

01;03

©1994 г.

НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА МАГНИТНОЙ АНАЛОГИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ У КОРПУСА СУДНА

Э.Л.Амромин, В.В.Дробленков, А.А.Пономарев, А.А.Пономарев

Центральный научно-исследовательский институт им. А.Н.Крылова,
196158, Санкт-Петербург
(Поступило в Редакцию 28 октября 1993 г.)

Магнитная аналогия для решения задач гидромеханики традиционно основывалась на полной тождественности уравнений и краевых условий для непроницаемых тел в идеальной несжимаемой жидкости и для идеальных проводников в стационарном магнитном поле. Стремительное развитие компьютеров и программ расчета течений идеальной жидкости (от [1] до [2]) породило некоторый скептицизм относительно перспектив магнитной аналогии. Однако представляется, что было бы преждевременным провозглашать ее вытеснение расчетными методами, основанными на применении современных компьютеров. Прежде всего магнитную аналогию оказывается рациональным применять для определения давления на телах сложной геометрии, в первую очередь при наличии на корпусе рулей, кронштейнов и других выступающих частей.

Здесь приводятся некоторые иллюстрации такого почти традиционного использования магнитного поля. Кроме того, излагаются теоретические и экспериментальные основы использования этой аналогии для анализа влияния пограничного слоя судна на распределение давления по находящемуся в нем телу. Эти ранее не обсуждавшиеся основы существенно расширяют возможности применения магнитной аналогии.

Рассмотрим вначале некоторые общие положения магнитной аналогии. Индуктор установки магнитной аналогии заполнен воздухом, т.е. диэлектриком с практически постоянными электрической и магнитной проницаемостями ϵ и μ . Там имеют место уравнения Максвелла

$$\operatorname{div} H = 0, \quad \operatorname{rot} H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} E + \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0. \quad (1)-(3)$$

После исключения напряженности электрического поля из (2) с помощью (3), а также с учетом (1) и соотношения $\mu\epsilon c^2 = 1$ это уравнение принимает вид

$$\Delta H = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Если частота магнитного поля ω не очень велика и отношение c/ω гораздо больше размера установки, то для всех трех компонент вектора H вполне обосновано представление

$$H(x, y, z, t) = \Phi(z, y, z) e^{i(\omega t + \varphi)},$$

при котором (4) переходит в уравнение Гельмгольца

$$\Delta \Phi + \frac{\omega^2}{c^2} \Phi = 0. \quad (5)$$

При очень низких частотах можно пренебрегать $\partial E/\partial t$ в (2) и вместо (5) рассматривать уравнение Лапласа относительно стационарного потенциала напряженности магнитного поля, но при любых ω [3] на проводящей поверхности s модели корпуса или другого тела отсутствует нормальная компонента вектора H

$$(H, N) = 0. \quad (6)$$

Здесь N — нормаль к s , $\omega = \text{const}$. В результате измерений в практически стационарном магнитном поле на s или вблизи нее определяется коэффициент давления $C_p = 1 - (H/H_0)^2$. Здесь H_0 — модуль напряженности невозмущенного моделью поля в индукторе, величину C_p можно принимать в качестве безразмерного коэффициента давления в жидкости при стационарном обтекании ею той же модели. Физическая погрешность этого предположения принципиально точно такая же, как и погрешность определения C_p с помощью уравнений механики идеальной жидкости. Практически же измерения с магнитным полем для многих инженерных задач гораздо удобнее вычислений компонент скорости потенциального обтекания s , так как известно [1], что при этом необходимо разбить s не менее чем на 500 элементарных площадок даже в отсутствие выступающих частей. Наличие этих частей не только увеличивает число площадок, но и усложняет принцип разбивки. Особенности построения расчетной сетки должны тогда отслеживать положение выступающих частей и, если они смещаются в другое место, области сгущения сетки должны перемещаться вместе с ними по s . Такая перестройка расчетной сетки создает дополнительные трудности при попытках решить задачу размещения выступающих частей численно. Подобных трудностей нет в магнитной установке, где поле всегда самосогласовано. Там перемещение выступающих частей вдоль корпуса обычно требует лишь нескольких минут. На компьютере неизбежны вычисления плотности потенциала на всей поверхности s . Измерение H можно производить только там, где этого требует конкретная техническая задача. Расстояние между контрольными точками при измерениях может уменьшаться до 3 мм (база измерительной катушки датчика).

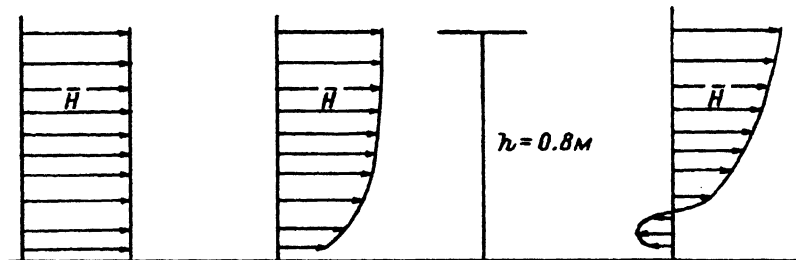


Рис. 1.

Наряду с такими относительно традиционными измерениями были выполнены измерения H на значительных расстояниях от тел. При использовании в этих случаях высокочастотного поля ($\omega \sim 10^5 \text{ с}^{-1}$) распределения $|H/H_0|$ по координате y имели представленный на рис. 1 вид. Полученные распределения $H(y)$ соответствуют известным в теории пограничного слоя [4] профилям скорости. Резкое отличие уравнений электромагнитного поля и пограничного слоя затрудняет объяснение этого факта, но все же представляется возможным необходимое объяснение найти.

Дело в том, что линейное уравнение (5) имеет большой набор фундаментальных решений. В частности, в плоском случае в этот набор входят

$$\Phi_1(x, y) = C_1 \cos \{k_1(x + x_0)\} \sin \{k_2(y + y_0)\}, \quad k_1^2 + k_2^2 = \omega^2 c^{-2}, \quad (7)$$

$$\Phi_2(x, y) = C_2 \exp \left\{ \frac{ir\omega}{c} \right\} \ln |r|, \quad r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2. \quad (8)$$

Здесь $k_1, k_2, C_1, C_2, x_0, y_0$ — константы, определяемые из условий на s и на границе камеры s_e . Физически Φ_2 соответствует полю изолированного витка. Поле вида Φ_1 может быть подобрано между двумя катушками, причем ненулевой сдвиг фаз между током в них позволил бы регулировать отношение k_1/k_2 . Комбинируя решения вида (7), (8), можно построить при $r \ll \omega/c$

$$\Phi(x, y) = C_2 \frac{\ln y}{2} + \cos \{k_1(x + x_0)\} \left[C_1 \sin \{k_2(y + y_0)\} + C_3 \cos \{k_2(y + y_0)\} \right]. \quad (9)$$

В то же время известно, что одна из наиболее удачных аппроксимаций для продольной компоненты скорости в турбулентном пограничном слое имеет вид

$$u(x, y) = v^* \left\{ \frac{1}{\kappa} \ln \left| \ln \frac{yv^*}{\nu} \right| + B + \Pi(x) \left[1 - \cos \left(\frac{y}{\delta} \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

Соотношения (9) и (10) отличаются только обозначениями. В (10) v^* — динамическая скорость; κ, B — постоянные Кармана, δ — толщина слоя, ν — кинематический коэффициент вязкости, функция $\Pi(x)$ определяется из условия сращивания пограничного слоя с потенциальным внешним потоком.

Это совпадение не должно затенять тот факт, что физические поля (9) и (10) будут существовать вне поверхностей совершенно разной геометрии. Задача синтеза профиля скорости (10) с помощью интерференции магнитных полей вида (7), (8) может быть поставлена и решена только для известного профиля $u(x, y)$, полученного каким-либо иным, например расчетным, методом.

Может возникнуть вопрос, в чем тогда смысл такого синтеза. Смысл его в том, что магнитный "пограничный слой" можно растянуть до весьма больших δ , приближающихся к 1 м. Тогда возможно изготовить достаточно большие модели рулей, кронштейнов или других выступающих частей, чтобы измерить распределение C_p на них при обтекании известным потоком типа (10). При анализе обтекания тел пограничными слоями в гидродинамических трубах и опытных бассейнах приходится довольствоваться $\delta \sim 0.01-0.05$ м [5], что практически исключает измерение C_p . Такие измерения необходимы при определении месторасположения и формы судовых выступающих частей и особенно важны для выступающих элементов быстроходных судов, для которых информация о C_p имеет первостепенное значение при прогнозах кавитации. Известно, что неоднородность набегающего на тела потока сложным образом [6] влияет на C_p , причем вычислять в этих случаях экстремум C_p допустимо в рамках теории потенциала. Такую абстракцию используют при расчетах гребных винтов и пропеллеров самолетов [7,8]: так, при расчетах гребных винтов на компьютерах набегающий на лопасти вихревой поток в одной только плоскости аппроксимируется потенциальным и давно известно, что этого достаточно для удовлетворительного вычисления C_p методами теории потенциала. Ту же меру математической строгости имеет магнитное моделирование обтекания тел с помощью синтеза полей типа (9): установка магнитной аналогии может обеспечить профиль напряженности, практически не отличимый от (10), но только в ее фиксированном сечении, а размещенную там проводящую модель можно использовать для измерения C_p . При потенциальной аппроксимации набегающего на винт потока вычислители не имеют претензий на продолжение этой аппроксимации, например, на корпус судна и т.п. При магнитной аппроксимации профилей типа (10) также не должно быть претензий на моделирование всего обтекания корпуса в установке магнитной аналогии и даже рационально в качестве поверхности z выбирать плоскость.

Надо отметить, что некоторые измерения H в высокочастотных полях вызывают искушение заявить о более полном подобии гидродинамического и магнитного полей, чем это имеет место в предложенной

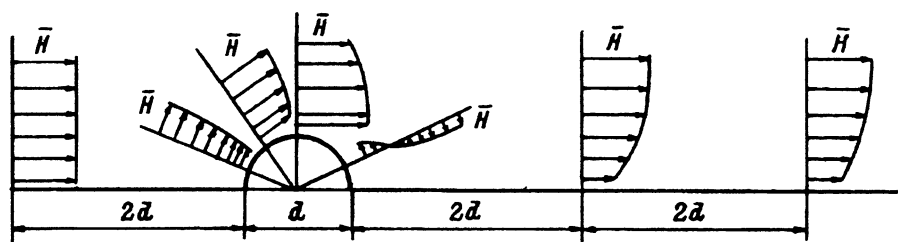


Рис. 2.

выше концепции магнитного моделирования. Так, показанные на рис. 2 средние направления H за металлическим цилиндром откровенно напоминают распределение скоростей в зонах возвратных течений при отрывном обтекании тел. Примененное в этом эксперименте постепенное подключение обмоток соответствует следующему представлению для H

$$H(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z)e^{i\omega(t-x/v_0)}. \quad (11)$$

Здесь v_0 — скорость подключения, т.е. величина, аналогичная по своему физическому смыслу скорости перемещения проводника в магнитном поле, но поскольку в первую очередь интерес представляют не вихревые токи в проводнике, а поле вне его, то после простой подстановки (11) в (1) и (4), полагая $|v_0| \ll c$, вместо уравнения Гельмгольца можно получить

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) \frac{v_0}{\omega} = \frac{\omega}{v_0} \Phi, \quad (12)$$

а в установке магнитной аналогии в качестве среднего значения H измеряется уже $\Phi \exp(-i\omega x/v_0)$. Решив (12) для примера, с помощью разделения переменных в плоском квадрате легко видеть, что H в нем может менять знак. Это свойство уравнений (12) указывает на принципиальные возможности синтезирования в установках магнитной аналогии полей, похожих на поля скорости в зонах возвратных течений.

Указанные здесь возможности могут сделать использование установок магнитной аналогии достаточно эффективным инструментом в научно-исследовательских работах и в проектировании. Безусловно полной аналогии натурным течениям реальной жидкости на них получить принципиально невозможно, но надо помнить, что полной аналогии не дает даже лабораторный гидродинамический эксперимент.

Список литературы

- [1] Hess J.L., Smith A.M.O. // Progress in Aeron. Sci. 1966. Vol. 8. P. 1-138.
- [2] Zlatev P., Chikolov P. // XVIII Sci. and Meth. Sem. on Ship Hydr. Varna, 1989. Vol. 3. P. 881-893.
- [3] Стреттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948.
- [4] Федяевский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973.
- [5] Tulapurkara E.G., Ramjee V., Rajasekar R. // AIAA J. 1990. Vol. 28. P. 1032-1037.
- [6] Амромин Э.Л., Васильев А.В., Семионичева Е.Я. // ПМТФ. 1991. № 5. С. 47-52.
- [7] Attasi H., Goldstein M.E. // Sump. IUTAM sur l'Aeroelasticite dans les turbomachines. Paris, 1976.
- [8] Справочник по теории корабля. Т. 1. Л.: Судостроение, 1986.