1996 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 38, № 8
1996 SOLID STATE PHYSICS Vol. 38, N 8

НЕРЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ЛЕГКОПЛОСКОСТНЫХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

© *Н.П.Гиоргадзе, Р.Р.Хомерики*

Институт физики Академии наук Грузии,
380077 Тбилиси, Грузия
(Поступила в Редакцию 19 июня 1995 г.
В окончательной редакции 4 марта 1996 г.)

Рассмотрено нерезонансное воздействие слабонелинейных динамических электронно-подобных солитонов намагниченности на ядерно-подобные динамические солитоны в антиферромагнетике типа «легкая плоскость». Вычислены обусловленные этим воздействием сдвиги частот и групповых скоростей ядерно-подобных солитонов. Показано, что при определенных условиях максимальные значения этих сдвигов значительно превышают сдвиги частоты и групповой скорости, обусловленные эффектами самодействия.

1. В работе [1] в рамках общей теории, развитой в [2,3], было рассмотрено нерезонансное взаимодействие солитонов электронной и ядерной намагниченностей в ферромагнетиках. Было показано, что это взаимодействие оказывает существенное влияние на параметры солитона ядерной намагниченности (сдвиги частоты и групповой скорости). Известно, что особенно сильно динамическая связь между электронной и ядерной спиновыми системами проявляется в антиферромагнетиках типа «легкая плоскость» (ЛП) [4], ввиду чего они широко используются в экспериментальных исследованиях динамических свойств электронно-ядерных спиновых систем в магнитоупорядоченных материалах. В линейном приближении эта связь приводит к возникновению двух ветвей ядерно-подобных спиновых волн, одна из которых перепутана с низкочастотной (НЧ) электронно-подобной, а другая — с высокочастотной (ВЧ) электронно-подобной спиновой волной. Согласно результатам работы [5], первая из этих ядерно-подобных ветвей модуляционно неустойчива, что указывает на возможность существования соответствующих ей солитонов ядерной намагниченности. Что касается второй ядерно-подобной ветви, то возможность существования соответствующих ей солитонных решений будет установлена в настоящей работе. В свете изложенного выше естественно ожидать, что нерезонансное воздействие модулированных возмущений электронной намагниченности на ядерно-подобные солитоны приведет к существенным сдвигам частот и групповых скоростей последних, конкурирующих со сдвигами этих параметров, обусловленными эффек-

тами нелинейного самодействия. Настоящая работа посвящена количественному исследованию этого вопроса.

2. Рассмотрим антиферромагнетик типа ЛП, помещенный в постоянное магнитное поле H_0, ортогональное оси анизотропии (ось z). Направление этого поля примем за ось y. Тогда известная система макроскопических уравнений, описывающих динамические свойства связанной электронно-ядерной спиновой системы [4], может быть приведена к виду[1]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g\Big([\mathbf{M},\mathbf{P}] + [\mathbf{L},\mathbf{Q}]\Big), \qquad \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} = -g\Big([\mathbf{L},\mathbf{P}] + [\mathbf{M},\mathbf{Q}]\Big),$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma\Big([\mathbf{m},\mathbf{p}] + [\mathbf{l},\mathbf{q}]\Big), \qquad \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} = \gamma\Big([\mathbf{l},\mathbf{p}] + [\mathbf{m},\mathbf{q}]\Big), \tag{1}$$

Здесь

$$\mathbf{P} = \mathbf{H} - (\delta/2)\mathbf{M} + \beta^* M_z \mathbf{n} + \alpha^* \frac{\partial^2}{\partial y^2}\mathbf{M} + (A/2)\mathbf{m},$$

$$\mathbf{Q} = (\delta/2)\mathbf{L} + \tilde{\beta} L_z \mathbf{n} + \tilde{\alpha}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\mathbf{L} + (A/2)\mathbf{l},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{H} + (A/2)\mathbf{M}, \qquad \mathbf{q} = (A/2)\mathbf{L}, \tag{2}$$

$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$, $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$, $\mathbf{l} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$, $\mathbf{M}_i$ и $\mathbf{m}_i$ — электронная и ядерная намагниченности подрешетки i антиферромагнетика соответственно ($i = 1, 2$), $(-g)$ и γ — гиромагнитные отношения для электронных и ядерных спинов ($g > 0$), δ — константа однородного обмена, α^* и $\tilde{\alpha}$ — константы неоднородного обмена, β^* и $\tilde{\beta}$ — константы анизотропии (причем в рассматриваемом случае легкоплоскостного антиферромагнетика $\tilde{\beta} < 0$), A — константа сверхтонкого взаимодействия, $\mathbf{n}$ — орт оси z. Наконец, магнитное поле в образце определяется уравнениями магнитостатики и (в пренебрежении слабым размагничивающим влиянием ядерной спин-системы) имеет вид [6]

$$\mathbf{H} = \Big(H_0 + 4\pi(M_{y0} - M_y)\Big)\mathbf{j}, \tag{3}$$

где $\mathbf{j}$ — орт оси y, а индекс 0 (здесь и в дальнейшем) означает статическое значение соответствующей величины. Статическое состояние определяется соотношениями [4]

$$M_{y0} \simeq (H_0/\delta L_0)L_0, \quad L_{x0} \simeq L_0, \quad m_{y0} \simeq (H_0/AL_0)l_0, \quad l_{x0} \simeq l_0,$$

где $L_0 = 2M_{10}$, $l_0 = 2m_{10}$.

Обозначая через $U = U(\tilde{M}_y, \tilde{L}_x, \tilde{L}_z, \tilde{m}_y, \tilde{l}_x, \tilde{l}_z, \tilde{M}_x, \tilde{L}_y, \tilde{M}_z, \tilde{m}_x, \tilde{l}_y, \tilde{m}_z)$ двенадцатимерный вектор-столбец, составленный из компонент динамических частей приведенных векторов намагниченности и антиферромагнетизма

$$\tilde{\mathbf{M}} = (\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)/L_{x0}, \quad \tilde{\mathbf{L}} = (\mathbf{L} - \mathbf{L}_0)/L_{x0},$$

[1] Мы ограничиваемся рассмотрением возмущений, распространяющихся вдоль оси y.

$$\tilde{\mathbf{m}} = (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)/l_{x0}, \quad \tilde{\mathbf{l}} = (\mathbf{l} - \mathbf{l}_0)/l_{x0}, \tag{4}$$

представим его в виде разложения [2,3]

$$U = \sum_{\alpha=1}^{\infty} \sum_{l,n=-\infty}^{\infty} \varepsilon^{\alpha} U_{ln}^{(\alpha)}(\eta_1, \eta_2, \tau) \exp\Big[i\Big(k_{ln} y - \omega_{ln} t + \sum_{\gamma=1}^{\infty} \varepsilon^{\gamma} \Phi_{ln}^{(\gamma)}(\eta_1, \eta_2, \tau) \Big) \Big]. \tag{5}$$

Здесь ω_1, k_1 и ω_2, k_2 — частоты и волновые числа взаимодействующих волн,[2] $\omega_{ln} = l\omega_1 + n\omega_2$, $k_{ln} = lk_1 + nk_2$, $\Phi_{ln}^{(\gamma)} = l\Phi_1^{(\gamma)} + n\Phi_2^{(\gamma)}$, плавно меняющиеся амплитуды $U_{ln}^{(\alpha)}$ и фазы $\Phi_1^{(\gamma)}$, $\Phi_2^{(\gamma)}$ удовлетворяют условиям $U_{-l-n}^{(\alpha)} = \left(U_{ln}^{(\alpha)}\right)^*$, $\Phi_i^{(\gamma)} = \left(\Phi_i^{(\gamma)}\right)^*$ $(i = 1, 2)$, ε — малый (в меру малости амплитуд взаимодействующих волн) параметр.[3] Наконец, плавные пространственно-временны́е переменные η_1, η_2 и τ связаны с «быстрыми» (y и t) соотношениями

$$\eta_i = \varepsilon\Big(y - \Lambda_i t - \sum_{\beta=0}^{\infty} \varepsilon^{\beta} \Phi_i^{(\beta)}(\eta_1, \eta_2, \tau) \Big), \quad \tau = \varepsilon^2 t, \tag{6}$$

где $\Lambda_i = \partial\omega_i / \partial k_i$ — групповые скорости взаимодействующих волн в линейном приближении, $\Phi_i^{(\beta)}$ — подлежащие вычислению действительные функции, дающие нелинейные поправки к этим групповым скоростям, и индекс i принимает значения 1, 2.

Подставляя разложение (5) в систему уравнений (1) и в выражения (2), (3), группируя члены одного порядка по ε и в каждом порядке по ε приравнивая нулю коэффициенты при различных фазовых множителях, после некоторых вычислений (детали которых можно найти в работах [1-3]) получим замкнутую систему уравнений, позволяющую определить всю совокупность искомых физических величин.

3. В частности, в первом по ε порядке придем к известной [4] системе алгебраических уравнений для линеаризованных амплитуд $U^{(1)}$, в матричной форме имеющей вид[4]

$$\mathcal{D}(k, \omega) U^{(1)}(k, \omega) = 0. \tag{7}$$

Здесь $\mathcal{D}(k, \omega)$ — квадратная матрица двенадцатого порядка, которая легко может быть составлена и ввиду громоздкости не приводится.

Результаты линейной теории хорошо известны, и мы приведем здесь лишь некоторые из них, имеющие отношение к исследуемой задаче. Система уравнений (7) имеет нетривиальное решение при выполнении условия $\det(\mathcal{D}) = 0$, представляющего собой дисперсионное

[2] Для определенности будем считать k_1 и k_2 положительными. Тогда для волн, распространяющихся вдоль оси y, ω_1 и ω_2 также следует выбирать положительными.

[3] Формальный малый параметр ε вводится в целях удобства. В конечных результатах он приравнивается единице, а его роль передается фактическому малому параметру — амплитуде возмущения.

[4] Здесь и в дальнейшем, где это не должно привести к путанице, индексы l и n в целях сокращения записи опускаются.

уравнение для спиновых волн. Произвольному корню этого уравнения $\omega = \omega(k)$ соответствует набор амплитуд, $U^{(1)} = R\varphi^{(1)}$, где двенадцатикомпонентный правый вектор-столбец R представляет собой решение уравнения $\mathcal{D}(\omega(k), k)R(\omega(k), k) = 0$, а $\varphi^{(1)}$ — произвольная функция медленных переменных. С системой уравнений (7) увязывают также двенадцатимерный левый вектор-строку $\mathcal{I}$, представляющий собой решение системы уравнений $\mathcal{I}(\omega, k)\mathcal{D}(\omega, k) = 0$, также реализуемое при выполнении вышеупомянутого дисперсионного уравнения.

Из дисперсионного уравнения следует существование двух пар ветвей колебаний электронно-ядерной спин-системы. Первая из них представляет собой ВЧ-электронно-подобную и связанную с ней ВЧ-ядерно-подобную ветви, частоты которых определяются выражениями [4]

$$\omega^2 \simeq \Omega_{EH}^2(k) = \omega_{EH}^2(k) + \omega_T^2, \quad \omega^2 \simeq \Omega_{NH}^2(k) \cong \omega_{n1}^2 \Big(1 - \omega_T^2/\omega_{EH}^2(k)\Big), \tag{8}$$

где $\omega_{EH}^2 = g^2 L_{x0}^2 \delta\Big(|\beta| + \tilde{\alpha}k^2\Big)$, $\omega_T^2 = g^2 L_{x0} l_{x0} \delta(A/2)$, $\omega_{n1} \equiv -\gamma L_{x0}(A/2)$. Отсюда следует

$$\Lambda_{EH} = \frac{d\Omega_{EH}}{dk} \simeq \frac{\omega_{EH}^2(0)}{\omega_{EH}(k)} \frac{\tilde{\alpha}k}{|\tilde{\beta}|}, \quad \Lambda_{EH} = \frac{d\Omega_{NH}}{dk} \simeq \omega_{n1} \frac{\omega_{EH}^2(0)\omega_T^2}{\omega_{EH}^4(k)} \frac{\tilde{\alpha}k}{|\tilde{\beta}|}. \tag{9}$$

Вторая пара представляет собой НЧ-электронно-подобную и НЧ-ядерно-подобную ветви с частотами

$$\omega^2 \simeq \Omega_{EL}^2(k) = \omega_{EL}^2(k) + \omega_T^2, \quad \omega^2 \simeq \Omega_{NL}^2(k) = \omega_{n1}^2 \frac{\omega_{EL}^2(k)}{\omega_{EL}^2(k) + \omega_T^2}, \tag{10}$$

где $\omega_{EL}^2(k) = g^2 L_{x0}^2 \delta(\mu^2\delta + \tilde{\alpha}k^2)$. При этом

$$\Lambda_{EL} = \frac{d\Omega_{EL}(k)}{dk} \simeq \frac{\omega_{EL}^2(0)}{\Omega_{EL}(k)} \frac{\tilde{\alpha}k}{\mu^2\delta},$$

$$\Lambda_{NL} = \frac{d\Omega_{EL}(k)}{dk} \simeq \omega_{n1} \frac{\omega_{EL}^2(0)\omega_T^2}{\Omega_{EL}^3(k)\omega_{EL}(k)} \frac{\tilde{\alpha}k}{\mu^2\delta}. \tag{11}$$

Заметим, что в соответствии с рассматриваемой задачей о нерезонансном взаимодействии двух модулированных возмущений с параметрами ω_1, k_1 и ω_2, k_2 будет предполагаться, что в линейном приближении единственно отличными от нуля амплитудами являются $U_{10}^{(1)}$ и $U_{01}^{(1)}$ (и комплексно-сопряженные им), причем каждая из взаимодействующих волн может относиться к любой ветви колебаний. Кроме того, должно выполняться условие $|(\lambda_1 - \lambda_2)/\lambda_{1,2}| \gg \varepsilon$.

Из системы уравнений второго по ε приближения (которая здесь не приводится) для гармоник $l = 1$, $n = 0$ и $l = 0$, $n = 1$ в соответствии с результатами общей теории получаем [2,3]

$$\varphi_i^{(1)} \equiv \varphi_i^{(1)}(\eta_i, \tau), \quad U_i^{(2)} = R_i \varphi_i^{(2)}(\eta_1, \eta_2, \tau) - i\frac{dR_i}{dk_i} \frac{\partial \varphi_i^{(1)}}{\partial \eta_i},$$

где $i = 1$ означает гармонику $U_{10}^{(1)}$, $i = 2$ — гармонику $U_{01}^{(1)}$, а $\varphi_i^{(2)}(\eta_1, \eta_2, \tau)$ — произвольная (пока) функция своих аргументов.

Из той же системы уравнений, а также из условия сохранения величин намагниченностей подрешеток $|M_1| = |M_2| = M_{10}$, $|m_1| = |m_2| = m_{10}$ находим явные выражения для требуемых в дальнейшем обертонов $U_{20}^{(2)}$, $U_{11}^{(2)}$, $U_{1-1}^{(2)}$ и $U_{00}^{(2)}$. Причем очевидно, что $U_{20}^{(2)} \sim (\varphi_1^{(1)})^2$, $U_{11}^{(2)} \sim \sim \varphi_1^{(1)}\varphi_2^{(1)}$, $U_{1-1}^{(2)} \sim \varphi_1^{(1)}(\varphi_2^{(1)})^*$, а $U_{00}^{(2)}$ содержит члены, пропорциональные как $|\varphi_1^{(1)}|^2$, так и $|\varphi_2^{(1)}|^2$.

В третьем по ε приближении достаточно рассмотреть систему алгебраических линейных неоднородных уравнений для амплитуд $U_{10}^{(3)}$. Необходимое условие существования решения этой неоднородной системы уравнений имеет вид

$$\left(2i\frac{\partial\varphi_1^{(1)}}{\partial\tau} + \frac{d^2\omega_1}{dk_1^2}\frac{\partial^2\varphi_1^{(1)}}{\partial\eta_1^2}\right) + 2i(\Lambda_1 - \Lambda_2)\frac{\partial\varphi_1^{(2)}}{\partial\eta_2} - 2i(\Lambda_1 - \Lambda_2)\frac{\partial\Psi_1^{(0)}}{\partial\eta_2}\frac{\partial\varphi_1^{(1)}}{\partial\eta_1} -$$

$$- 2(\Lambda_1 - \Lambda_2)\varphi_1\frac{\partial\Phi_1^{(1)}}{\partial\eta_1} - \Delta_1\varphi_1^{(1)}\left|\varphi_1^{(1)}\right|^2 + \Delta_1'\varphi_1^{(1)}\left|\varphi_2^{(1)}\right|^2 = 0, \qquad (12)$$

где Δ_1 и Δ_1' — нелинейные коэффициенты, определяемые отдельно в каждом конкретном случае взаимодействия различных ветвей колебаний. Связывая теперь произвольные функции $\Psi_1^{(0)}$ и $\Phi_1^{(1)}$ условиями

$$\frac{\partial\Psi_1^{(0)}}{\partial\eta_2} \equiv 0, \quad \frac{\partial\Phi_1^{(1)}}{\partial\eta_2} = \frac{\Delta_1'|\varphi_2|^2}{2(\Lambda_1 - \Lambda_2)} \qquad (13)$$

и налагая на $\varphi_1^{(2)}$ условие несекулярности, в результате придем к нелинейному уравнению Шредингера для $\varphi_1^{(1)}$

$$2i\frac{\partial\varphi_1^{(1)}}{\partial\tau} + \frac{d^2\omega_1}{dk_1^2}\frac{\partial^2\varphi_1^{(1)}}{\partial\eta_1^2} + \Delta_1\varphi_1^{(1)}\left|\varphi_1^{(1)}\right|^2 = 0 \qquad (14)$$

и условию $\partial\varphi_1^{(2)}/\partial\eta_2 \equiv 0$.

Известно, что, согласно условию Лайтхилла [6], нелинейные плоские волны, являющиеся решением уравнения (14), модуляционно неустойчивы при $\Delta_1 d^2\omega_1/dk_1^2 > 0$. В этих условиях уравнение (14) допускает существование солитонного решения, профиль которого, а также обусловленные эффектами нелинейного самодействия сдвиги частоты и групповой скорости даются выражениями [6]

$$\varphi_1^{(1)} = a_{1\,\max}\operatorname{sech}\left\{a_{1\,\max}\left[\frac{\Delta_1/2}{d^2\omega/dk^2}\right]^{1/2}(\eta_1 - \eta_{10})\right\}, \qquad (15)$$

$$\delta\omega_{S1} = -\frac{1}{4}\Delta_1\left|\varphi_{1\,\max}^{(1)}\right|^2, \quad \delta\lambda_{S1} = -\frac{1}{4}\frac{d\Delta_1}{dk_1}\left|\varphi_{1\,\max}^{(1)}\right|^2. \qquad (16)$$

Сдвиги же частоты и групповой скорости первой волны, обусловленные нерезонансным воздействием на нее второй волны, имеют вид [2,3]

$$\delta\omega_{I1} = \Lambda_2 \frac{\partial \Phi_1^{(1)}}{\partial \eta_2} = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1 - \Lambda_2} \frac{\Delta_1'}{2} \left| \varphi_2^{(1)} \right|^2, \tag{17}$$

$$\delta\lambda_{I1} = (\Lambda_2 - \Lambda_1) \frac{d}{dk_1} \left(\frac{\partial \Phi_1^{(1)}}{\partial \eta_2} \right) = \frac{1}{2} (\Lambda_2 - \Lambda_1) \left| \varphi_2^{(1)} \right|^2 \frac{d}{dk_1} \left(\frac{\Delta_1'}{\Lambda_1 - \Lambda_2} \right). \tag{18}$$

4. Результаты (12)–(18) носят общий характер. В дальнейшем мы используем их для рассмотрения различных случаев взаимодействия слабонелинейных волн в легкоплоскостном антиферромагнетике. При этом мы ограничимся только рассмотрением воздействия электронно-подобных солитонов на ядерно-подобные. После некоторых вычислений для коэффициентов Δ_H и Δ_L, определяющих параметры ВЧ- и НЧ-ядерно-подобного модулированного возмущения соответственно, будем иметь

$$\Delta_H \simeq -2 \frac{\omega_T^2}{\Omega_{EH}^2(k_1)} \omega_{n1},$$

$$\Delta_L \simeq \frac{\omega_T^2}{2\Omega_{EL}^4(k_1)} \left(-4\omega_{EL}^2(k_1) + \omega_T^2 + \frac{3\omega_T^4\, \omega_{EL}^2(0)}{\Omega_{EL}^2(k_1)\, \omega_{EL}^2(k_1)} \right) \frac{\omega_{n1}^2}{\Omega_{NL}(k_1)}. \tag{19}$$

Аналогично для коэффициентов Δ'_{HH}, Δ'_{HL}, Δ'_{LH} и Δ'_{LL}, описывающих нерезонансное воздействие на ВЧ-ядерно-подобное модулированное возмущение ВЧ- и НЧ-электронно-подобного возмущения и воздействие на НЧ-ядерно-подобное модулированное возмущение ВЧ- и НЧ-электронно-подобного возмущения, получим

$$\Delta'_{HH} \simeq 2\Omega_{NH}(k_1), \quad \Delta'_{HL} \simeq 2\Omega_{NH}(k_1) \frac{\Omega_{EL}^2(k_2)}{\omega_{n1}^2},$$

$$\Delta'_{LH} \simeq \left(2 + \frac{\omega_T^2\, \omega_{EL}^2(0)}{\Omega_{EL}^2(k_1)\, \omega_{EL}^2(k_1)} \right) \Omega_{NL}(k_1),$$

$$\Delta'_{LL} \simeq \left(2 - \frac{9\omega_T^2\, \omega_{EL}^2(0)}{\Omega_{EL}^2(k_1)\, \omega_{EL}^2(k_1)} \right) \Omega_{NL}(k_1) \frac{\Omega_{EL}^2(k_2)}{\omega_{n1}^2}. \tag{20}$$

Согласно выражению (19), коэффициент Δ_H существенно отрицателен. Отсюда с учетом выражения (8) следует, что в случае ВЧ-ядерно-подобной ветви солитонное решение реализуется при $\tilde{\alpha}k^2 > |\tilde{\beta}|/3$. В случае же НЧ-ядерно-подобной ветви (рассмотренной в [5]) солитонное решение имеет место либо при условии $g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha}k^2 \ll \omega_T^2$ и $\omega_{EL}^2(0) < 0.7\omega_T^2$, либо при условии $g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha}k^2 \gg \max(\omega_{EL}^2(0), \omega_T^2)$. Что касается электронно-подобных ветвей, то они модуляционно неустойчивы для любых волновых чисел.

5. Используем выражения (19), (20) для вычисления сдвигов частоты групповой скорости ядерно-подобных солитонов, обусловленных как эффектами нелинейного самодействия, так и нерезонансным воздействием на них электронно-подобных солитонов. Учитывая выражения (16), (19) и выражая $\varphi_{NH}^{(1)}$ через $l_{zNH}^{(1)}$-компоненту $U_{NH}^{(1)}$ вектора ВЧ-ядерно-подобной ветви колебаний, для обусловленных эффектами самодействия сдвигов частоты и групповой скорости ВЧ-ядерно-подобного солитона будем иметь[5]

$$\delta\omega_H \simeq \frac{1}{2}\,\frac{\omega_T^2\,\omega_{n1}}{\Omega_{EH}^2(k_1)}\left|l_{zNH}^{(1)\max}\right|^2, \quad \delta\lambda_H \simeq \Lambda_{NH}\left|l_{zNH}^{(1)\max}\right|^2. \tag{21}$$

Для сдвигов же этих параметров, обусловленных воздействием на ВЧ-ядерно-подобный солитон ВЧ-электронно-подобного, из (17), (18) и (20) (с учетом связи $\varphi_{EH}^{(1)}$ с $L_{zEH}^{(1)}$-компонентой $U_{EH}^{(1)}$ вектора ВЧ-электронно-подобной ветви колебаний) получим

$$\delta\omega_{HH} \simeq \frac{\Lambda_{EH}}{\Lambda_{NH}-\Lambda_{EH}}\Omega_{NH}(k_1)\left|L_{zEH}^{(1)}\right|^2,$$

$$\delta\lambda_{HH} \simeq \left(\frac{d^2\Omega_{NH}(k_1)/dk_1^2}{\Lambda_{NH}-\Lambda_{EH}}\Omega_{NH}(k_1)-\Lambda_{NH}\right)\left|L_{zEH}^{(1)}\right|^2. \tag{22}$$

Используя характерные значения параметров легкоплоскостного антиферромагнетика [4,7,8], находим, что при воздействии на ВЧ-ядерно-подобный солитон с $k_1^2 > |\tilde{\beta}|/3\tilde{\alpha}$ ВЧ-электронно-подобного солитона и при одинаковом уровне нелинейности взаимодействующих волн ($|l_{zNH}^{(1)\max}| \sim |L_{zEH}^{(1)\max}|$)

$$\left|\frac{\delta\omega_{HH}}{\delta\omega_H}\right|_{\max} \approx 2\frac{\Lambda_{EH}}{\Lambda_{NH}-\Lambda_{EH}}\,\frac{\Omega_{EH}^2(k_1)}{\omega_T^2},$$

$$\left|\frac{\delta\Lambda_{HH}}{\delta\Lambda_H}\right|_{\max} \approx \left|\frac{d^2\Omega_{NH}(k_1)/dk_1^2}{\Lambda_{NH}(\Lambda_{NH}-\Lambda_{EH})}\omega_{n1}-1\right|.$$

Отсюда следует, что

$$\left|\delta\omega_{HH}/\delta\omega_H\right|_{\max} \gg 1 \quad \text{при} \;\; \Lambda_{NH} \lesssim \Lambda_{EH}$$

и

$$\left|\delta\omega_{HH}/\delta\omega_H\right|_{\max} \lesssim 1 \quad \text{при} \;\; \Lambda_{NH} \gtrsim \Lambda_{EH},$$

а также, что

$$\left|\delta\lambda_{HH}/\delta\lambda_H\right|_{\max} \gg 1, \qquad \Lambda_{NH} \gtrsim \Lambda_{EH},$$

$$\left|\delta\lambda_{HH}/\delta\lambda_H\right|_{\max} \sim 1, \qquad \Lambda_{NH} \ll \Lambda_{EH}.$$

---

[5] Мы тем самым увязываем малость параметра ε с малостью амплитуды $l_{zNH}^{(1)}$, являющейся наибольшей из компонент вектора $U_{NH}^{(1)}$.

Мы видим, что максимальные сдвиги частоты и групповой скорости ВЧ-ядерно-подобного солитона, обусловленные воздействием на него ВЧ-электронно-подобного солитона, весьма существенны.

При рассмотрении воздействия на ВЧ-ядерно-подобный солитон НЧ-электронно-подобного солитона из (17), (18) и (20) получим следующие выражения для обусловленных взаимодействием сдвигов частоты и групповой скорости:

$$\delta\omega_{HL} \simeq \frac{\Lambda_{EL}}{\Lambda_{NH}-\Lambda_{EL}}\Omega_{NH}(k_1)\left|L^{(1)}_{yEL}\right|^2,$$

$$\delta\lambda_{HL} \simeq \left(\frac{d^2\Omega_{NH}(k_1)/dk_1^2}{\Lambda_{NH}-\Lambda_{EL}}\Omega_{NH}(k_1)-\Lambda_{NH}\right)\left|L^{(1)}_{yEL}\right|^2 \tag{23}$$

(здесь учтено, что $\varphi^{(1)}_{EL} \simeq \frac{\omega_{n1}}{\Omega_{EL}(k_2)}L^{(1)}_{yEL}$). Отсюда следует, что $|\delta\omega_{HH}/\delta\omega_H|_{\max} \gg 1$ при $\Lambda_{NH} \lesssim \Lambda_{EL}$ и $|\delta\lambda_{HL}/\delta\lambda_H|_{\max} \gg 1$ при $\Lambda_{NH} \gtrsim \Lambda_{EL}$. В конкретном случае антиферромагнетика [8] $MnCO_3$, помещенного во внешнее магнитное поле $H_0 = 6.2\,\text{kOe}$ $\mu = 10^{-2}$, $\omega_{EH}(0) = 7.7\cdot10^{11}\,\text{S}^{-1}$, $\omega_T = 7.7\cdot10^{10}\,\text{S}^{-1}$, $\omega_{EL}(0) = 1.1\cdot10^{11}\,\text{S}^{-1}$, $\omega_{n1}(0) = 3\cdot10^{9}\,\text{S}^{-1}$, $\delta = 800$, $\tilde\beta = 3.8$, $\tilde\alpha = 0.5\cdot10^{-12}\,\text{cm}^2$ при $k_{NH} = 3\cdot10^6\,\text{cm}^{-1}$, $k_{EL} = 10^2\,\text{cm}^{-1}$ и выражения (8)–(12), (21) и (23) приводят к оценке $|\delta\omega_{HL}/\delta\omega_H|_{\max} \approx 400$, $|\delta\lambda_{HL}/\delta\lambda_H|_{\max} \approx 100$, свидетельствующей о существенной (в рассматриваемом случае) роли взаимодействия.

Перейдем к рассмотрению воздействия ВЧ- и НЧ-электронно-подобных солитонов на НЧ-ядерно-подобный солитон. Выражения для сдвигов частоты и групповой скорости НЧ-ядерно-подобного солитона, вызванные самодействием, следуют из (16), (19) и имеют вид $(\varphi^{(1)}_{NL} \simeq \frac{\Omega_{NL}(k_1)}{\omega_{n1}}l^{(1)}_{yNL})$

$$\delta\omega_L \approx -\frac{1}{8}\left(1-4\frac{\omega^2_{EL}(k_1)}{\omega^2_T}+3\frac{\omega^2_{EL}(0)}{\omega^2_{EL}(k_1)}\right)\Omega_{NL}(k_1)\left|l^{(1)\max}_{yNL}\right|^2,$$

$$\delta\lambda_L \approx -\frac{1}{8}\left(1-12\frac{\omega^2_{EL}(k_1)}{\omega^2_T}-3\frac{\omega^2_{EL}(0)}{\omega^2_{EL}(k_1)}\right)\Lambda_{NL}(k_1)\left|l^{(1)\max}_{yNL}\right|^2, \tag{24}$$

при $g^2L^2_{x0}\delta\tilde\alpha k_1^2 \ll \max(\omega^2_{EL}(0),\omega^2_T)$ и

$$\delta\omega_L \approx \frac{\omega^2_T}{2\omega^2_{EL}(k_1)}\omega_{n1}\left|l^{(1)\max}_{yNL}\right|^2,\quad \delta\lambda_L \approx -\Lambda_{NL}(k_1)\left|l^{(1)\max}_{yNL}\right|^2 \tag{25}$$

при $g^2L^2_{x0}\delta\tilde\alpha k_1^2 \gg \max(\omega^2_{EL}(0),\omega^2_T)$.

Из (17), (18) и (20) следует, что сдвиги частоты и групповой скорости НЧ-ядерно-подобного солитона, обусловленные воздействием на него ВЧ-электронно-подобного солитона, даются выражениями $(\varphi^{(1)}_{EH} = L^{(1)}_{zEH})$

$$\delta\omega_{LH} \approx \frac{\Lambda_{EH}}{\Lambda_{NL}-\Lambda_{EH}}\left(1+\frac{\omega^2_T\,\omega^2_{EL}(0)}{2\Omega^2_{EL}(k_1)\,\omega^2_{EL}(k_1)}\right)\Omega_{NL}(k_1)\left|L^{(1)\max}_{zEH}\right|^2,$$

$$\delta\lambda_{LH} \approx \left\{ \frac{d^2\Omega_{NL}(k_1)/dk_1^2}{\Lambda_{NL} - \Lambda_{EH}} \left(1 + \frac{\omega_T^2 \omega_{EL}^2(0)}{2\Omega_{EL}^2(k_1)\omega_{EL}^2(k_1)} \right) \Omega_{NL}(k_1) - \Lambda_{NL} \right\} \left| L_{zEH}^{(1)\max} \right|^2.$$

Сравнивая эти выражения с (24), заключаем, что в случае «длинноволнового» НЧ-ядерно-подобного солитона ($g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha} k_1^2 \ll \omega_T^2$) $|\delta\omega_{LH}/\delta\omega_L|_{\max} \lesssim 10$ всегда, $|\delta\lambda_{LH}/\delta\lambda_L|_{\max} \gg 1$ при $g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha} k_1^2 \ll \ll \omega_{EL}(0)\omega_T$ и $\Lambda_{EH} \lesssim \Lambda_{NL}$, $|\delta\lambda_{LH}/\delta\Lambda_L|_{\max} \sim 1$ для всех других значений k_1 и k_2.

В «коротковолновом» случае ($g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha} k_1^2 \gg \max(\omega_{EL}^2(0), \omega_T^2)$) $|\delta\omega_{LH}/\delta\omega_L|_{\max} \gg 1$ при $\Lambda_{EH} \gtrsim \Lambda_{NL}$ и $|\delta\lambda_{LH}/\delta\Lambda_L|_{\max} \gg 1$ при $\Lambda_{EH} \lesssim \Lambda_{NL}$.

Аналогичным образом можно получить выражения для сдвигов частоты и групповой скорости НЧ-ядерно-подобного солитона, обусловленные воздействием на него НЧ-электронно-подобного солитона. Используя (17), (18) и (20), имеем ($\varphi_{EL}^{(1)} \simeq \frac{\omega_{n1}}{\Omega_{EL}(k_2)} L_{yEL}^{(1)}$)

$$\delta\omega_{LL} \approx \frac{\Lambda_{EL}}{\Lambda_{NL} - \Lambda_{EL}} \left(1 + \frac{9\omega_T^2 \omega_{EL}^2(0)}{2\Omega_{EL}^2(k_1)\omega_{EL}^2(k_1)} \right) \Omega_{NL}(k_1) \left| L_{yEL}^{(1)} \right|^2,$$

$$\delta\lambda_{LL} \approx \left\{ \frac{d^2\Omega_{NL}(k_1)/dk_1^2}{\Lambda_{NL} - \Lambda_{EL}} \left(1 + \frac{9\omega_T^2 \omega_{EL}^2(0)}{2\Omega_{EL}^2(k_1)\omega_{EL}^2(k_1)} \right) \Omega_{NL}(k_1) - \Lambda_{NL} \right\} \left| L_{yEL}^{(1)} \right|^2.$$

В результате для относительных сдвигов частоты и групповой скорости приходим к аналогичным предыдущему случаю результатам, а именно в случае «длинноволнового» НЧ-ядерно-подобного солитона ($g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha} k_1^2 \ll \omega_T^2$) $|\delta\omega_{LL}/\delta\omega_L|_{\max} \lesssim 10$ всегда, $|\delta\lambda_{LL}/\delta\lambda_L|_{\max} \gg 1$ при $g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha} k_1^2 \ll \omega_{EL}(0)\omega_T$ и $\Lambda_{EL} \lesssim \Lambda_{NL}$, $|\delta\lambda_{LL}/\delta\Lambda_L|_{\max} \sim 1$ для всех других значений k_1 и k_2.

В «коротковолновом» случае ($g^2 L_{x0}^2 \delta\tilde{\alpha} k_1^2 \gg \max(\omega_{EL}^2(0), \omega_T^2)$) $|\delta\omega_{LL}/\delta\omega_L|_{\max} \gg 1$ при $\Lambda_{EL} \gtrsim \Lambda_{NL}$ и $|\delta\lambda_{LL}/\delta\Lambda_L|_{\max} \gg 1$ при $\Lambda_{EL} \lesssim \Lambda_{NL}$.

В конкретном случае антиферромагнетика [8] $MnCO_3$ при $k_{NL} = 3 \times 10^6\,\mathrm{cm}^{-1}$, $k_{EL} = 10^2\,\mathrm{cm}^{-1}$ имеем $|\delta\omega_{LL}/\delta\omega_L|_{\max} \approx 200$, а $|\delta\lambda_{LL}/\delta\lambda_L|_{\max} \approx 70$.

Полученные результаты говорят о том, что нерезонансное воздействие электронно-подобных солитонов на ядерно-подобные в целом оказывает значительное влияние на параметры последних. При этом влияние наиболее заметно, когда ядерно-подобные солитоны являются коротковолновыми.

Поскольку полученные выше теоретические результаты свидетельствуют в пользу существенности воздействия на ядерно-подобные солитоны электронно-подобных солитонов, а в ряде случаев и об определенной его роли, представляется, на наш взгляд, целесообразным подвергнуть их экспериментальной проверке. Можно было бы, например, при одновременной генерации в образце солитонов ядерной и электронной намагниченностей наблюдать зависимость времени прохождения через образец ядерно-подобного солитонного импульса (а следовательно, и относительного изменения групповой скорости ядерно-подобного солитона $\delta\lambda/\lambda$) от параметров элоектронно-подобного солитона.

Авторы благодарны Л.Л. Буишвили за интерес к работе и полезные замечания.

Проведение исследований, описанных в настоящей публикации, стало возможным во многом благодаря гранту № MXK200, полученному от Грузинского правительства и Международного научного фонда.

Список литературы

[1] Л.Л. Буишвили, Н.П. Гиоргадзе, Н.Г. Мчедлишвили. ФТТ **36**, *10*, 3040 (1994).
[2] M. Oikawa, N. Yajima. J.Phys. Soc. Jap. **37**, 486 (1974).
[3] M. Oikawa, N. Yajima. Suppl. Progr. Theor. Phys. **55**, 36 (1974).
[4] Е.А. Туров, М.П. Петров. Ядерный магнитный резонанс в ферро- и антиферромагнетиках. Наука. М. (1963).
[5] Е.Б. Волжан. Канд. дис.
[6] Е.Б. Волжан, Н.П. Гиоргадзе, А.Д. Патарая. ФТТ **18**, *8*, 2546 (1976).
[7] T. Taniuti. Suppl. Progr. Theor. Phys. **55**, 1 (1974).
[8] В.С. Львов. Нелинейные спиновые волны. Наука. М. (1987). С. 35.