

## О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПОТЕНЦИАЛА В ТОНКОМ СЛОЕ ПОЛУПРОВОДНИКА

© Т.Е.Ковалевская, В.Н.Овсяк

Институт физики полупроводников

Сибирского отделения Российской академии наук,

630090 Новосибирск, Россия

(Получена 31 июля 1995 г. Принята к печати 8 ноября 1995 г.)

При исследовании электронных явлений в тонких слоях полупроводников с использованием методик измерения адмиттанса или модулированного адмиттанса, а также при изучении полевых транзисторов с барьером Шоттки, как правило, требуется знание аналитической связи между потенциалами на внешней и внутренней границах полупроводникового слоя. В данной работе предложены относительно простые аппроксимации, описывающие с достаточно хорошей точностью распределение потенциала в тонком слое монополярного полупроводника, что облегчает вычисление аналитической связи между потенциалами на внутренней границе раздела слоя и потенциалами его внешней поверхности.

1. При исследовании электронных процессов в тонких слоях полупроводников на изолирующей подложке (например, в слоях  $n$ -GaAs на подложках  $i$ -GaAs, используемых для полевых транзисторов с барьером Шоттки), как правило, требуется знание аналитической связи между потенциалами на внешней  $V_s$  и внутренней  $\bar{V}$  границах полупроводникового слоя. В частности, это относится к измерениям эффекта поля, адмиттанса и модулированного адмиттанса в тонкослойных структурах [1].

В данной работе предложены относительно простые аппроксимации, пригодные как для практических оценок зависимостей  $\bar{V}(V_s)$ , так и для предварительного определения диапазонов изменения физических величин при численном моделировании на ЭВМ.

2. Пусть слой  $n$ -полупроводника толщиной  $d$  расположен на изоляторе и имеет нулевой заряд на внутренней границе раздела. Зависимость безразмерного потенциала  $y$  от координаты  $z$  определена уравнением [2]

$$\frac{z}{L_d} = \int_{y_s}^{y(z)} \frac{dy}{F(y, \bar{y})}, \quad (1)$$

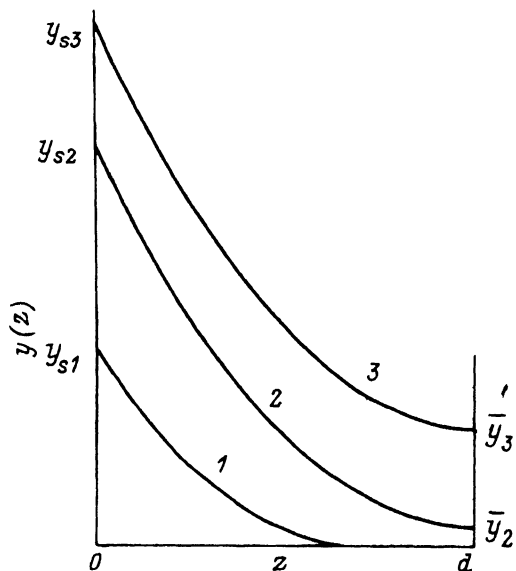


Рис. 1. Качественный вид распределения потенциала (в единицах  $k_0T/q$ )  $\bar{y}$ ;  $y_s \leq 0$  в слое  $n$ -полупроводника при нулевом заряде на внутренней границе при  $z = d$ ; величина потенциала:

1 — «малая» ( $|\bar{y}| \ll 1$ ), 2 — «средняя» ( $|\bar{y}| \approx 1$ ), 3 — «большая» ( $\bar{y} \gg 1$ ).

где  $y(z) = qV(z)/k_0T$ ,  $V(z)$  — потенциал,  $q$  — элементарный положительный заряд,  $k_0$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура,

$$F(y, \bar{y}) = \left( \exp y - \exp \bar{y} - y + \bar{y} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

$$L_d = \left( \bar{\epsilon}_0 \bar{\epsilon}_s k_0 T / 2q^2 N_d \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$\bar{\epsilon}_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\bar{\epsilon}_s$  — относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника и  $N_d$  — концентрация доноров. Ограничимся областью отрицательных потенциалов  $y(z) \leq 0$ , соответствующих обеднению полупроводника основными носителями заряда. Уравнение (1), в частности, связывает безразмерные потенциалы  $\bar{y}$  на внутренней границе раздела при  $z = d$  и  $y_s$  на внешней поверхности полупроводника при  $z = 0$  (рис. 1), и для этого случая может быть представлено в виде

$$d/2L_d = F(y_s, \bar{y}) + g(y_s, \bar{y}), \quad (4)$$

где

$$g(y_s, \bar{y}) = \int_{y_s}^{\bar{y}} \frac{\exp y \, dy}{2F(y, \bar{y})}. \quad (5)$$

Заметим, что функция  $g(y_s, \bar{y})$  (5) определяет также величину проводимости слоя образца  $G_n = 2\sigma_n L_d g(y_s, \bar{y})$ , где  $\sigma_n$  — усредненная по слою удельная проводимость полупроводника.

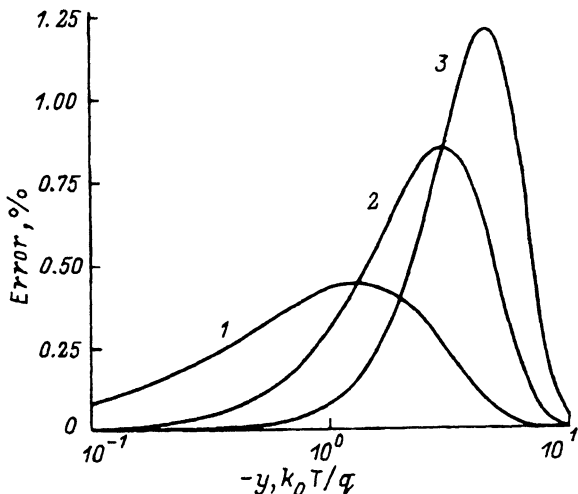


Рис. 2. Отклонения (в процентах) приближенной функции  $F^{-1}(y, 0)$  (1), а также ее первой (2) и второй (3) производных от точных функций в зависимости от потенциала  $y$ .

При некоторых измерениях, например модулированного адмиттанса структур, должны быть известны аналитические зависимости первой  $d\bar{y}/dy_s$  и второй  $d^2\bar{y}/dy_s^2$  производных от  $y_s$  и  $\bar{y}$ . Использование для таких вычислений непосредственно уравнения (4) оказывается довольно громоздким.

3. Рассмотрим вначале соотношение (1) для относительно толстого слоя полупроводника, когда в некотором диапазоне значений  $y_s$  можно принять  $\bar{y} = 0$  (рис. 1, кривая 1) и использовать функцию (2) в виде

$$F(y, 0) = (\exp y - y - 1)^{1/2}. \quad (6)$$

Для этой функции предлагается аппроксимация

$$\frac{1}{F(y, 0)} = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{y} + P_0(y) & y \geq y_0, \\ \frac{1}{\sqrt{-y-1}} & y \leq y_0, \end{cases} \quad (7a)$$

$$(7b)$$

где

$$P_0(y) = 0.2483 + 6.807 \cdot 10^{-3}y + 1.078 \cdot 10^{-4}y^2 - 9.45 \cdot 10^{-7}y^3 \quad (8)$$

и  $y_0 = -7.86$ . В точке  $y = y_0$  «сшиты» функции (7a) и (7b) и их первые четыре производные. Точность аппроксимации (7a), (7b) показана на рис. 2 и может быть принята удовлетворительной как для самой функции  $F(y, 0)$ , так и для ее первых двух производных.

Функция (7a), (7b) допускает интегрирование в квадратурах. В частности, ее подстановка в (1) при  $y_s \leq y_0$  дает следующую зависимость  $z(y)$  для значений  $y(z) \geq y_0$ :

$$(z - w)/L_d = -\sqrt{2} \ln(-y) + P_1(y) - r_0, \quad (9)$$

где

$$P_1 = 0.2483y + 3.404 \cdot 10^{-3}y^2 + 3.59 \cdot 10^{-5}y^3 - 2.36 \cdot 10^{-7}y^4, \quad (10)$$

$\tau_0 = 0.565$  и  $w = 2L_d\sqrt{-y_s - 1}$ . Здесь  $w$  — обычно используемая толщина слоя обеднения в монополярном полупроводнике при  $|y_s| \gg 1$ , когда на границе слоя обеднения с объемом полупроводника потенциал принимают равным нулю [2]. Для  $z = w$  уравнение (9) дает истинную величину  $y(w)$  на границе слоя обеднения, равную  $-0.6 (k_0T/q)$ . Значения  $y$ , равные  $-0.1$  или  $-0.01$ , начиная с которых практически необходим учет потенциала на внутренней границе раздела, отстоят от границы слоя обеднения согласно равенству (9) на  $2.66 L_d$  и  $5.94 L_d$ , соответственно.

4. В более общем случае для функции  $g(y_s, \bar{y})$  (5) может быть предложена аппроксимация

$$2g(y_s, \bar{y}) = \sqrt{\pi} \exp \bar{y} \Phi \left( \sqrt{-\Delta y_s} \right) - \sqrt{2} \left[ \text{Ei}(a\bar{y}) - \text{Ei}(ay_s) \right], \quad (11)$$

где  $\Delta y_s = y_s - \bar{y}$ ,  $a = 1.5$ ,  $\Phi(\sqrt{-\Delta y_s})$  — интеграл ошибок,  $\text{Ei}(ay)$  — интегральная показательная функция [3]. Последовательное дифференцирование равенства (4), содержащего функцию  $g(y_s, \bar{y})$  (11), позволяет получить производные  $d\bar{y}/dy_s$  и  $d^2\bar{y}/dy_s^2$  в аналитической форме. На рис. 3 показаны точные (5) и приближенные (11) зависимости  $g(y_s, \bar{y})$  от  $\bar{y}$ , а на рис. 4 показаны соответствующие точные и приближенные зависимости  $d\bar{y}/dy_s$  от  $\bar{y}$ , вычисленные из равенства (4). Номера кривых на рисунках соответствуют разным значениям  $\Delta y_s = \bar{y} - y_s$ : 1 —  $10^{-3}$ , 2 —  $10^{-2}$ , 3 — 0.1, 4 — 1, 5 — 5, 6 — 10, 7 — 20. Начиная со значений  $\Delta y_s \leq -1$ , приближенные и точные зависимости практически совпадают между собой, а расхождение между ними не превышает  $\pm 1.5\%$ .

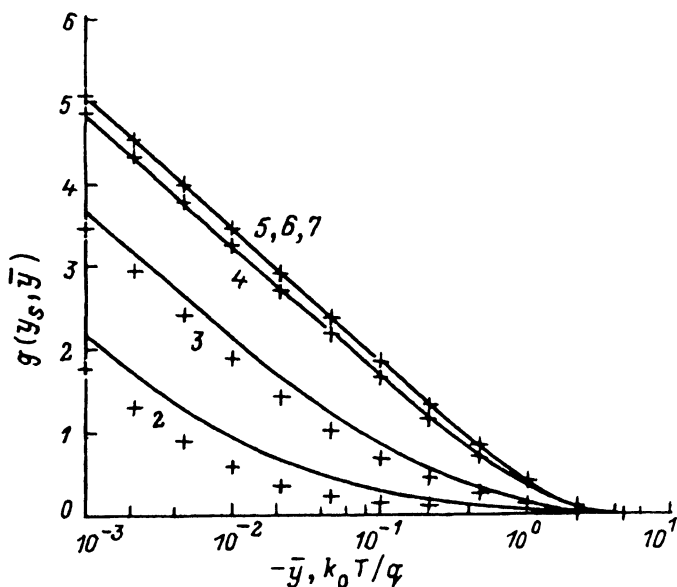


Рис. 3. Точные (сплошные линии) и приближенные (крестики) зависимости функции  $g(y_s, \bar{y})$  от  $\bar{y}$  для ряда значений  $-\Delta y_s = \bar{y} - y_s$ . (указаны в тексте).

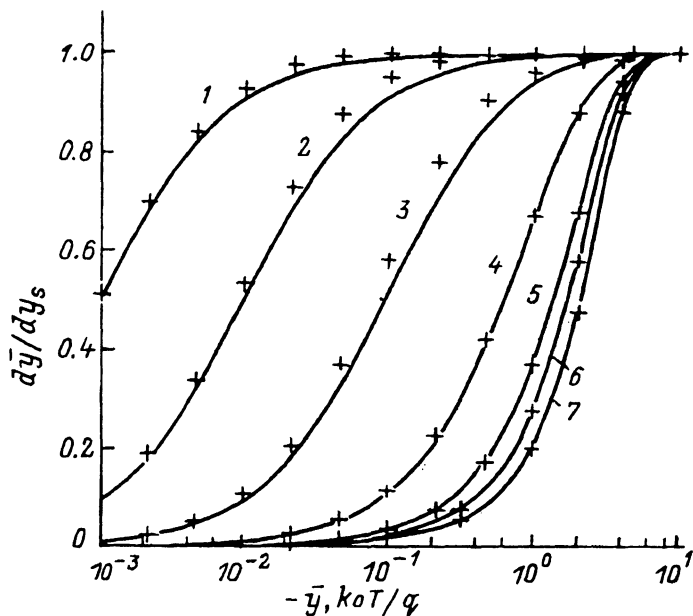


Рис. 4. Точные (сплошные линии) и приближенные (крестики) зависимости производной  $d\bar{y}/dy_s$  от  $\bar{y}$  для ряда значений  $-\Delta y_s = \bar{y} - y_s$  (указаны в тексте).

Для не слишком тонких слоев при  $d \geq 5L_d$ , используемых в структурах полевых транзисторов с барьером Шоттки, функция  $g(y_s, \bar{y})$  (11) для значений  $\Delta y_s \leq -10$  с той же степенью точности может быть заменена более простой,

$$2g(\bar{y}) = \sqrt{\pi} \exp \bar{y} - \sqrt{2} \text{Ei}(a\bar{y}), \quad (12)$$

что совместно с (4) приводит к следующему выражению для первой производной:

$$\frac{d\bar{y}}{dy_s} = \left\{ 1 - \exp \bar{y} + F(y_s, \bar{y}) \left[ \sqrt{\pi} \exp \bar{y} - \sqrt{2} \frac{\exp a\bar{y}}{\bar{y}} \right] \right\}^{-1}. \quad (13)$$

Приведем пример для слоя  $n$ -GaAs на полуизолирующей подложке при 300 K с параметрами:  $d = 2 \cdot 10^{-5}$  см,  $N_d = 2 \cdot 10^{17}$  см $^{-3}$ ,  $L_d = 6.82 \cdot 10^{-7}$  см и  $d/L_d = 14.7 \gg 1$ . Диапазон значений  $\bar{y}$ , соответствующий «запиранию» проводимости слоя, расположен приблизительно между  $\bar{y} = -0.05$  и  $\bar{y} = -6$ . На концах этого интервала значения производной  $d\bar{y}/dy_s$  (13) равны 0.04 и 0.96, а поверхностные потенциалы, согласно (4) и (12), равны  $-92$  и  $-112$ , что соответствует изменению напряжения на управляющем электроде на  $-0.52$  В. При  $|\bar{y}| \ll 1$  равенства (4) и (12) дают

$$\bar{y} = -1.31 \exp \left( -\frac{d-w}{L_d \sqrt{2}} \right). \quad (14)$$

Для двух значений  $(d-w)$ , приведенных в примере к п.3, приведенных в примере к п.3, значения  $|\bar{y}|$  (14) окажутся вдвое выше, что является

естественным следствием отражающих свойств границы при  $z = d$ . При  $|\bar{y}| > 2$  равенства (4) и (12) дают

$$\bar{y} - y_s = \frac{d^2}{4L_d^2} \left( 1 - \frac{4L_d\sqrt{\pi}}{d} \exp \bar{y} \right), \quad (15)$$

т.е. с возрастанием  $|\bar{y}|$  разность  $(\bar{y} - y_s)$  стремится к постоянной величине, равной  $d^2/(2L_d)^2$ .

Полученные соотношения без труда обобщаются на случай присутствия начального слоя обеднения в полупроводнике вблизи внутренней границы раздела. Потенциал  $|\bar{y}|$  играет при этом роль минимального в распределении  $|y(z)|$ , определяя точку «провисания» потенциала в некоторой плоскости  $z = \bar{z} \in (0, d)$ .

#### Список литературы

- [1] Б.А. Бобылев, В.Н. Овсяк, С.Б. Севастьянов, В.И. Усик. ФТП, **23**, 1932 (1989).
- [2] В.Н. Овсяк. *Электронные процессы в полупроводниках с областями пространственного заряда* (Новосибирск, 1984).
- [3] Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. *Специальные функции* (М., Наука, 1968).

Редактор Т.А. Полянская

### On the potential distribution in a thin semiconductor layer

*T.E. Kovalevskaya, V.N. Ovsyuk*

Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,  
630090 Novosibirsk, Russia

The analytical relation between the potential at the external surface of the thin semiconductor layer and its internal interface must be known when such phenomena as the admittance, the modulated admittance or the field effect in the FET with Shottky barrier are investigated. Relatively simple approximation formulas are suggested, which describe the potential distribution in thin monopolar semiconductor layers with a sufficient high accuracy and facilitate calculation of the analytical dependence of the interface potential on the potential at the external surface.

---