = \sigma_r(r_1^*)$. Эти напряжения рассчитываются по методу, описанному в разделе 2 для цилиндра, подвергнутого внутреннему давлению. В принципе перед снятием катушки с бобины катушка может подвергнуться операциям, которые могут изменить упругие характеристики ее слоев (например, после импрегнирования эпоксидами компаундами). В этом случае следует заново вычислить коэффициенты A_k , B_k , C_k по формулам (11) с учетом новых значений модулей упругости.

Если солиноид предназначен для работы при низких температурах (скажем, в азоте или гелии), то нужно учесть термомеханические напряжения, возникающие в катушке при ее охлаждении. Обозначим $\alpha_k = \Delta l_k / l_k$ интегральное относительное температурное изменение длины материала k -го слоя при его охлаждении до рабочей температуры.

Деформация k -го слоя содержит упругую часть (5), обусловленную давлениями P_k и P_{k+1} на его границах, и тепловую часть, обусловленную изменением температуры, т.е.

$$u_k(r) = \frac{1 - \nu_k}{E_k} \frac{P_k r_k^2 - P_{k+1} r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} r + \frac{1 + \nu_k}{E_k} \frac{P_k - P_{k+1}}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \frac{r_k^2 r_{k+1}^2}{r} + \alpha_k r. \quad (18)$$

Если принять, что цилиндры в процессе охлаждения не расслаиваются, то должно выполняться условие неразрывности $u^{(k-1)}(r_k) = u^{(k)}(r_k)$. Отсюда, как и в разделе 2, получается рекуррентное уравнение, связывающее три последовательных значения давлений на границах раздела

$$A_k P_k - B_k P_{k-1} - C_k P_{k+1} = (\alpha_{k-1} - \alpha_k) r_k \quad (k = 2, \dots, n) \quad (19)$$

с граничными условиями $P_1 = P_{n+1} = 0$.

Его решение точно так же получается методом прогонки

$$P_k = F_k P_{k+1} + H_k, \quad (20)$$

где коэффициенты F_k и H_k удовлетворяют рекуррентным соотношениям

$$F_k = \frac{C_k}{A_k - B_k F_{k-1}}, \quad H_k = \frac{(\alpha_{k-1} - \alpha_k) r_k + B_k H_{k-1}}{A_k - B_k F_{k-1}} \quad (21)$$

с начальными значениями $F_1 = 0$, $H_1 = 0$, вытекающими из условия $P_1 = 0$.

Итак, мы получили удобную процедуру для вычисления температурных напряжений, обусловленных разницей температурных коэффициентов расширения слоев. Сперва находим коэффициенты A_k , B_k , C_k по формулам (11), при этом следует учесть, что упругие характеристики могут измениться с температурой. Далее, прямой прогонкой (21) рассчитываем коэффициенты F_k , H_k ($k = 2, \dots, n$) и, наконец, обратной прогонкой (20) вычисляем промежуточные давления P_k ($k = n, n-1, \dots, 2$) на границах раздела слоев исходя из граничного условия $P_{n+1} = 0$. После всего этого по формулам (5)–(7) можно найти деформации, а также радиальные и тангенциальные напряжения, которые следует алгебраически добавить к напряжениям, существовавшим в катушке после ее изготовления.

6. Механические напряжения в катушке при вводе тока

При вводе тока в токонесущем проводнике возникает поперечная сила, радиальная компонента которой имеет объемную плотность $f_r(r) = jB_z(r)$, где j — плотность тока в соответствующем цилиндрическом слое, которую мы здесь будем считать постоянной по радиусу, а $B_z(r)$ — аксиальная компонента магнитного поля. Основное уравнение (1) принимает вид

$$u'' + \frac{1}{r}u' - \frac{1}{r^2}u = -\frac{1-\nu^2}{E}jB_z(r). \quad (22)$$

В общем случае поле $B_z(r)$ аналитически не выражается, но может быть с достаточной точностью аппроксимировано линейной зависимостью [8]. В этом случае решение уравнения известно [8] и имеет вид

$$u(r) = \frac{1-\nu}{E}cr + \frac{1+\nu}{E}\frac{d}{r} - \frac{1-\nu^2}{E}jh(r), \quad (23)$$

где

$$h(r) = r^2(h_1r + h_0), \quad (24)$$

$$h_1 = \frac{1}{8}\frac{B_2 - B_1}{r_2 - r_1}, \quad h_0 = \frac{1}{3}\frac{B_1r_2 - B_2r_1}{r_2 - r_1}. \quad (25)$$

Здесь r_1 и r_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы цилиндрического токового слоя, B_1 и B_2 — значения аксиальной компоненты поля на этих радиусах.

Зная $u(r)$, можно легко найти [6] радиальные и тангенциальные напряжения

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= c - \frac{d}{r^2} - jf(r), \\ \sigma_\theta(r) &= c + \frac{d}{r^2} - jg(r), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$f(r) = r[(3+\nu)h_1r + (2+\nu)h_0], \quad g(r) = r[(1+3\nu)h_1r + (1+2\nu)h_0]. \quad (27)$$

Рассмотрим теперь k -й слой и введем, как и прежде, радиальные давления P_k и P_{k+1} на его границах. Тогда константы c_k и d_k для формул (23) и (26) могут быть найдены из граничных условий $\sigma^{(k)}(r_k) = -P_k$ и $\sigma^{(k)}(r_{k+1}) = -P_{k+1}$, т.е.

$$\begin{aligned} c_k - \frac{d_k}{r_k^{(2)}} &= -P_k + j_k f(r_k) = -\tilde{P}_k, \\ c_k - \frac{d_k}{r_{k+1}^2} &= -P_{k+1} + j_k f(r_{k+1}) = -\tilde{P}_{k+1}. \end{aligned} \quad (28)$$

Отсюда, как и в разделе 1, получаем

$$c_k = \frac{\tilde{P}_k r_k^2 - \tilde{P}_{k+1} r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2}, \quad d_k = \frac{\tilde{P}_k - \tilde{P}_{k+1}}{r_{k+1}^2 - r_k^2} r_k^2 r_{k+1}^2, \quad (29)$$

тогда выражение для $u^{(k)}(r)$ в (23) принимает вид

$$u^{(k)}(r) = \frac{1 - \nu_k}{E_k} \frac{P_k r_k^2 - P_{k+1} r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} r + \frac{1 + \nu_k}{E_k} \frac{P_k - P_{k+1}}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \frac{r_k^2 r_{k+1}^2}{r} - L_k(r), \quad (30)$$

где

$$L_k(r) = j_k \left[\frac{1 - \nu_k}{E_k} \frac{f_k r_k^2 - f_{k+1} r_{k+1}^2}{r_{k+1}^2 - r_k^2} r + \frac{1 + \nu_k}{E_k} \frac{f_k - f_{k+1}}{r_{k+1}^2 - r_k^2} \frac{r_k^2 r_{k+1}^2}{r} + \frac{1 - \nu_k^2}{E_k} h(r) \right]. \quad (31)$$

Здесь $f_k = f(r_k)$, $f_{k+1} = f(r_{k+1})$, а функции $f(r)$ и $h(r)$ определены формулами (27) и (24).

Из условия неразрывности обмотки $u^{(k)}(r_k) = u^{(k+1)}(r_k)$, как и прежде, получится рекуррентное уравнение

$$A_k P_k - B_k P_{k-1} - C_k P_{k+1} = L_k(r_k) - L_{k-1}(r_k). \quad (32)$$

Уравнение (32) вполне аналогично уравнению (19), если заменить $a_k r$ на $-L_k(r)$. Следовательно, его решение можно искать в виде (20)

$$P_k = F_k P_{k+1} + R_k \quad (33)$$

с рекуррентными соотношениями для F_k и R_k

$$F_k = \frac{C_k}{A_k - B_k F_{k-1}}, \quad R_k = \frac{L_k(r_k) - L_{k-1}(r_k) + B_k R_{k-1}}{A_k - B_k F_{k-1}} \quad (34)$$

с начальными значениями $F_1 = 0$ и $R_1 = 0$, которые следуют из граничного условия $P_1 = 0$.

Таким образом, получена процедура расчета сил в композитном цилиндре с азимутальными токами. Сначала по формулам (11) рассчитываются коэффициенты A_k , B_k , C_k , затем по формулам (34) и (31) прямой прогонкой находим коэффициенты F_k и R_k ($k = 2, n \dots, n$). Естественно, что в изолирующем слое полагается $j_k = 0$ и $L_k = 0$. Далее, по формуле (33) обратной прогонкой вычисляем промежуточные давления P_k ($k = n, n - 1, \dots, 2$) исходя из граничного условия $P_{n+1} = 0$. По найденным значениям P_k находим из формул (28) величины \tilde{P}_k и по формулам (29) коэффициенты c_k , d_k , после чего по формулам (23) и (26) можно найти радиальные и тангенциальные напряжения в любом месте катушки. Полученные деформации и напряжения следует алгебраически сложить с их значениями, существовавшими в системе до ввода тока.

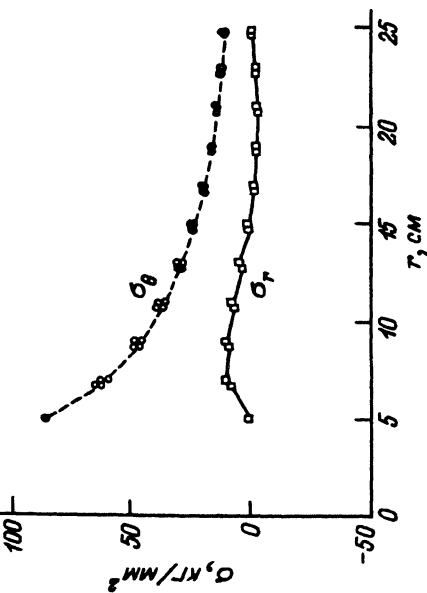


Рис. 3. Напряжения σ_r и σ_θ в обмотке соленоида под действием пондеромоторных сил.

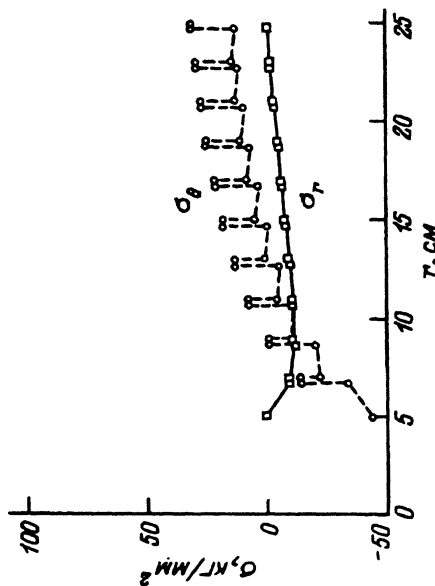


Рис. 5. Напряжения σ_r и σ_θ в катушке после снятия с бобины.

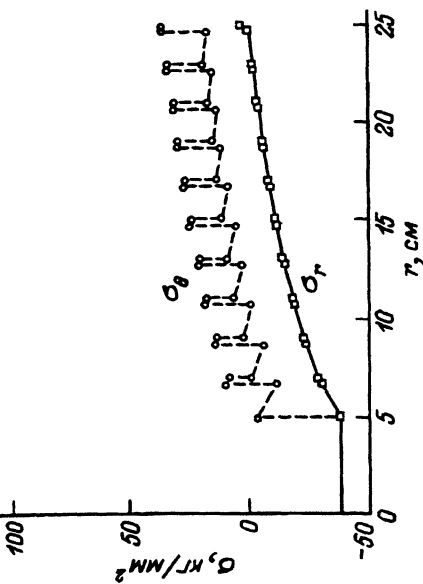


Рис. 4. Напряжения σ_r и σ_θ в катушке после снятия на бобину с нагнетением $\sigma_1 = 18 \text{ кг/мм}^2$ для проводника и $\sigma_2 = 35 \text{ кг/мм}^2$ для изолятора.

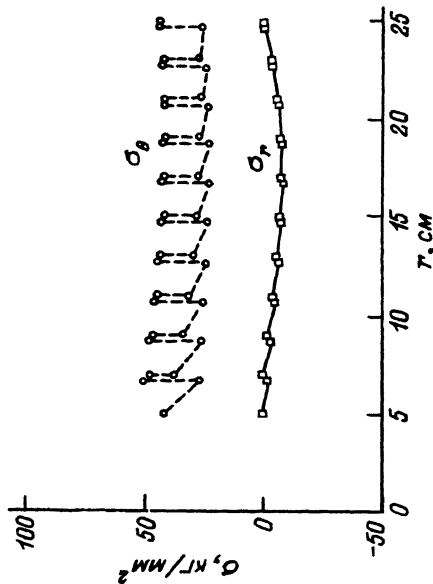


Рис. 6. Напряжения σ_r и σ_θ после ввода тока.

7. Пример расчетов

Для иллюстрации рассмотрим модельный соленоид, имеющий внутренний радиус $a_1 = 5$ см, внешний радиус $a_2 = 25$ см, длину 30 см. Полное число слоев проводника и изолятора $n = 20$, толщина слоя проводника 1.7 см, изолятора — 0.3 см, коэффициент заполнения обмотки $\lambda = 0.85$. При плотности тока $j = 21.72$ кА/см² поле в центре системы $B_0 = 33.29$ Тл, поля на внутреннем и внешнем радиусах в медианной плоскости равны соответственно $B_1 = 33.86$ Тл и $B_2 = -4.52$ Тл. Модуль Юнга проводника $E_1 = 1.36 \cdot 10^6$ кг/см², изоляции — $E_2 = 1.43 \cdot 10^6$ кг/см², коэффициенты Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = 0.33$, допустимые напряжения в проводнике $\sigma_{\max} = 45$ кГ/мм². На рис. 3 представлены радиальные $\sigma_r(r)$ и тангенциальные $\sigma_\theta(r)$ напряжения в медианной плоскости обмотки, рассчитанные по многослойной модели в предположении, что натяжение при намотке отсутствует и коэффициенты сокращения обоих материалов при охлаждении одинаковы, т.е. все напряжения обусловлены исключительно пондеромоторными силами. Видно, что тангенциальные напряжения распределены по обмотке очень неравномерно и на внутреннем радиусе почти вдвое превышает допустимые значения. Кроме того, радиальные напряжения во внутренних слоях имеют положительный знак, что означает возможность радиального расслоения обмотки.

Чтобы такая катушка могла генерировать указанное выше поле, она должна быть изготовлена так, чтобы до ввода тока ее внутренняя часть находилась в состоянии сжатия. Тогда при вводе тока, когда начинают действовать пондеромоторные силы, внутренние витки разгружаются и переходят в состояние растяжения лишь при превышении некоторого уровня тока. Это может быть достигнуто путем намотки катушки с программируемым предварительным натяжением проводника и изолятора (внутреннее бандажирование), а также использованием в качестве армирующей ленты вещества, которое при охлаждении сжимается сильнее, чем проводник (внутренний термобандаж [9]).

Мы для иллюстрации покажем влияние предварительного натяжения при намотке. На рис. 4 показаны напряжения в системе при намотке с постоянным натяжением проводника $\sigma_1 = 18$ кг/мм² и изолирующего слоя $\sigma_2 = 35$ кг/мм². При расчете предпологалось, что намотка ведется на сплошную бобину с модулем Юнга $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см² и $\nu = 0.33$ и температурное сокращение материалов проводника и изолятора при охлаждении одинаково. На рис. 5 показано, как перераспределяются усилия в системе после сжатия катушки с бобины, а на рис. 6 — после ввода тока. Видно, что напряжения в проводнике становятся значительно более равномерными по сечению обмотки и нигде не превышают заданной величины 45 кг/мм².

Список литературы

- [1] Garden P.O. // Rep. Progr. Phys. 1976. Vol. 39. N 11. P. 1017–1066.
- [2] Кривошлюцкая Н.В., Русинов А.С. // Тр. ФИАН. 1980. Т. 121. С. 14–51.
- [3] Лагутин А.С., Ожогин В.И. Сильные импульсные поля в физическом эксперименте. М.: Атомэнергиздат, 1988.
- [4] Arp V. // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48. N 5. P. 2026–2036.
- [5] Liedl J., Gauster W.F., Haslacher H., Grössinger R. // IEEE Trans. Magan. 1981. Vol. Mag-17. N 6. P. 3256–3258.

- [6] Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Т. 2. М.: Наука, 1965.
- [7] Годунов С.К., Рябенкий И.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1973.
- [8] Монтомери Д. Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971.
- [9] Капица П.Л., Луганский Л.В. АС. СССР. № 693876. кл. H01F 7/22. 1979.
-