

НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В КВАЗИДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© Э.М.Эпштейн, Г.М.Шмелев*, И.И.Маглеванный*

Научно-исследовательский институт «Платан»,
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

* Волгоградский государственный педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия
(Поступила в Редакцию 10 июня 1996 г.)

Теоретически исследованы неравновесные фазовые переходы в квазидвумерном электронном газе с двумя группами носителей заряда (с разными законами дисперсии). Показано, что в разомкнутом поперек (сильного) тянущего электрического поля образце возможно спонтанное появление поперечного поля, играющего роль параметра порядка (управляющий параметр — тянущее поле). Характер фазовых переходов (первого, второго рода или близких к ним) зависит от отношения проводимостей (в слабом тянущем поле) двух групп носителей. Отмечена аналогия между указанными и соответствующими равновесными (сеттоэлектрическими) фазовыми переходами.

В настоящей работе теоретически исследуется поведение квазидвумерного электронного газа в (неквантующем) электрическом поле, причем основное внимание уделяется неравновесным фазовым переходам (НФП), возникающим в случае, когда электронный газ имеет неаддитивный закон дисперсии. На возможность НФП второго рода в проводниках с ОЦК-решеткой было указано в [1]. Эффект состоит в спонтанном появлении поперечного электрического поля, играющего роль параметра порядка; управляющим параметром является тянущее поле. Здесь мы (в дополнение к [1]) обращаем внимание на существование в неравновесном квазидвумерном электронном газе НФП первого рода и критических переходов.

В более общем, чем в [1], виде суть дела заключается в следующем. Рассмотрим энергетический спектр носителей заряда вида

$$\varepsilon(p_x, p_y) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(p_x) + \varepsilon_1(p_y) + \varepsilon_2(ap_x + bp_y) + \varepsilon_2(ap_x - bp_y), \quad (1)$$

где $\mathbf{p} = \{p_x, p_y, 0\}$ — квазиимпульс, a и b — некоторые постоянные, ε_2 — неквадратичная (но, разумеется, четная, как и ε_1) функция.

Плотность тока, создаваемого носителями со спектром (1) в электрическом поле $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, 0\}$, можно представить в общем виде как сумму

$$j_{\pm} = j_1(E_{\pm}) + j_2(E_x + E_y) \pm j_2(E_x - E_y). \quad (2)$$

Здесь $j_{1,2}$ — нечетные функции своих аргументов; временно мы положили $a = b = 1$. Пусть в направлении OY образец гальванически разомкнут, тогда условие разомкнутости

$$j_y(E_x, E_y) = 0 \quad (3)$$

представляет собой уравнение для определения поперечного поля E_y как функции тянущего поля E_x . Кроме нулевого ($E_y \equiv 0$) уравнение (3) может иметь и ненулевые решения, которые определяют спонтанно возникающее поперечное поле $E_y \neq 0$. При этом, разумеется, ненулевое решение должно быть устойчивым относительно малых флуктуаций E_y , т. е. должно выполняться неравенство (см., например, [2])

$$\frac{dj_y}{dE_y} > 0, \quad E_x = \text{fix}. \quad (4)$$

Отметим, что из (2) следует

$$\text{rot}_E \mathbf{j} = 0, \quad (5)$$

а это означает, что существует функция $\Phi(E_x^2, E_y^2)$ (синергетический потенциал), для которой

$$\mathbf{j} = \text{grad}_E \Phi. \quad (6)$$

Условия (3), (4) с помощью Φ записываются в виде

$$\frac{d\Phi}{dE_y} = 0, \quad \frac{d^2\Phi}{dE_y^2} > 0, \quad E_x = \text{fix}, \quad (7)$$

т. е. в рассматриваемой неравновесной ситуации устойчивым значения поперечного спонтанного поля E_y соответствует минимум синергетического потенциала. Для нашего случая

$$\Phi = \int_0^{E_x} j_1(x) dx + \int_0^{E_y} j_1(x) dx + \int_0^{E_x+E_y} j_2(x) dx + \int_0^{E_x-E_y} j_2(x) dx + \text{const}. \quad (8)$$

Таким образом, в предлагаемой модели в принципе можно найти с помощью (8) точное выражение для синергетического потенциала. Все вышесказанное остается в силе и в случае, когда $a \neq 1$ и $b \neq 1$ (достаточно только совершить в (1) преобразование $ap_x \rightarrow p(x)$ и $bp_y \rightarrow p_y$).

Знание точного выражения для Φ полезно не только для решения задач типа рассматриваемой, но и с точки зрения аналогии между Φ и равновесным термодинамическим потенциалом (соответственно аналогии между неравновесными и равновесными, в частности сегнетоэлектрическими, фазовыми переходами [1]). Сходство математических соотношений для тех и других переходов не случайно, оно обусловлено в конечном счете изначальной симметрией объекта исследования.

В [1] показано, что спонтанная поперечная ЭДС возникает, если $\varepsilon_1(\mathbf{p}) = 0$, а

$$\varepsilon_2(\mathbf{p}) = \varepsilon_0 - \Delta \cos \frac{p_x d}{\hbar} \cos \frac{p_y d}{\hbar}, \quad (9)$$

где 2Δ — ширина зоны проводимости, d — период решетки. Спектр (9) относится, в частности, к электронам в квазидвумерных сверхрешетках (СР). Такого рода СР изготавливаются на основе размерно-квантованных слоев $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ с ограниченной по двум направлениям энергетической мини-зоной и с фиксированной энергией в направлении, перпендикулярном слоям [3,4]. В системе координат, оси OX и OY которой направлены под углом 45° к главным осям простой квадратной решетки, спектр становится неаддитивным, т. е. имеет вид (9). Здесь мы рассматриваем ситуацию, когда имеется еще одна группа носителей, не подверженная указанному эффекту, например, с обычным параболическим законом дисперсии

$$\varepsilon_1(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m}, \quad (10)$$

m — эффективная масса носителя. Это могут быть 1) дырки, эффективная масса которых достаточно велика, чтобы непараболичность не проявлялась; 2) электроны других подзон; 3) носители в пространственно отделенной системе (например, в системе из двух параллельных квазидвумерных электронных газов с законами дисперсии (9) и (10)). Во всех этих случаях поперечное поле экранируется «параболическими» носителями, что, как будет показано далее, и обеспечивает возможность НФП первого рода.

Плотность тока рассчитываем в рамках квазиклассического приближения $\Delta \gg \tau_2^{-1} \hbar$, eEd , где $\tau_{2,1}$ — времена свободных пробегов носителей с законами дисперсии (9) и (10) соответственно. При этом используем кинетическое уравнение Больцмана с интегралом столкновений в приближении $\tau = \text{const}$. Результат расчета удобно представить в безразмерных величинах, для этого переобозначим $Ee\tau_2 d/\hbar \rightarrow E$, $j\hbar / (en_2 \Delta d \langle \cos \frac{p_x d}{\hbar} \cos \frac{p_y d}{\hbar} \rangle) \rightarrow j$. Здесь угловые скобки означают усреднение по равновесному распределению носителей с законом (9), $n_{2,1}$ — концентрация носителей с законами дисперсии (9) и (10) соответственно. Тогда

$$j_i = \sum_k \sigma_{ik} E_k, \quad i, k = x, y,$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \alpha + \frac{1 + E_x^2 + E_y^2}{W}, \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = -\frac{2E_x E_y}{W}, \quad (11)$$

$$W = (1 + E_x^2 + E_y^2)^2 - 4E_x^2 E_y^2, \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{\hbar^2}{m\Delta d^2} \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \left(\frac{n_1}{n_2} \right) / \left\langle \cos \frac{p_x d}{\hbar} \cos \frac{p_y d}{\hbar} \right\rangle. \quad (13)$$

Синергетический потенциал при этом равен

$$\Phi = \frac{1}{4} \ln W + \frac{\alpha}{2} (E_x^2 + E_y^2) + \text{const.} \quad (14)$$

Из условия разомкнутости (3) находим поперечное поле $E_y = E_y(E_x, \alpha)$. Помимо нулевого ($E_y \equiv 0$) устойчивыми, т.е. соответствующими минимуму Φ , являются также ненулевые решения (3) (при $0 \leq \alpha \leq \alpha_0 \equiv 0.125$), которые имеют вид

$$E_y^2 = (E_x^2 - E_{x1}^2) + 2\sqrt{E_{x0}^2 - E_x^2} - 2\sqrt{E_{x0}^2 - E_{x1}^2}, \quad (15)$$

или (то же самое, но в другой форме)

$$E_y^2 = (E_x^2 - E_{x2}^2) + 2\sqrt{E_{x0}^2 - E_x^2} - 2\sqrt{E_{x0}^2 - E_{x2}^2} + (E_{x2}^2 - E_{x1}^2 - 4) \Theta(E_{x2}^2 - E_{x1}^2 - 4), \quad (15a)$$

где

$$E_{x1,2}^2 = \frac{1}{2\alpha} (1 - 2\alpha \mp \sqrt{1 - 8\alpha}), \quad E_{x0}^{-2} = 16\alpha^2, \quad (16)$$

$\Theta(x)$ — ступенчатая функция Хэвисайда. Последнее слагаемое в (15a) отлично от нуля лишь при $0 < \alpha < (\sqrt{2} - 1)/4 \equiv \alpha_g$.

Обсудим изображенные на рис. 1 характерные варианты решений (15).

1. Неравновесные фазовые переходы второго рода и близкие к ним

Эти переходы имеют место в точке E_{x1}^2 при $0 \leq \alpha < \alpha_0$ и в точке E_{x2}^2 при $\alpha_g < \alpha < \alpha_0$. Кривая 4 на рис. 1 описывает ситуацию, схожую с равновесными фазовыми переходами второго рода в сегнетовой соли [5]. Если $\alpha_g \leq \alpha < \alpha_0$, то метастабильные фазы и, стало быть, НФП первого рода отсутствуют. Это однозначно следует как из непосредственного численного сравнения потенциалов $\Phi(E_y^2 \neq 0)$ и $\Phi(E_y^2 = 0)$, так и из разложения (Ландау) потенциала Φ по степеням E_y^2 вблизи точек E_{x1}^2 и E_{x2}^2

$$\begin{aligned} \Phi_{1,2} = & \frac{\alpha}{2} E_{x1,2}^2 + \frac{1}{2} \ln(1 + E_{x1,2}^2) + \frac{(E_{x1,2}^2 - E_x^2)(3 - E_{x1,2}^2) E_y^2}{(1 + E_{x1,2}^2)^3} \frac{E_y^2}{2} + \\ & + \frac{(E_g^2 - E_{x1,2}^2)(E_{x1,2}^2 - E_g^{-2}) E_y^4}{(1 + E_{x1,2}^2)^4} \frac{E_y^4}{4} + \\ & + \frac{(E_{x1,2}^2 - 1)[(E_g^2 - E_{x1,2}^2)(E_{x1,2}^2 - E_g^{-2}) + 8E_{x1,2}^2] E_y^6}{(1 + E_{x1,2}^2)^6} \frac{E_y^6}{6}. \end{aligned} \quad (17)$$

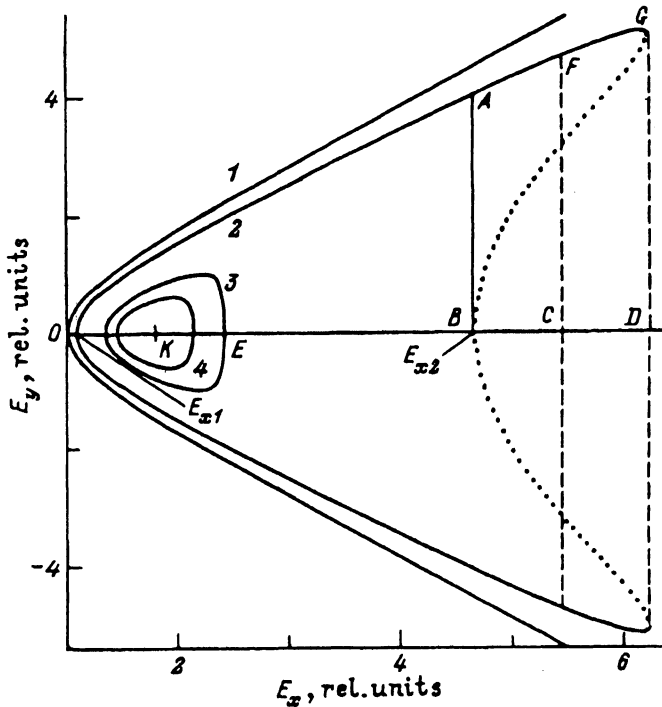


Рис. 1. Поперечное поле $E_y = E_y(E_x)$ для различных значений α .
 1 — $\alpha = 0$ ($E_y^2 = E_x^2 - 1$), 2 — $\alpha = 0.04 < \alpha_g \equiv (\sqrt{2} - 1)/4 = 0.1035$, 3 — $\alpha = \alpha_g$,
 4 — $\alpha_g < \alpha = \alpha_0 = 0.125$. Пунктирная линия — неустойчивые значения E_y .
 $(AB)^2 = E_{x2}^2 - E_{x1}^2 - 4$. Точки пересечения графиков функций $E_y(E_x)$ с осью абсцисс,
 лежащие левее точки К (соответствующей значению $E_x = \sqrt{3}$), — значения E_{x1} , правее —
 E_{x2} . Для $\alpha = 0.04$ штриховыми линиями изображены границы области НФП первого
 рода. Участок FG соответствует метастабильным состояниям E_y . Отмеченные точки
 соответствуют следующим значениям управляющего параметра E_x : $B \leftrightarrow E_x = E_{x2} = 4.67$,
 $C \leftrightarrow E_x = E_{xc} = 5.42$, $D \leftrightarrow E_x = 6.25$, $E \leftrightarrow E_x = E_g = 2.42$.

Здесь $E_g^2 = 3 + 2\sqrt{2}$. В рассматриваемом случае третье слагаемое в (17) отрицательно, а последние два положительны, что соответствует минимуму потенциала $\Phi(E_y^2 \neq 0)$ вблизи E_{x1}^2 и E_{x2}^2 . Это и означает отсутствие НФП первого рода. Из (17) следует, что вблизи точки E_{x1}^2 поле $E_y^2 \sim E_x^2 - E_{x1}^2$. Точное решение (15) позволяет установить критерий надежности этого результата. Данная зависимость

$$E_y^2 = (E_x^2 - E_{x1}^2) \left(1 - 1/\sqrt{E_{x0}^2 - E_{x1}^2} \right) \quad (18)$$

получается из (15) лишь при условии

$$\sqrt{E_{x0}^2 - E_{x1}^2} \gg 1, \quad (19)$$

которое, однако, при α , близком к α_g , не выполняется. Если же $\alpha \ll \alpha_g$, то второе слагаемое в (18) мало и $E_y^2 = E_x^2 - E_{x1}^2$, причем E_{x1}^2 близко

к единице. При $\alpha_g < \alpha < \alpha_0$ разложение типа (18) вблизи точки E_{x2}^2 вообще невозможно, и поэтому здесь необходимо пользоваться точной формулой (15а).

2. Критический переход ($\alpha = \alpha_g$)

Это случай, когда слагаемое $\sim E_y^4$ в разложении (17) равно нулю ($E_{x2}^2 = E_{xg}^2 = E_{x0}^2$). При этом из (15а) имеем

$$E_y^2 = (E_x^2 - E_{xg}^2) + 2\sqrt{E_{xg}^2 - E_x^2}, \quad E_x^2 \leq E_{xg}^2, \quad (20)$$

а в непосредственной близости к точке E_{x2}^2 поперечное поле равно

$$E_y = \pm\sqrt{2} (E_{xg}^2 - E_x^2)^{1/4} \quad (21)$$

(такая зависимость параметра порядка от управляющего параметра характерна для равновесных критических сегнетоэлектрических фазовых переходов [5]). Полученное из разложения (17) значение E_y в точности совпадает с (21). В (трикритической) точке (α_g, E_g^2) кончается линия НФП второго рода и начинается линия НФП первого рода (рис. 2).

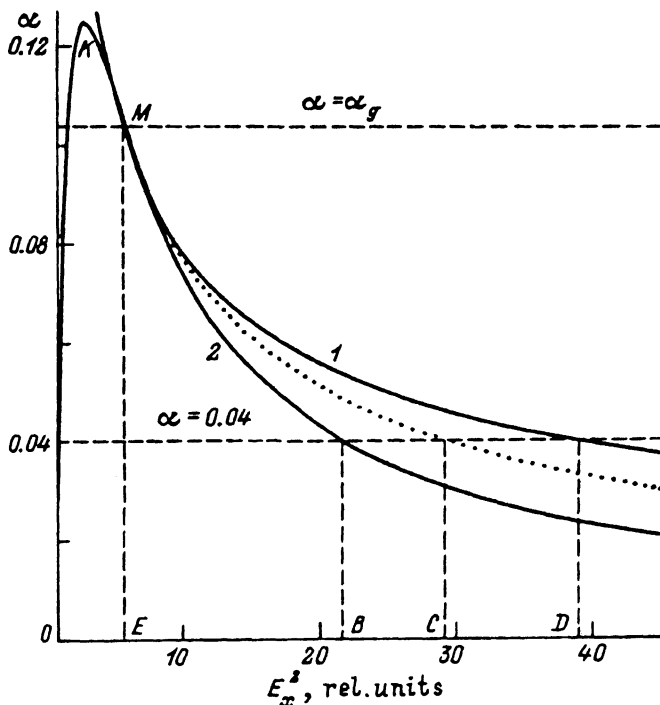


Рис. 2. Линии НФП.

ОК ($\alpha = \alpha(E_{x1}^2)$) и КМ ($\alpha = \alpha(E_{x2}^2)$) — второго рода, пунктирная ($\alpha = \alpha(E_{xc}^2)$) — первого рода. Точка $M(E_{xg}^2, \alpha_g)$ — трикритическая точка. 1 — функция $\alpha = \alpha(E_{x0}^2) = (4E_{x0})^{-1}$, 2 — функция $\alpha = \alpha(E_{x2}^2)$. Точки В, С, D, Е соответствуют обозначениям на рис. 1.

3. Неравновесные фазовые переходы первого рода и близкие к ним

При фазовых переходах первого рода потенциалы двух разных фаз (с $E_y^2 \neq 0$ и $E_y^2 = 0$) должны быть равны

$$\Phi(E_y^2, \alpha) = \Phi(0, \alpha). \quad (22)$$

С помощью (3), (8) и (11) это условие можно записать как

$$\alpha(E_y^2)E_y^2 = \int_0^{E_y^2} \alpha(E_y'^2) dE_y'^2, \quad (23)$$

где

$$\alpha(E_y^2) = (E_x^2 - E_y^2 - 1)W^{-1}, \quad E_x^2 = \text{fix}. \quad (24)$$

Геометрически условие (24) представляет собой так называемое правило Максвелла [6] (здесь для НФП первого рода). На рис. 3 это правило проиллюстрировано как равенство заштрихованных площадей, при котором и определяется значение α_c (при заданном значении E_{xc}^2), соответствующее условию (23). Одновременно находится и величина скачка параметра порядка E_{yc}^2 . Рассчитанная таким образом линия НФП первого рода изображена на рис. 2 пунктиром. При $\alpha = 0.04$ точка $E_{xc}^2 = 29.38$ представлена на рис. 1. Участок FG на рис. 1 определяет область метастабильных состояний, внутри которой, сле-

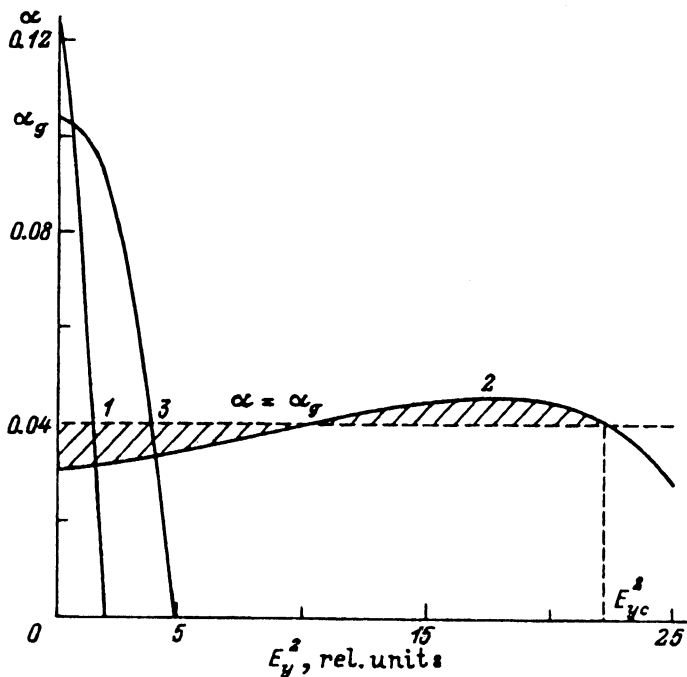


Рис. 3. $(\alpha - E_y^2)$ -диаграмма для различных E_x^2 .

1 — $E_x^2 < E_{xg}^2$, 2 — $E_x^2 = 29.8 > E_{xg}^2$, 3 — $E_x^2 = E_{x0}^2 = E_{x0}^2$. Заштрихованные площади равны.

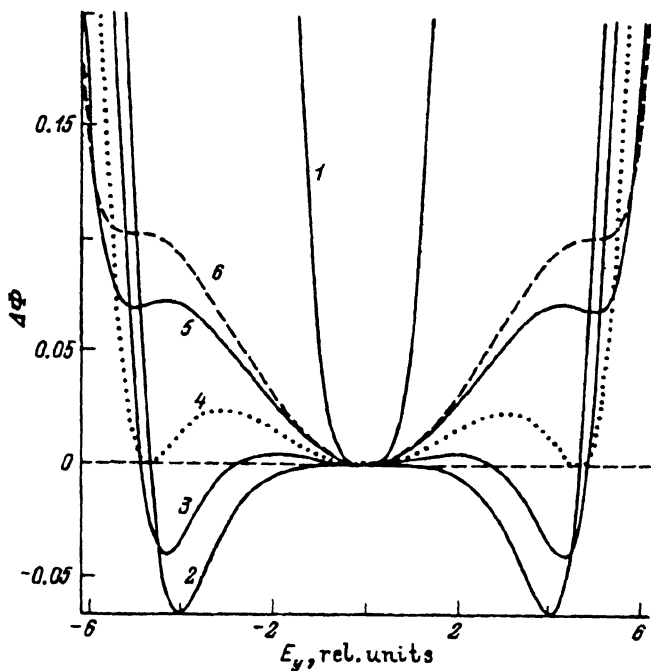


Рис. 4. Зависимость $\Delta\Phi = \Phi(E_y^2, E_x^2) - \Phi(0, E_x^2)$ от параметра порядка E_y при $\alpha = 0.04$ для различных E_x .

E_x : 1 — 1.09, 2 — 4.67, 3 — 5.0, 4 — 5.42, 5 — 6.0, 6 — 6.25. Пунктирная линия соответствует левой границе области НФП первого рода $E_x = E_{xc} = 5.42$. Штриховая линия соответствует правой границе этой области $E_x = 6.25$.

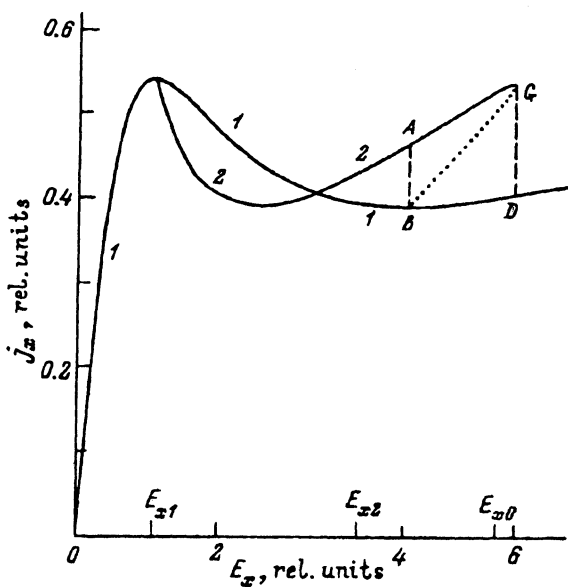


Рис. 5. Вольт-амперная характеристика для значения параметра $\alpha = 0.04$.

Кривая 1 соответствует решению $E_y = 0$, кривая 2 — устойчивой ветви решения (15), пунктирная линия — неустойчивой ветви (см. рис. 1). Буквенные обозначения соответствуют рис. 1.

довательно, имеет место сопутствующий НФП первого рода гистерезис. Например, судьба поперечного поля может развиваться по пути $FGDCF$, соответствующему границам области НФП первого рода. В терминах синергетического потенциала ситуация проиллюстрирована на рис. 4.

Возникновение спонтанного поперечного поля, естественно, влияет и на вид вольт-амперной характеристики $j_x = j_x(E_x, \alpha)$, не зависящей, подчеркнем, от направления спонтанного поля E_y . Формула для j_x получается подстановкой (15) в (11)

$$j_x = \alpha E_x + \frac{E_x}{(1 + E_x^2)}, \quad |E_x| \leq |E_{x1}|, \quad |E_x| \geq |E_{x0}|,$$

$$j_x = \frac{1}{4E_x} \left(1 + 8\alpha E_x^2 + 4\alpha \sqrt{E_{x0}^2 - E_x^2} \right), \quad |E_{x0}| \geq |E_x| \geq |E_{x1}|. \quad (25)$$

Для случая существования НФП первого рода функция (25) изображена на рис. 5.

Численные оценки рассмотренных эффектов сводятся к оценкам единиц измерения напряженности электрического поля ($\hbar/e\tau_2 d$) и плотности тока $j_0 = en_2 \Delta d (\cos \frac{p_x d}{\hbar} \cos \frac{p_y d}{\hbar}) / \hbar$. При $d = 10^{-6}$ см, $\Delta = 10^{-2}$ эВ, $n_2 = 10^{16}$ см $^{-3}$, $\tau_2 = 10^{-12}$ с величина $\hbar/e\tau_2 d \cong 660$ В · см $^{-1}$, а $j_0 \cong 2.3 \cdot 10^4$ А · см $^{-2}$.

Экспериментальное обнаружение рассмотренных в работе эффектов могло бы внести определенный вклад в физику НФП (и равновесных фазовых переходов) и дать полезную информацию о параметрах квадвумерных систем. В этой связи обратим внимание на работу [7], в которой экспериментально исследована поперечная ЭДС в латеральных СР. Авторы [7] обнаружили и измерили поперечную ЭДС в СР на основе GaAs-Al $_x$ Ga $_{1-x}$ As с периодической модуляцией в одном направлении (тянущее поле направлялось под углом к оси СР). Эксперименты [7] стимулируют дальнейший теоретический анализ проблемы.

Авторы выражают благодарность А.В. Шильникову и участникам руководимого им семинара, а также Р. Андерсону за полезное обсуждение результатов работы.

Список литературы

- [1] Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн. ФТТ 34, 8, 2565 (1992).
- [2] В.Л. Бонч-Бруевич, И.П. Звягин, А.Г. Миронов. Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. Наука. М. (1972). 416 с.
- [3] G.J. Jafrate, D.K. Ferry, R.K. Reich. Surf. Sci. 113, 485 (1982).
- [4] R.K. Reich, D.K. Ferry, R.O. Crondin. Phys. Rev. B27, 3483 (1983).
- [5] Р. Блиц, В. Жекш. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Мир. М. (1975). 398 с.
- [6] Р. Кубо. Термодинамика. Мир. М. (1970). 304 с.
- [7] T. Schlösser, K. Ensslin, F. Claro, J.P. Kotthaus. Phys. Rev. B51, 16, 10737 (1995).