ФОТОСТИМУЛИРОВАННОЕ УСИЛЕНИЕ ФОНОНОВ, ЛОКАЛИЗОВАННЫХ В ДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

Э.М.Эпштейн

Научно-исследовательский институт «Платан»,
141120, Фрязино, Россия
(Получена 20 сентября 1994 г. Принята к печати 18 ноября 1994 г.)

Рассматриваются фононы, локализованные в двумерном электронном газе, в присутствии сильной электромагнитной волны, электрическое поле которой лежит в плоскости двумерного электронного газа. В предположении, что электромагнитная волна воздействует на фононную подсистему только через посредство двумерного электронного газа, получено дисперсионное уравнение для фононов. В условиях, когда энергия кванта электромагнитной волны велика по сравнению с энергией электронов, появляются новые (запрещенные законами сохранения в отсутствие волны) области электрон-фононного взаимодействия, в том числе области отрицательного затухания (фотостимулированного усиления) фононов.

В последние годы интенсивно исследуется взаимодействие двумерного электронного газа (2МЭГ) с фононами окружающего кристалла [1]. В недавних работах [2,3] было показано, что взаимодействие может приводить к локализации акустических фононов в плоскости 2МЭГ. Изучение таких локализованных фононов могло бы дать информацию о характеристиках δ-легированных слоев, квантовых ям, границ раздела и т.п.

В настоящей работе рассматривается поведение фононов, локализованных в 2МЭГ, в присутствии сильной электромагнитной волны. Известно (см., например, [4]), что воздействие сильной электромагнитной волны приводит к перенормировке спектра и затуханию фононов. В условиях, когда энергия кванта электромагнитной волны превосходит энергию электрона, электрон-фононное взаимодействие становится возможным в области частот, где в отсутствие волны оно было запрещено законами сохранения энергии и импульса. Как было показано в работе [5], (см. также [4]) при наличии электромагнитной волны становится возможным усиление фононов терагерцового диапазона.

Как и в [2,3], будем предполагать решетку однородной. Пусть 2МЭГ занимает плоскость XY, электрическое поле волны $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \sin \Omega t$, учитываемое в дипольном приближении, также лежит в этой плоскости. Предполагается, что электромагнитная волна воздействует на фононную подсистему через посредство 2МЭГ, поэтому уравнение для этой подсистемы имеет тот же вид, что и в отсутствие волны [3],

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\left(q^2-\frac{\omega^2}{s^2}\right)\right]u_{ll}(\mathbf{q},z,\omega)=0,\quad z\neq 0, \tag{1}$$

где

$$u_{ll}(\mathbf{q},z,\omega)=\int u_{ll}(\rho,z,t)\exp(i\mathbf{q}\rho-i\omega t)d^2\rho dt, \tag{2}$$

$u_{ll}(\rho,z,t)=\operatorname{div}\mathbf{u}(\rho,z,t)$ — след тензора деформаций, $\mathbf{u}$ — вектор смещения, s — скорость продольных акустических фононов.

Граничные условия имеют вид [3]

$$u_{ll}(\mathbf{q},+0,\omega)=u_{ll}(\mathbf{q},-0,\omega), \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial u_{ll}}{\partial z}\right|_{z=+0}-\left.\frac{\partial u_{ll}}{\partial z}\right|_{z=-0}=\frac{\Lambda q^2}{\rho s^2}n(\mathbf{q},\omega), \tag{4}$$

где ρ — плотность кристалла, Λ — константа деформационного потенциала.

Фурье-компонента концентрации 2МЭГ $n(\mathbf{q},\omega)$ выражается через операторы рождения и уничтожения электронов

$$n(\mathbf{q},\omega)=\sum_{\mathbf{p}}\langle a^+_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}a_{\mathbf{p}}\rangle, \tag{5}$$

определяемые гамильтонианом, содержащим поле электромагнитной волны и электрон-фононное взаимодействие,

$$H=\frac{1}{2m}\sum_{\mathbf{p}}\left[\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}(t)\right]^2a^+_{\mathbf{p}}a_{\mathbf{p}}+\sum_{\mathbf{k}}\omega_{\mathbf{k}}b^+_{\mathbf{k}}b_{\mathbf{k}}+\sum_{\mathbf{p},\mathbf{k}}C_{\mathbf{k}}a^+_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}a_{\mathbf{p}}(b_{\mathbf{k}}+b^+_{-\mathbf{k}}). \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{A}(t)$ — вектор-потенциал поля электромагнитной волны, $C_{\mathbf{k}}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, $b^+_{\mathbf{k}}$, $b_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения фононов, $\omega_{\mathbf{k}}$ — частота фонона; используется система единиц, где $\hbar=1$. Фигурирующая в (3), (4) величина u_{ll} связана с фононными операторами соотношением

$$C_{\mathbf{k}}\langle b_{\mathbf{k}}+b^+_{-\mathbf{k}}\rangle=\Lambda u_{ll}(\mathbf{k},0,\omega); \tag{7}$$

угловые скобки в (5) и (7) означают усреднение по матрице плотности, определяемой гамильтонианом (6).

Для простоты предполагается, что длина волны фонона мала по сравнению с длиной экранирования, так что экранированием фононного поля электронами можно пренебречь.

Составляя уравнение движения для величины $\langle a^{+}_{\mathbf{p}-\mathbf{q}} a_{\mathbf{p}} \rangle$ и решая его в приближении случайных фаз [6], получаем с использованием (5), (7)

$$n(\mathbf{q},\omega) = \Lambda \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_k(\mathbf{q},\omega) u_{ll}(\mathbf{q}, 0, \omega + k\Omega), \tag{8}$$

$$P_k(\mathbf{q},\omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{k+l}(\xi\mathbf{q}) J_l(\xi\mathbf{q}) \Pi(\mathbf{q}, \omega - l\Omega), \tag{9}$$

где $J_k(x)$ — функция Бесселя действительного аргумента, $\xi = e\mathbf{E}_0/m\Omega^2$ — амплитуда колебаний электрона в поле электромагнитной волны, $\Pi(\mathbf{q},\omega)$ — поляризационный оператор 2МЭГ.

Подставляя (8) в (4), получаем из (1), (3), (4)

$$u_{ll}(\mathbf{q}, z \gtrless 0, \omega) = B(\mathbf{q},\omega) \exp\left[\mp \left(q^2 - \frac{\omega^2}{s^2}\right)^{1/2} z\right], \tag{10}$$

где $B(\mathbf{q},\omega)$ удовлетворяет уравнению

$$B(\mathbf{q},\omega) = -\frac{\Lambda^2}{2\rho s^2} q^2 \left(q^2 - \frac{\omega^2}{s^2}\right)^{-1/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n(\mathbf{q},\omega) B(\mathbf{q}, \omega + n\Omega). \tag{11}$$

В отсутствие электромагнитной волны ($\xi = 0$) уравнение (11) сводится к известному [2,3]. В общем случае ($\xi \neq 0$) (11) представляет собой бесконечную систему уравнений для амплитуд $B(\mathbf{q}, \omega + n\Omega)$. В наиболее низком приближении по электрон-фононному взаимодействию в (11) можно оставить в сумме лишь член с $n = 0$. Получаем дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = s^2 q^2 \left\{1 - \left[\frac{\Lambda^2 q}{2\rho s^2} P_0(\mathbf{q},\omega)\right]^2\right\}. \tag{12}$$

Предполагая затухание (усиление) фононов слабым ($\omega = \omega_0 - i\gamma$, $|\gamma| \ll \omega_0$), получаем из (12)

$$\gamma = \left(\frac{\Lambda^2 q^2}{2\rho s}\right)^2 \omega_0^{-1} \operatorname{Re} P_0(\mathbf{q},\omega) \operatorname{Im} P_0(\mathbf{q},\omega) =$$

$$= -\frac{\Lambda^4 q^3}{4\rho^2 s^3} \sum_{k,l=-\infty}^{\infty} J_k^2(\xi\mathbf{q}) J_l^2(\xi\mathbf{q}) \operatorname{Re} \Pi(\mathbf{q}, \omega_0 + k\Omega - i0) \operatorname{Im} \Pi(\mathbf{q}, \omega_0 + l\Omega - i0). \tag{13}$$

Действительная и мнимая части поляризационного оператора для полностью вырожденного 2МЭГ имеют вид [7]

$$\operatorname{Re} \Pi(\mathbf{q}, \omega \pm i0) = -\frac{2mN_s}{p_F q}[F(\Delta_+) + F(\Delta_-)], \tag{14}$$

$$\operatorname{Im}\Pi(\mathbf{q},\omega\pm i0)=\pm\frac{2mN_s}{p_Fq}[G(\Delta_+)-G(\Delta_-)], \tag{15}$$

$$F(\Delta)=\Delta-\sqrt{\Delta^2-1}\theta(|\Delta|-1)\operatorname{sgn}\Delta,$$

$$G(\Delta)=\sqrt{1-\Delta^2}\theta(1-|\Delta|),$$

$$\Delta_\pm=\frac{q}{2p_F}\pm\frac{m\omega}{p_Fq},$$

где N_s — плотность 2МЭГ, $p_F=(2\pi N_s)^{1/2}$ — фермиевский импульс, $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

Как следует из (13)–(15), электронное затухание локализованных фононов пропорционально четвертой степени деформационного потенциала.

В отсутствие электромагнитной волны затухание фононов исчезает при $q>2p_F$ (предполагается $s\ll\nu_F\equiv p_F/m$). Это связано с невозможностью одновременного выполнения законов сохранения энергии и импульса.

Из формул (13)–(15) следует, что в присутствии электромагнитной волны при $\Omega\gg p_F^2/m$ затухание становится возможным при $q\approx(2m\Omega)^{1/2}\gg 2p_F$, что связано с участием фотонов в атаках электрон-фононного взаимодействия.

Ограничиваясь членами низшего порядка по интенсивности электромагнитной волны, получаем для затухания локализованных фононов

$$\gamma=\frac{\Lambda^4e^2N_s^2E_0^2q^2}{\rho^2s^3p_F^2\Omega^4}\cos^2\varphi\left\{\sqrt{p_F^2-\left(\frac{q}{2}-\frac{m\Omega}{q}-ms\right)^2}\times\right.$$

$$\times\theta\left(p_F-\left|\frac{q}{2}-\frac{m\Omega}{q}-ms\right|\right)-\sqrt{p_F^2-\left(\frac{q}{2}-\frac{m\Omega}{q}+ms\right)^2}\times$$

$$\left.\times\theta\left(p_F-\left|\frac{q}{2}-\frac{m\Omega}{q}+ms\right|\right)\right\}, \tag{16}$$

где φ — угол между волновым вектором фонона и направлением электрического поля волны.

Формула (16) указывает на существование полосы фотостимулированного затухания ($\gamma>0$) фононов в области волновых чисел

$$(2m\Omega)^{1/2}<q<\left[2m\Omega+(p_F+ms)^2\right]^{1/2}+p_F+ms\approx(2m\Omega)^{1/2}+p_F \tag{17}$$

и полосы фотостимулированного усиления ($\gamma<0$) в области

$$(2m\Omega)^{1/2}-p_F\approx\left[2m\Omega+(p_F+ms)^2\right]^{1/2}-p_F-ms<q<(2m\Omega)^{1/2}. \tag{18}$$

Максимальная величина фотостимулированного затухания (усиления) достигается при

$$q=\left[2m\Omega+(p_F-ms)^2\right]^{1/2}\pm(p_F-ms) \tag{19}$$

и составляет

$$\gamma_{\max} = \pm\frac{2^{5/4}\Lambda^4 e^2 m^{3/2} N_s^{5/4} E_0^2}{\pi^{3/4}\rho^2 s^{5/2}\Omega^3}. \tag{20}$$

Для сравнения приведем формулу для максимального (соответствующего значению $q = 2(p_F - ms)$) затухания фононов в отсутствие электромагнитной волны (эта формула может быть получена из результатов работ [2,3], однако в указанных работах не приведена):

$$\gamma_{\max}^{(0)} = \frac{2^{9/4}\Lambda^4 m^{5/2} N_s^{5/4}}{\pi^{3/4}\rho^2 s^{5/2}}. \tag{21}$$

Из (20) и (21) следует

$$\frac{|\gamma_{\max}|}{\gamma_{\max}^{(0)}} = \frac{e^2 E_0^2}{2m\Omega^3} \equiv \frac{\beta}{2},$$

что совпадает с трехмерным случаем (см. [4]).

Сделаем численные оценки. Взяв значения параметров, использованные в [2,3], $\Lambda = 15$ эВ, $m = 0.5m_0$, $\rho = 4$ г/см^3, $s = 5\cdot 10^5$ см/с, $N_s = 6.7\cdot 10^{12}$ см$^{-2}$, получаем для максимального коэффициента поглощения в отсутствие электромагнитной волны $\gamma_{\max}^{(0)} = 3\cdot 10^{11}$ с$^{-1}$. При $E_0 = 10^4$ В/см, $\Omega = 1.8\cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ (лазер на CO_2) получаем для максимального фотостимулированного затухания (усиления) $|\gamma_{\max}| = 1.4\cdot 10^7$ с$^{-1}$, что соответствует коэффициенту поглощения (усиления) звука $\alpha \approx 30$ см$^{-1}$.

В более высоких приближениях по полю электромагнитной волны появляются области фотостимулированного затухания и усиления фононов с $q \approx (2nm\Omega)^{1/2}$, $n = 2, 3, \ldots$.

Список литературы

[1] L.J. Challis, A.J. Kent, V.W. Rampton. Semicond. Sci. Technol., **5**, 1179 (1990).
[2] V.A. Kochelap, O. Gülseren. Письма ЖЭТФ, **56**, 93 (1992).
[3] V.A. Kochelap, O. Gülseren. J. Phys.: Condens. Matter., **5**, 589 (1993).
[4] Э.М. Эпштейн, Г.М. Шмелев, Г.И. Цуркан. *Фотостимулированные процессы в полупроводниках* (Кишинев, 1987).
[5] Э.М. Эпштейн. Письма ЖЭТФ, **13**, 511 (1971).
[6] Д. Пайнс. *Проблема многих тел* (М., 1963).
[7] F. Stern. Phys. Rev. Lett., **18**, 546 (1967).

Редактор Л.В. Шаронова

Photostimulated amplification of phonons localized in a two–dimensional electron gas

E.M.Epshtein

Research Institute «Platan», 141120 Fryazino, Russia

Phonons localized in a two–dimensional electron gas (2DEG) are being considered in the presence of an intense electromagnetic wave, the electric field of which lies in the 2DEG plane. It is assumed that the electromagnetic wave acts upon the phonon subsystem only via 2DEG. Thus the dispersion relation for phonons has been obtained. When the photon quantum energy is larger than the electron energy, there appear new ranges of the electron-phonon interaction (not allowed by the conservation laws in the absence of the electromagnetic wave) including those of the negative attennation, i.e. photostimulated amplification, of phonons.