

05;09;12

©1994 г.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ МАГНИТОСТРИКЦИИ $\lambda_{100}$ И $\lambda_{111}$ В ОЦЕНКАХ ФЕРРИТ-ГРАНАТОВ МЕТОДОМ ФМР

*А.М.Зюзин, В.В.Радайкин*

Для обеспечения однородности механических напряжений в пленке на подложке, находящейся в состоянии деформации изгиба, предлагается использовать образцы ромбической формы. Теоретически и экспериментально показано, что в приближении сильного поля величины смещений резонансного поля, когда последнее параллельно и перпендикулярно оси напряжений, не зависят от ориентации этой оси в плоскости планки (111).

В работе [1] описан способ, позволяющий измерять методом ФМР константу магнитоэлектрики  $\lambda_{111}$  в пленках феррит-гранатов с ориентацией [111]. В [2] предложена методика определения магнитоупругих констант  $B_1$  и  $B_2$  (с помощью которых легко рассчитать  $\lambda_{100}$  и  $\lambda_{111}$ ), основанная на измерении величины смещения резонансных полей при двух взаимно перпендикулярных ориентациях постоянного поля относительно образца прямоугольной формы, находящегося в состоянии деформации. В работе [2] использован удобный способ деформации — деформация изгиба. Деформировать пленку, находящуюся на поверхности подложки, существенно проще, если образец изгибать. В этом случае требуются значительно меньшие усилия и, как следствие, менее громоздкое устройство, что является важным, если для измерений используется метод ФМР и образец должен находиться в резонаторе. Деформация в [2] производилась с помощью трех диэлектрических опор, средняя из которых была подвижной. Однако, как легко показать, в этом случае напряжения в пленке, находящейся на поверхности изогнутой подложки прямоугольной формы, будут сильно неоднородными. Для компонент тензора напряжений имеем [3]

$$\sigma_{xx} = \frac{3P(l-x)}{bh^2}; \quad \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0, \quad (1)$$

где  $P$  — внешняя сила,  $2l$  — расстояние между крайними опорами,  $x$  — расстояние от средней опоры,  $b$  и  $h$  — соответственно ширина и толщина образца.

Таким образом, приведенные в [2] формулы для компонент тензора деформаций справедливы только для центра образца. Данное обстоятельство приводит к неоднородному распределению магнитоупругой компоненты поля анизотропии по плоскости образца и, как следствие, уширения линии, уменьшению ее интенсивности и появлению существенной погрешности в результатах измерений.

С целью обеспечения большей однородности напряжений по плоскости пленки нами были использованы образцы ромбической формы. Для таких образцов ширина  $b$  будет являться переменной величиной  $b = \mu(l - x)$ , где  $\mu$  — коэффициент, равный тангенсу угла между стороной ромба и его большей диагональю, вдоль которой располагаются диэлектрические опоры. Продольная (соответствующая направлению вдоль большей диагонали ромба) компонента тензора напряжений будет равна  $\delta_{xx} = 3P/\mu h^2$ . Таким образом, в этом случае напряжения будут однородными по плоскости пленки.

В работе [2,3] приведены формулы для расчета магнитоупругих констант. Однако они были выведены и обоснованы лишь для случая, когда ось напряжений параллельна кристаллографическому направлению  $[11\bar{2}]$ . Данное обстоятельство приводит к необходимости предварительного определения кристаллографических направлений в плоскости пленки, например, рентгеновским методом, что является довольно трудоемкой процедурой.

В связи с этим одна из задач настоящей работы состояла в определении влияния ориентации оси напряжений в плоскости пленки  $(111)$ , а также одноосной ростовой и кубической анизотропии на значения магнитоупругих констант, рассчитываемых по величинам смещения резонансного поля  $\delta H_{1,2}$ , при  $H$ , лежащем в плоскости пленки параллельно и перпендикулярно оси напряжений. При расчетах нами был использован метод эффективных размагничивающих факторов. Последние, как известно, (см., например, [4]) являются функциями намагниченности  $M$  и должны учитывать все виды анизотропии. Для определения компонент тензора  $\vec{N}'$ , учитывающего анизотропию, обусловленную магнитоупругим механизмом, запишем выражение для магнитоупругой энергии [5]

$$E_{m,y} = B_1 \sum_j \alpha_i^2 U_{ii} + \frac{1}{2} B_2 \sum_{i,j \neq i} \alpha_i \alpha_j U_{ij}, \quad (2)$$

где  $\alpha_i$  — направляющие косинусы намагниченности,  $U_{ij}$  — компоненты тензора деформации.

Выражение (2) записано для системы координат  $l_1 l_2 l_3$ , совпадающей с кристаллографическими осями  $[100]$ ,  $[010]$ ,  $[001]$ .

Рассмотрим теперь пленку, плоскость которой совпадает с кристаллографической плоскостью  $(111)$ . Введем такую систему координат  $l'_1 l'_2 l'_3$ , что ее оси  $l'_1 \parallel [1\bar{1}0]$ ,  $l'_2 \parallel [11\bar{2}]$ ,  $l'_3 \parallel [111]$ . Матрица перехода между исходной и введенной системами координат будет иметь вид

$$\hat{a} = (l_i, l'_j) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 0 & -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Пользуясь правилами преобразования для компонент вектора и тензора при переходе от одной системы координат к другой, выражение для магнитоупругой энергии в системе  $l'_1 l'_2 l'_3$  запишем в виде

$$E_{м.у} = \sum_k \sum_l \left\{ \frac{B_1}{M^2} \sum_i \sum_m \sum_n a_{ik} a_{il} a_{im} a_{in} \tilde{U}_{mn} + \frac{B_2}{2M^2} \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_r \sum_s a_{ik} a_{jl} a_{ir} a_{js} \tilde{U}_{rs} \right\} M'_k M'_l, \quad (4)$$

или

$$E_{м.у} = \sum_k \sum_l B_{kl} M'_k M'_l. \quad (5)$$

Здесь  $a_{pq}$  — направляющие косинусы,  $\tilde{U}_{pq}$  — компоненты тензора деформаций в системе  $l'_1 l'_2 l'_3$ ,  $M'_i$  — компоненты намагниченности в этой же системе.

Значения компонент тензора  $\vec{N}'$  найдем путем сопоставления выражений для соответствующего эффективного поля [4]

$$\mathbf{H}' = -\frac{\partial E_{м.у}}{\partial \mathbf{M}} \quad \text{и} \quad \mathbf{H}' = -\vec{N}' \mathbf{M}'. \quad (6)$$

Итак, с одной стороны, компоненты поля анизотропии

$$H'_k = -2 \sum_l B_{kl} M'_l, \quad (7)$$

с другой стороны, их можно записать как

$$H'_k = - \sum_l N'_{kl} M'_l, \quad (8)$$

где  $N'_{kl}$  — компоненты тензора  $\vec{N}'$  в системе  $l'_1 l'_2 l'_3$ .

Из (4), (7), (8) получим

$$N'_{kl} = 2B_{kl} = \sum_m \sum_n \left\{ \frac{2B_1}{M^2} \sum_i a_{ik} a_{il} a_{im} a_{in} + \frac{B_2}{M^2} \sum_i \sum_j a_{ik} a_{jl} a_{im} a_{jn} \right\} \tilde{U}_{mn} \quad (9)$$

или

$$N'_{kl} = \sum_{m,n} P_{mn}^{kl} \tilde{U}_{mn}. \quad (10)$$

Производя замену

$$\sum_i a_{ik} a_{il} a_{im} a_{in} = R_{mn}^{kl} \quad (11)$$

и обозначив

$$\beta_1 = \frac{2B_1}{M^2}, \quad \beta_2 = \frac{B_2}{M^2}, \quad \beta_3 = \beta_1 - \beta_2, \quad (12)$$

получим

$$P_{mn}^{kl} = R_{mnn}^{kl} \beta_3 + \beta_2 \delta_{ln} \delta_{km}, \quad (13)$$

где учтено, что матрица перехода  $\tilde{a}$  является ортонормированной и для нее  $\sum_i a_{il} a_{jn} = \delta_{ln}$ , где  $\delta_{ln}$  — символ Кронекера.

Введем еще две системы координат:  $l_1'' l_2'' l_3''$ , связанную с осью напряжений (деформаций) в пленке, и  $\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$ , связанную с вектором намагниченности  $M$ .

Пусть напряжения в пленке приложены вдоль некоторого направления в ее плоскости. Обозначим это направление как ось  $l_1''$ , перпендикулярное ему направление, также лежащее в плоскости пленки, обозначим как ось  $l_2''$ , а нормаль к пленке —  $l_3''$ . Таким образом, тензор напряжений в этой системе будет содержать единственную ненулевую компоненту  $\sigma_{11} = \sigma_0$ . Пусть деформация вдоль оси  $l_1''$  равна  $U_0$ . Тогда деформация в перпендикулярных направлениях будет равна  $-\nu U_0$ , где  $\nu$  — коэффициент Пуассона. Итак, имеем  $\tilde{U}_{11} = U_0$ ;  $\tilde{U}_{22} = \tilde{U}_{33} = -\nu U_0$ .

Введем угол  $\varphi$ , связывающий систему  $l_1 l_2 l_3$  с системой  $l_1'' l_2'' l_3''$ , так что

$$\begin{aligned} l_1'' &= \cos \varphi l_1' + \sin \varphi l_2', \\ l_2'' &= -\sin \varphi l_1' + \cos \varphi l_2', \quad l_3'' = l_3'. \end{aligned} \quad (14)$$

Выразим компоненты тензора  $\tilde{U}_{ik}$  через  $\tilde{U}_{ml}$

$$\tilde{U}_{ik} = \sum_m \sum_l (l_i' l_m'') (l_k' l_l'') \tilde{U}_{ml}. \quad (15)$$

Тогда в системе  $l_1' l_2' l_3'$  матрицу компонент тензора  $\tilde{U}$  можно записать как

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} (\cos^2 \varphi - \nu \sin^2 \varphi) & (1 + \nu) \sin \varphi \cos \varphi & 0 \\ (1 + \nu) \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi - \nu \cos^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{pmatrix} \cdot U_0. \quad (16)$$

Рассмотрим теперь систему координат  $\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$ , такую что в ней ось  $\epsilon_3$  совпадает с вектором  $M$ , лежащим в плоскости пленки и составляющим угол  $\Psi$  с осью  $l_1'$ . Матрица перехода будет иметь вид

$$\hat{A} = (l_i' \epsilon_j) = \begin{pmatrix} \sin \Psi & 0 & \cos \Psi \\ -\cos \Psi & 0 & \sin \Psi \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Тензор эффективных размагничивающих факторов в системе  $\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$  можно выразить как

$$(\vec{N}')^\epsilon = A^{-1} \vec{N}' A. \quad (18)$$

Для решения задачи необходимо определить полный тензор эффективных размагничивающих факторов, учитывающий кроме анизотропии, обусловленной магнитупругой энергией, также анизотропию формы, одноосную и кубическую анизотропию. Записав в исходной  $l_1 l_2 l_3$  системе координат выражение кубической анизотропии, в системе  $l'_1 l'_2 l'_3$  для энергии одноосной (включающей и энергию размагничивающего поля) и проделав аналогичным образом преобразования, получим необходимые для расчета значения компонент тензора  $(\vec{N}_a)^\epsilon$  в системе координат  $\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$

$$\begin{aligned} (N_{11}^a)^\epsilon &= -\frac{K_1}{M^2}; & (N_{12}^a)^\epsilon &= \frac{K_1}{2M^2} \sin 3\Psi, \\ (N_{22}^a)^\epsilon &= 4\pi - 2\frac{K_u}{M^2} - 2\frac{K_1}{M^2}; & (N_{33}^a)^\epsilon &= -\frac{K_1}{M^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь  $K_1$  и  $K_u$  — первые константы кубической и одноосной ростовой анизотропии соответственно. В приближении сильного поля второй константой анизотропии в силу ее малости [6] мы пренебрегаем.

Определив по формуле

$$\vec{N}^\epsilon = (\vec{N}_a)^\epsilon + (\vec{N}')^\epsilon \quad (20)$$

компоненты полного тензора эффективных размагничивающих факторов, запишем резонансное соотношение Киттеля

$$\begin{aligned} (\omega/\gamma)^2 &= \{H + [(N'_{33})^\epsilon - (N_{33}^a)^\epsilon] M\} \left\{ H + [(N'_{22})^\epsilon - (N_{33}^a)^\epsilon] M - \frac{2K_u}{M} + \right. \\ &\quad \left. + 4\pi M - \frac{K_1}{M} \right\} - \left[ (N'_{12})^\epsilon + \frac{K_1}{2M^2} \sin 3\Psi \right]^2 M^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Как следует из литературных данных [1,2,5] и экспериментальных результатов настоящей работы, величины  $(N'_{ij})^\epsilon M \sim \beta_1 U_0 M$  и  $\beta_2 U_0 M$ , а также  $K_1/2M$  [7,8] малы по сравнению с  $\omega/\gamma$  и  $K_u/M$ . В частности, при  $\omega/\gamma \approx 3300$  Э последнее слагаемое в (21) при  $H$ , параллельном плоскости пленки (111), приводит к поправке в величине  $H$ , равной  $\sim 1-3$  Э. Поэтому, пренебрегая в приближении сильного поля ( $\omega/\gamma \gg \gg K_1/M, N'_{ij} M$ ) квадратами этих величин, получим для резонансного значения  $H$

$$H = H_0 - \frac{(N'_{11})^\epsilon + (N'_{22})^\epsilon - 2(N'_{33})^\epsilon}{2} M + 3Q \frac{(N'_{11})^\epsilon - (N'_{22})^\epsilon}{2} M, \quad (22)$$

где

$$H_0 = \frac{H_k^{\text{эф}}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{H_k^{\text{эф}}}{2}\right)^2}$$

— резонансное поле недеформированного образца,

$$3Q = \frac{H_k^{\text{эф}}}{2} \sqrt{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 + \left(\frac{H_k^{\text{эф}}}{2}\right)^2}, \quad H_k^{\text{эф}} = \frac{2K_u}{M} - 4\pi M + \frac{K_1}{M}.$$

Определим компоненты  $(N'_{ij})^\epsilon$ . Тензор  $R_{mn}^{kl}$  симметричный. Поэтому из всей совокупности независимыми будут только 15 компонент. Определив их, найдем компоненты  $P_{mn}^{kl}$ . Подставив в (10) и проведя необходимые преобразования, получим

$$(N'_{11})^\epsilon + (N'_{22})^\epsilon - 2(N'_{33})^\epsilon = -(1 + \nu) \left[ (\beta_1 + 2\beta_2) \cos^2(\varphi - \Psi) - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right], \quad (23)$$

$$(N'_{11})^\epsilon - (N'_{22})^\epsilon = -(1 + \nu) \left[ \frac{\beta_1 + \beta_2}{3} \sin^2(\varphi - \Psi) - \frac{\beta_1 - \beta_2}{6} \right]. \quad (24)$$

Резонансное поле  $H$  будет равно

$$H = H_0 - 3d[\beta_1 + \beta_2 - 2(\beta_1 + 2\beta_2) \cos^2(\varphi - \Psi)] + 3dQ[\beta_1 + 5\beta_2 - 2(\beta_1 + 2\beta_2) \cos^2(\varphi - \Psi)], \quad (25)$$

где  $d = (1 + \nu)M/6$ .

Рассмотрим два случая: 1)  $\Psi = \varphi$ ,  $H = H_1$  — резонансное поле деформированного образца, когда  $\mathbf{H}$  параллельно оси напряжений, совпадающей с большой диагональю ромба,

$$H_1 = H_0 + 3d(\beta_1 + 3\beta_2) - 3dQ(\beta_1 - \beta_2); \quad (26)$$

2)  $\Psi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$ ,  $H = H_2$  — резонансное поле деформированного образца, когда  $\mathbf{H}$  перпендикулярно оси напряжений

$$H_2 = H_0 - 3d(\beta_1 + 3\beta_2) + 3dQ(\beta_1 + 5\beta_2). \quad (27)$$

Отметим, что и в первом и во втором случаях  $\mathbf{H}$  лежит в плоскости пленки.

Обозначив  $\delta H_1 = H_1 - H_0$ ,  $\delta H_2 = H_2 - H_0$ , получим

$$\beta_1 = -\frac{(1 - 5Q)\delta H_1 + (3 + Q)\delta H_2}{6d(1 - Q)(1 + 3Q)}, \quad \beta_2 = \frac{\delta H_1 + \delta H_2}{6d(1 + Q)}. \quad (28)$$

Учитывая, что

$$U_0 = \frac{3P}{\mu h^2 E},$$

где  $E$  — модуль Юнга, найдем

$$B_1 = \frac{(1 - 5Q)\delta H_1 + (3 + Q)\delta H_2}{2D(1 - Q)(1 + 3Q)}, \quad (29)$$

$$B_2 = -\frac{\delta H_1 + \delta H_2}{D(1 + 3Q)}. \quad (30)$$

Здесь

$$D = -\frac{1}{2M} \frac{3(1 + \nu)P}{\mu h^2 E}.$$

Зная магнитоупругие константы  $B_1$  и  $B_2$ , по формулам [9]

$$\lambda_{100} = \frac{2}{3} \frac{B_1}{C_{12} - C_{11}}, \quad \lambda_{111} = -\frac{1}{3} \frac{B_2}{C_{44}}, \quad (31)$$

где  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$  — коэффициенты упругой жесткости, легко определить значения констант магнитострикции.

Отметим, что в тех случаях, когда нельзя пренебречь различием между длиной большей диагонали и расстоянием между крайними опорами, для расчета продольной компоненты тензора напряжений следует пользоваться формулой

$$\sigma_{xx} = \frac{3P}{\mu h^2} \left( 1 - \frac{d}{l + d - x} \right), \quad (32)$$

в которой  $d$  — полуразность длины большей диагонали и расстояния между крайними опорами.

Как видно из формулы, напряжения в этом случае будут неоднородными, но степень неоднородности существенно меньше, чем для прямоугольного образца. Кроме того, для обеспечения большей корректности измерений можно сравнить наиболее неоднородно напряженные участки пленки, находящиеся у концов большей диагонали ромба.

С целью экспериментальной проверки влияния формы образца на однородность упругих напряжений по плоскости пленки нами были проведены измерения зависимости ширины линии ФМР  $2\Delta H$  однородных образцов от величины нагрузки  $P$ . Образцы прямоугольной и ромбической формы были вырезаны из одной исходной пленки феррита-граната состава  $(YSm)_3Fe_5O_{12}$  и толщиной 2 мкм, имеющей ориентацию (111). На обоих образцах пленка находилась только с одной стороны подложки из гадолиний-галлиевого граната толщиной 0.5 мм. Ширина и длина прямоугольного образца были равны соответственно малой и большой диагоналям ромба. С целью исключения локального возмущения в области действия средней опоры пленку располагали с обратной стороны по отношению к этой опоре. При этом она находилась в состоянии деформации растяжения.

На рис. 1 приведены зависимости ширины линий ФМР от величины силы  $P$ , приложенной к средней подвижной опоре. Как следует из этого рисунка, имеет место значительное уширение линий ФМР для прямоугольного образца. Это можно объяснить возрастанием с увеличением  $P$  неоднородности упругих напряжений, а следовательно, и резонансного поля по плоскости пленки. В то же время для образца ромбической формы ширина линий в пределах точности измерений не зависела от приложенной силы такой же величины.

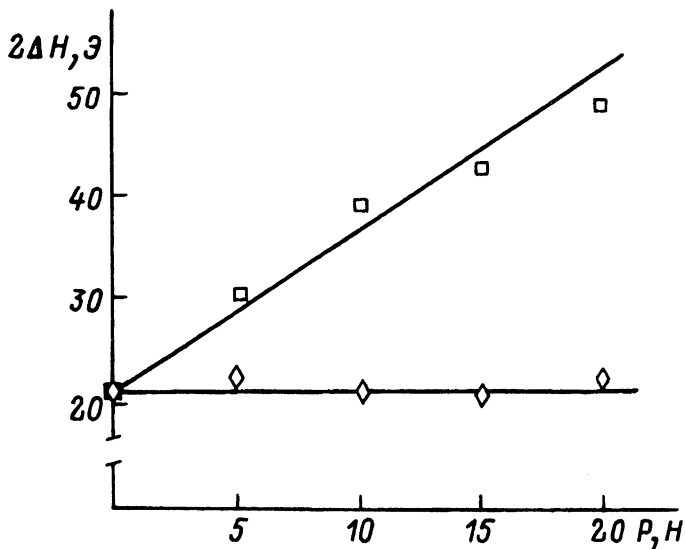


Рис. 1. Зависимость ширины линии  $2\Delta H(P)$  для образцов прямоугольной (1) и ромбической (2) форм.

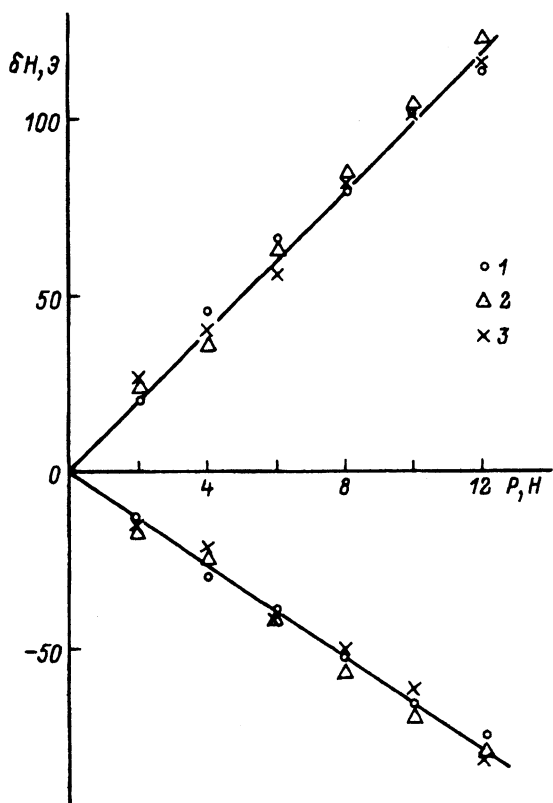


Рис. 2.



Для экспериментального определения влияния ориентации оси напряжений в плоскости пленки (111) на величину смещения резонансного поля  $\delta H_1$  и  $\delta H_2$  (следовательно, и результаты измерений  $B_1, B_2, \lambda_{100}, \lambda_{111}$ ) нами были проведены измерения зависимостей  $\delta H_1(P)$  и  $\delta H_2(P)$  на образцах ромбической формы, у которых большие диагонали ромба составляли с кристаллографической осью  $\langle 112 \rangle$  углы соответственно: 1 — 0, 2 — 30, 3 — 60°. Как следует из приведенных на рис. 2 данных, возможное различие зависимостей  $\delta H_1(P)$  и  $\delta H_2(P)$  для этих образцов не превышает погрешности измерений. Эти экспериментальные результаты подтверждают полученные выше выводы.

Таким образом, в настоящей работе показано, что: 1) для обеспечения однородности напряжений в пленке на подложке, находящейся в состоянии деформации изгиба, а следовательно, и корректности результатов измерений констант магнитострикции можно использовать образцы ромбической формы; 2) ориентация оси напряжений в плоскости пленки (111) не влияет заметно на величины смещений резонансного поля  $\delta H_1$  и  $\delta H_2$ , а следовательно, и результаты измерений констант магнитострикции.

#### Список литературы

- [1] Wang X., Kraft C.S., Kryder M.N. // IEEE Trans. Magn. 1982. Vol. MAC-18. N 6. P. 1295-1297.
- [2] Щеглов В.И. // Микроэлектроника. 1987. Т. 16. № 4. С. 376.
- [3] Кинасошвили Р.С. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1968. 384 с.
- [4] Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 591 с.
- [5] Крупичка С. Физика ферритов и родственных им магнитных окислов. М.: Мир, 1976. Т. 2. 504 с.
- [6] Чивилева С.А., Гуревич А.Г., Эмирян Л.М. // ФТТ. 1987. Т. 29. Вып. 1. С. 110-115.
- [7] Берегов А.С. Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 29. № 1. С. 9-16.
- [8] Казаков Г.Т., Сузарев А.Г., Филимонов Ю.А., Шейн И.В. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 2. С. 186-189.
- [9] Кринчик Г.С. Физика магнитных явлений. М., 1985. 331 с.

Мордовский университет им.Н.П.Огарева  
Саранск

Поступило в Редакцию  
14 мая 1993 г.