

## ОБЛАСТЬ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПОЛЯРИТОНОВ В СИСТЕМЕ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕ

© Т.Р.Барлас, А.В.Гончаренко, Н.Л.Дмитрук

Институт физики полупроводников Академии наук Украины,  
252000 Киев, Украина

(Поступила в Редакцию 25 мая 1995 г.)

В окончательной редакции 30 августа 1995 г.)

В рамках теории многократного рассеяния при пренебрежении эффектами диссипации рассчитана трехмерная область сильной локализации электромагнитных волн в безразмерных координатах число заполнения  $f$ -относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon^*$  — параметр размера  $\eta$ . Рассмотрены сечения этой области плоскостями  $f = \text{const}$  и  $\epsilon = \text{const}$ . Показано, что область локализации в трехмерном пространстве односвязна и имеет сложную структуру, отвечающую высшим порядкам рассеяния.

Известно, что в результате когерентной интерференции волн, рассеянных неупорядоченными частицами, коэффициент диффузии света  $D = \frac{1}{3}V_e l$  может становиться пренебрежимо малым (здесь  $V_e$  — скорость переноса энергии,  $l$  — средняя длина свободного пробега фотона). При определенных соотношениях концентрации, размеров, диэлектрической постоянной частиц может наступить необходимая корреляция фаз рассеянных волн, в результате чего волна не проникает в глубь среды. Необходимо отметить, однако, что условие  $D \approx 0$  может быть выполнено либо при  $V_e \approx 0$ , либо при  $l \approx 0$ . Именно второй случай означает сильную локализацию. Настоящая работа посвящена определению условий, при которых удовлетворяется критерий локализации для случайно распределенных сферических частиц.

### Общая постановка задачи и некоторые ограничения

Мы рассматриваем вслед за [1,2] проблему локализации света в системе сфер с отрицательной диэлектрической проницаемостью, случайным образом распределенных в прозрачной диэлектрической матрице. Тогда распространение света может быть описано в рамках теории многократного рассеяния. Согласно теории Ми, электромагнитное поле возле поверхности частицы с отрицательной диэлектрической проницаемостью может быть велико, и особенно вблизи так называемых резонансов Ми. Это приводит к большому сечению рассеяния сферы, и длина свободного пробега фотона может стать малой даже

при низких концентрациях частиц. Метод, основанный на приближении средней  $T$ -матрицы в рамках диаграммной функции Грина, был использован в работе [1] для металлических частиц. Показана возможность локализации света в области 2.7–3.3eV для частиц Ag с радиусами 30–50 nm. В [2] этот метод использован для расчета области локализации (ОЛ) фонон-поляритонов и определения длины локализации в системе  $\text{TiO}_2$ -GaP. В [3] определение ОЛ было проведено для системы, моделируемой как диэлектрические сферы  $\text{As}_2\text{O}_3$  в поверхностном слое GaAs. Мы применяем подобный подход, используя безразмерные величины, и определяем ОЛ поляритонов в общем случае (в пространстве безразмерных параметров). Это позволяет определить сочетания материалов, для которых возможна локализация, необходимые для этого размеры и концентрацию частиц. Рассматривая рассеяние света на сферической частице, мы будем удерживать три члена в разложении Ми и определяем ОЛ с учетом трех соответствующих порядков рассеяния.

Примем, что материалы матрицы и включений немагнитны, и введем приведенную диэлектрическую проницаемость частицы  $\epsilon^* = \epsilon_s/\epsilon_m$ , где  $\epsilon_s$ ,  $\epsilon_m$  — диэлектрические проницаемости сфер и матрицы соответственно. Считая, что радиус частицы  $R$ , введем также параметр размера  $\eta = 2\pi R/\lambda = kR$ , где  $k$  и  $\lambda$  — волновой вектор и длина волны света в вакууме. Третий безразмерный параметр — число заполнения, или объемная доля частиц  $f$ . Введение параметров  $\epsilon^*$ ,  $\eta$  и  $f$  позволяет значительно упростить довольно громоздкие формулы, представленные в [2]. Можно показать, что ОЛ в пространстве  $\epsilon^*$ ,  $\eta$  и  $f$  определяется тогда областью существования решений относительно  $y$  трансцендентного уравнения

$$1 - (l/l_c)^2 = (y \operatorname{arctg} y)^{-1}, \quad (1)$$

где  $l$  — длина свободного пробега,  $l_c$  — ее предельное значение,  $y = \xi/l$ ,  $\xi$  — длина локализации. Отношение  $l/l_c$  определяется выражением

$$l/l_c = 2/3 \sqrt{\pi/3} \frac{(Rk)^3}{f\Sigma^*}, \quad (2)$$

где  $\Sigma^*$  связана с коэффициентом рассеяния теории Ми

$$\Sigma^* = \sum_{i=1}^3 (2i+1)(|a_i|^2 + |b_i|^2). \quad (3)$$

Коэффициенты рассеяния  $a_i$ ,  $b_i$  определены в [3].

Остановимся несколько подробнее на вопросе о сделанных допущениях и рамках применимости используемой модели. Прежде всего мы пренебрегаем собственным поглощением сферических рассеивателей и полагаем  $\epsilon^*$  вещественным. В общем случае особенности локализации в поглощающей среде рассмотрены в [4]. Показано, что поглощение уменьшает коэффициент диффузии. Вместе с тем предсказывается возможность резкого перехода между областями локализации и делокализации даже при наличии сильного поглощения. Наши оценочные расчеты показывают, что умеренное поглощение ( $\operatorname{Im}\epsilon^* < \operatorname{Re}\epsilon^*$ ) весьма

незначительно влияет на контур ОЛ, за исключением точек, в которых  $\text{Re } \varepsilon^* = -(n+1)/n$  (поверхностные, или Ми-резонансы). Например, при  $\text{Re } \varepsilon^* \approx -2$ , что соответствует  $n = 1$  и дипольному резонансу, поляризуемость шара  $\alpha \sim (\varepsilon^* - 1)/(\varepsilon^* + 2)$  должна сильно зависеть от  $\text{Im } \varepsilon^*$ . Далее мы отметим влияние этого фактора на форму ОЛ.

Следующее приближение, используемое в настоящей модели, касается величины удельного объема сфер. Здесь предполагается усреднение фотонного пропагатора по множеству всех возможных конфигураций, полученных в результате случайного распределения сферических рассеивателей, и в дальнейшем записывается уравнение Дайсона для его фурье-трансформанты. Хотя при этом учитывается пространственная дисперсия, мы считаем такую операцию корректной лишь при  $\langle d \rangle \geq \lambda$ , где  $\langle d \rangle$  — среднее расстояние между сферами. Иными словами, каждая сфера должна образовать сколько-нибудь протяженную рассеянную волну до следующего акта рассеяния. Ясно, что при приближении к порогу перколяции указанное условие нарушается. Кроме того, при больших  $f$  может возникнуть необходимость учета более трех порядков рассеяния. Мы полагаем, во всяком случае, что нет достаточных оснований считать приведенные далее расчеты при  $f > 0.3$ . С осторожностью нужно подходить и к определению относительно диэлектрической проницаемости  $\varepsilon^* = \varepsilon_s/\varepsilon_m$ . Для очень малых частиц может оказаться некорректным использование для  $\varepsilon_s$  его макроскопических значений из-за ряда эффектов [5]. С другой стороны, в сильно разупорядоченных структурах (при больших  $f$ ) может модифицироваться и  $\varepsilon_m$ , например в области колебательных резонансов решетки [2].

## Результаты расчетов и обсуждение

Рассмотрим (рис. 1) поведение ОЛ при фиксированной длине волны  $\lambda$  и числе заполнения  $f$ . При этом сечение рассеяния для отдельной сферы может быть представлено в виде

$$C_{\text{sca}} = \frac{k^4}{6\pi} |\alpha|^2 = \frac{k^4}{6\pi} \frac{f^2}{N^2} |\alpha^*|^2, \quad (4)$$

где  $\alpha$  и  $\alpha^*$  — обычная и нормированная на объем поляризуемости сфер,  $N$  — их концентрация в единице объема. В дипольном приближении

$$\alpha^* = 3 \frac{\varepsilon^* - 1}{\varepsilon^* + 2}. \quad (5)$$

В нашем рассмотрении изменение безразмерного параметра  $\eta = kR = -2\pi R/\lambda$  пропорционально изменению  $R$ . При увеличении  $R$ , если  $f$  фиксировано, концентрация сфер  $N$  падает, а сечение рассеяния при этом увеличивается. Наоборот, длина упругого рассеяния  $l_{\text{sca}}$ , которая грубо ведет себя как  $(NC_{\text{sca}})^{-1}$ , падает. Подобно авторам работы [1] мы полагаем, что  $l_{\text{sca}} \approx l$ . Итак, усиливается многократное рассеяние, а средняя длина свободного пробега  $l$  уменьшается. При некотором  $\eta_{\text{min}}$  (или  $R_{\text{min}}$ ) в результате когерентной интерференции рассеянных волн наступает их локализация. Отметим, что, как следует из [5], при  $\varepsilon^* \rightarrow -2$  (при приближении к частоте Фрелиха, соответствующей дипольному резонансу сферической частицы)  $\alpha^*$  возрастает. Это

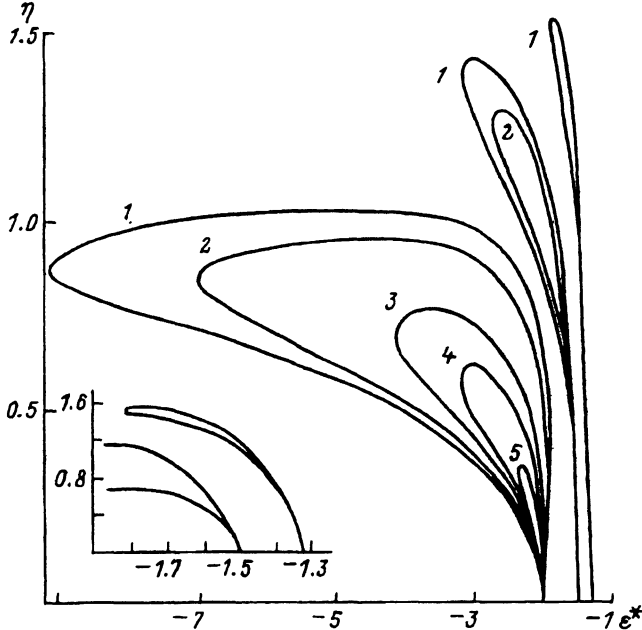


Рис. 1. Сечения области локализации плоскостями  $f = \text{const}$ :  $f = 0.25$  (1), 0.2 (2), 0.1 (3), 0.05 (4), 0.01 (5).

Большая область соответствует первому порядку рассеяния, узкие области справа соответствуют второму и третьему порядкам. На вставке в увеличенном масштабе представлены области, соответствующие второму и третьему порядкам рассеяния при  $f = 0.25$ .

означает, что то же значение сечения рассеяния может быть достигнуто при больших  $N$ , т.е. при меньшем  $\eta$  или  $R$  (см. рис. 1). В принципе при  $\varepsilon^* \rightarrow -2$   $\eta \rightarrow 0$ , если пренебречь эффектами, связанными с диссипацией энергии в результате собственного поглощения материала сфер.

С другой стороны, существует некоторое  $\eta_{\text{max}}$  (и  $R_{\text{max}}$ ), соответствующее минимальному значению концентрации частиц, при котором локализация еще возможна. Фазовые соотношения для рассеянных волн при  $\eta = \eta_{\text{max}}$  уже начинают способствовать их делокализации. Интересно, что  $\eta_{\text{max}}$  (и  $R_{\text{max}}$ ) ведет себя немонотонно при  $\varepsilon^* \rightarrow -2$ : сначала медленно возрастает, потом падает. Заметим, что правомерность применения дипольного приближения при увеличении частиц снижается. Собственно, условие  $R_{\text{max}} \rightarrow 0$  при  $\varepsilon^* \rightarrow -2$  выполняется именно для малых  $R_{\text{max}}$ .

Представляет интерес проследить, как изменяется отношение нижнего и верхнего предельного радиусов  $R_{\text{min}}/R_{\text{max}}$  в зависимости от  $\varepsilon^*$  при разных  $f$ . (рис. 2). Знание такой зависимости позволяет определить размеры области поляритонной локализации вдоль координаты  $\varepsilon^*$ . Условие  $R_{\text{min}} = R_{\text{max}}$  задает левый край ОЛ, это условие достигается при некотором критическом  $\varepsilon_{\text{if}}^*$ . Далее при  $\varepsilon^* \rightarrow -2$   $R_{\text{min}}/R_{\text{max}} \rightarrow 0$ , поскольку  $R_{\text{min}} \rightarrow 0$  (сплошная линия). На самом деле диссипативные процессы ограничивают дипольную поляризуемость шара на частоте Фрелиха, и  $R_{\text{min}}$  не достигает нуля. Правый край ОЛ, задаваемый тем же условием  $R_{\text{min}} = R_{\text{max}}$ , достигается при  $\varepsilon^* = \varepsilon_{\text{dr}}^*$ , несколько большем, чем  $-2$ .

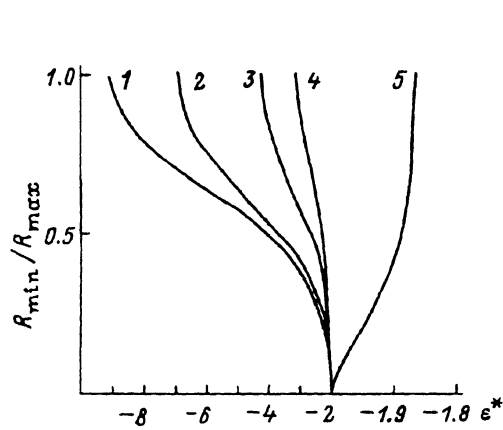


Рис. 2. Отношение верхнего и нижнего предельных радиусов частиц  $R_{\min}/R_{\max} = \eta_{\min}/\eta_{\max}$  при значениях  $f = 0.25$  (1, 5),  $0.2$  (2),  $0.1$  (3),  $0.05$  (4).

Масштаб по оси абсцисс при  $\epsilon^* > -2$  увеличен в 20 раз.

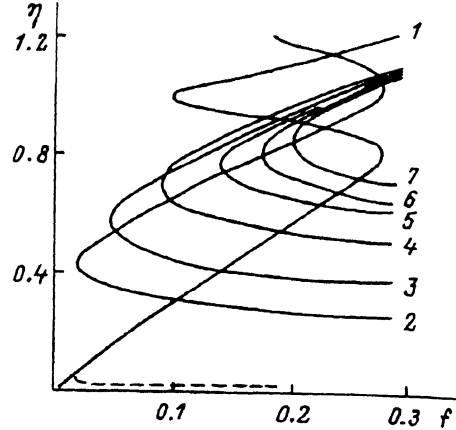


Рис. 3. Сечения области локализации плоскостями  $\epsilon^* = \text{const}$ :  $\epsilon^* = -2$  (1),  $-2.5$  (2),  $-3$  (3),  $-4$  (4),  $-5$  (5),  $-6$  (6),  $-7$  (7).

Штриховая линия соответствует  $\epsilon^* = -2$  с учетом диссипации энергии.

На рис. 3 представлены сечения ОЛ поляритонов плоскостями  $\epsilon^* = \text{const}$ . Таким образом, каждая кривая задает нижний край этой области в  $3D$ -пространстве при фиксированных  $\epsilon^*$ ; верхний край задается плоскостью  $f = f_{\text{lim}} = -0.74$  (предел плотной упаковки сфер). Особенности поведения кривых 1-7 достаточно очевидны. При  $\epsilon^* = -2$  кривая 1 начинается с нуля, моделируя уже описанную нами идеальную ситуацию. Вследствие диссипации энергии нуль, конечно, недостижим, и в результате область малых  $f$  отрезается (условно показано штриховой линией). Далее при  $f > 0.27$  широкая область, соответствующая резонансу с  $n = 1$ , перекрывается с более узкой областью, соответствующей  $n = 2$ . Что касается третьей области ( $n = 3$ ), то она, согласно нашим результатам, перекрывается с областью, соответствующей  $n = 2$  при  $f \geq 0.45$ .

Итак, в работе рассчитана форма трехмерной области локализации поляритонов в системе сферических частиц и рассмотрены ее сечения в ортогональных плоскостях  $f = \text{const}$  и  $\epsilon^* = \text{const}$ . Хотя эти расчеты не дают надежных результатов в предельных случаях при  $\epsilon^* \rightarrow \infty$  и  $f \rightarrow f_{\text{lim}}$  (первое из-за трудностей вычисления функций Бесселя большого аргумента, второе из-за ограниченности применимости модели для больших концентраций), они могут быть полезны при постановке соответствующих экспериментов по обнаружению локализации поляритонов в разупорядоченных средах и их интерпретации.

Настоящая работа поддержана Фондом фундаментальных исследований Госкомитета Украины по науке и технологии (проект № 2.3/261).

#### Список литературы

- [1] Arya K., Su Z.B., Birman I.L. Phys. Rev. Lett. **57**, 2725 (1986).
- [2] Cheng Z., Gu S.W., Fang I.X. Phys. Lett. A **131**, 9, 524 (1988).
- [3] Barlas T.R., Dmitruk N.L., Pidlisnyi E.V. Ukr. J. Phys. **40**, 5, 853 (1995).
- [4] Yosefin M. Europhys. Lett. **25**, 9, 675 (1994).
- [5] Венгер У.Ф., Гончаренко А.В., Завадский С.Н. Опт. и спектр. **77**, 2, 274 (1994).