

РЕЗОНАНСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН ЛЯВА В СТРУКТУРАХ ТИПА «СЭНДВИЧА»

© В.И.Альшиц, В.Н.Любимов*, А.Радович**

Институт кристаллографии Российской академии наук им.А.В.Шубникова,
117333 Москва, Россия

* Научно-исследовательский физико-химический институт им.Л.Я.Карпова,
103064 Москва, Россия

** Технологический университет, 25-314 Кельце, Польша
(Поступила в Редакцию 18 сентября 1995 г.)

Показано, что в слоистых структурах типа «сэндвича» при соответствующем выборе материальных параметров изотропных упругих подложек и слоя между ними возможно резонансное возбуждение поверхностной волны в одной из подложек при отражении объемной волны в другой. Резонансные условия возникают в двух предельных случаях: когда отражение происходит в подложке намного более мягкой или намного более жесткой, чем прилегающая среда. Существующие в этих предельных ситуациях собственные оттекающие волновые моды можно рассматривать как результат возмущения соответствующих решений для волн Лява на свободной или зажатой поверхности слоя. Резонанс возникает при совпадении направлений отраженной волны и волны утечки собственной оттекающей моды. При отражении на почти свободной границе раздела для прилегающей среды поверхностная волна возбуждается лишь в узком интервале углов падения, имея в максимуме амплитуду порядка амплитуды падающей волны. В противоположном предельном случае отражения в жесткой среде коэффициент возбуждения волны Лява в максимуме много больше единицы, а вдали от резонанса порядка единицы. Ширины резонансов в обоих случаях определяются величиной малой мнимой добавки к фазовой скорости оттекающей моды.

Создание эффективных методик возбуждения поверхностных упругих волн — важная проблема теоретической и прикладной кристаллоакустики [1,2]. Одна из возможных идей, лежащих в основе такого возбуждения, — использование резонансной связи поверхностных мод с объемными при отражении-преломлении звука на границах раздела [3-5]. Условием возникновения подобной связи обычно является существование решения для собственной оттекающей (leaky) волны [3,6,7], которая отличается от нормальной поверхностной волны наличием объемной компоненты, отводящей небольшую часть энергии от поверхности. Указанный отток энергии в свою очередь порождает слабое затухание амплитуды волны вдоль поверхности, описываемое малой мнимой добавкой v'_i к фазовой скорости v . При падении на поверхность объемной волны под таким углом, чтобы отраженная (или преломленная) волна совпадала по направлению с потоком утечки, возникает резонансное усиление локализованных компонент волнового поля.

Согласно [3], амплитудный коэффициент усиления поверхностной волны на свободной границе упругого анизотропного полупространства в резонансе пропорционален $1/(v_t')^{1/2}$.

Подобная идея положена в основу обсуждаемого далее возбуждения волн Лява в структуре типа «сэндвича» (упругий слой между двумя подложками). Параметры сред считаются подобранными так, чтобы отражение поперечной объемной волны в нижней подложке порождало распространение поверхностной волны той же поляризации в верхней подложке. Как будет видно, отношение амплитуды поверхностной волны (на поверхности раздела с прослойкой) к амплитуде падающей объемной волны в нижней подложке приобретает резонансный характер вблизи определенных углов падения в двух предельных ситуациях: когда нижняя подложка очень мягкая или, напротив, очень жесткая по сравнению с прилегающим слоем. Оба случая допускают в нулевом приближении распространение в структуре слой-верхняя подложка волн Лява соответственно на свободной или зажатой поверхности слоя. Учет конечности отношения модулей сдвига нижней подложки и слоя превращает указанные волны Лява в оттекающие моды с объемными парциальными волнами утечки в нижней подложке. Упомянутый выше резонанс при отражении возникает, когда направление отраженной волны совпадает с направлением потока утечки. Как будет показано, различие в свойствах оттекающих мод в двух рассматриваемых предельных случаях порождает и существенную разницу в параметрах резонанса возбуждения соответствующих волн Лява.

1. Постановка задачи и общие соотношения

Рассмотрим структуру типа «сэндвича», состоящую из двух полубесконечных подложек и слоя толщины d между ними (рис. 1). Все среды считаются упругоизотропными и характеризуются различными материальными константами. Обозначим модуль сдвига и плотность в верхней подложке соответственно c_{44} и ρ , в слое c'_{44} и ρ' , в нижней подложке \bar{c}_{44} и $\bar{\rho}$. Мы будем для определенности также предполагать, что скорости поперечных объемных упругих волн в этих средах

$$v_t = (c_{44}/\rho)^{1/2}, \quad v_t' = (c'_{44}/\rho')^{1/2}, \quad \bar{v}_t = (\bar{c}_{44}/\bar{\rho})^{1/2} \quad (1)$$

соотносятся, как на рис. 1, а именно

$$\bar{v}_t < v_t' < v_t. \quad (2)$$

Как известно, в задачах о распространении упругих волн в кусочно-изотропных средах волновые поля естественным образом распадаются на две совокупности, независимо удовлетворяющие граничным условиям. Это поперечные волны, поляризованные перпендикулярно сагиттальной плоскости (плоскости волновых векторов), и волны, поляризованные в сагиттальной плоскости. Далее мы будем интересоваться поперечными волнами с вектором упругого смещения \mathbf{u} , ортогональным плоскости волновых векторов суперпозиции парциальных волн ($\mathbf{u} \parallel z$) (рис. 1). В этом случае волновое уравнение имеет скалярную форму

$$\frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) u, \quad (3)$$

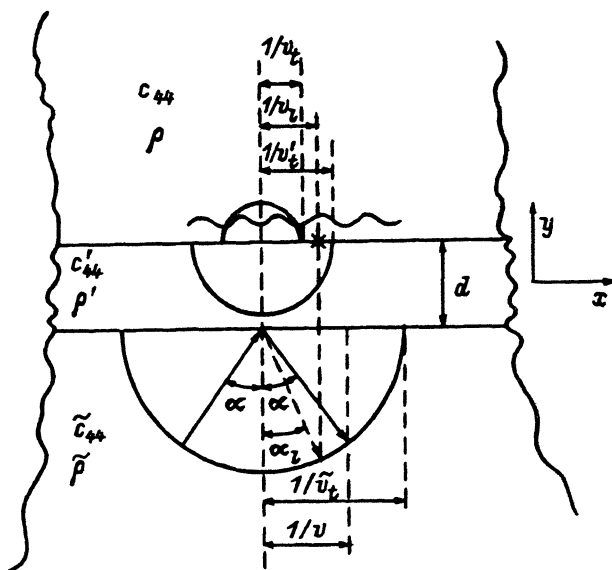


Рис. 1. Структура типа «сэндвича»: материальные характеристики и выбор системы координат.

Полуокружности — кривые медленностей объемных поперечных (t) волн, волнообразная линия символизирует локализованную волну. Сплошные стрелки показывают направление распространения падающей и отраженной волн; штриховая стрелка показывает направление потока утечки.

где c_t — скорость поперечных объемных волн, равная v_t , v'_t или \tilde{v}_t в зависимости от того, к какой из трех областей структуры относится уравнение (3). Граничные условия, как обычно, определяются непрерывностью смещений и сил на границах раздела. В данном случае эти условия сводятся к системе из четырех уравнений

$$u\left(x, -\frac{d}{2} - 0\right) = u\left(x, -\frac{d}{2} + 0\right), \quad \tilde{c}_{44} \frac{\partial}{\partial y} u\left(x, -\frac{d}{2} - 0\right) = c'_{44} \frac{\partial}{\partial y} u\left(x, -\frac{d}{2} + 0\right),$$

$$u\left(x, \frac{d}{2} - 0\right) = u\left(x, \frac{d}{2} + 0\right), \quad c'_{44} \frac{\partial}{\partial y} u\left(x, \frac{d}{2} - 0\right) = c_{44} \frac{\partial}{\partial y} u\left(x, \frac{d}{2} + 0\right).$$

(4)

Далее мы рассмотрим несколько волновых задач, сводящихся к анализу уравнений (3), (4).

2. Задача отражения

Рассмотрим структуру волнового поля, возникающего в трехслойной системе при отражении объемной волны в нижней подложке на интерфейсе $y = -d/2$. Угол падения считается выбранным таким образом, чтобы в верхней подложке распространялась сопутствующая поверхностная волна (рис 1). Соответствующее поле смещений в волне может быть представлено в виде

$$u(x, y, t) = U(y)e^{ik(x-vt)}, \quad (5)$$

где k — общая для всех парциальных волн x -компонента волновых векторов, $v = \omega/k$ — приведенная фазовая скорость, а $U(y)$ — неоднородная амплитуда, имеющая разный вид в каждой из трех сред

$$U(y) = \begin{cases} a_i e^{ik\tilde{p}(y+d/2)} + a_r e^{-ik\tilde{p}(y+d/2)}, & y \leq -d/2, \\ a_1 e^{ikp'y} + a_2 e^{-ikp'y}, & -d/2 \leq y \leq d/2, \\ a e^{-kp(y-d/2)}, & d/2 \leq y. \end{cases} \quad (6)$$

Подставляя выражения (5), (6) в (3), нетрудно получить явный вид параметров $\tilde{p} = \tilde{k}_y/k$, $p' = k'_y/k$ и $ip = k_y/k$

$$\tilde{p} = (v^2/\tilde{v}_t^2 - 1)^{1/2}, \quad p' = [v^2/(v'_t)^2 - 1]^{1/2}, \quad p = (1 - v^2/v_t^2)^{1/2}, \quad (7)$$

где предполагается, что скорость v принадлежит интервалу

$$v'_t < v < v_t, \quad (8)$$

что обеспечивает вещественность параметров \tilde{p} , p' и p . Заметим, что выбор величины v эквивалентен выбору угла падения α , поскольку, очевидно, $\text{ctg } \alpha = \tilde{p}$.

Дальнейшая подстановка выражений (5), (6) в систему граничных условий (4) позволяет также найти амплитуды a_r , $a_{1,2}$ и a в отношении к амплитуде падающей волны a_i . В частности, коэффициент отражения $r = a_r/a_i$ и коэффициент возбуждения поверхностной волны в верхней подложке $s = a/a_i$ соответственно равны

$$r = \frac{\sin \varphi + \kappa \cos \varphi - i\tilde{\kappa}(\cos \varphi - \kappa \sin \varphi)}{\sin \varphi + \kappa \cos \varphi + i\tilde{\kappa}(\cos \varphi - \kappa \sin \varphi)}, \quad s = \frac{2\kappa}{\sin \varphi + \kappa \cos \varphi + i\tilde{\kappa}(\cos \varphi - \kappa \sin \varphi)}. \quad (9)$$

Здесь введены обозначения

$$\varphi = p'K, \quad K = kd, \quad \kappa = p'c'_{44}/pc_{44}, \quad \tilde{\kappa} = p'c'_{44}/\tilde{p}\tilde{c}_{44}. \quad (10)$$

3. Волны Лява в предельных случаях свободной и зажатой поверхности $y = -d/2$

Как обычно, полосы знаменателя коэффициента отражения (9) задают дисперсию $v(k)$ собственных волновых мод для рассматриваемой среды. Учитывая комплексность этого знаменателя и соответствующую комплексность зависимостей $v(k)$, убеждаемся в том, что речь может идти только о собственных волнах оттекающего типа. Исключения возможны лишь в двух предельных случаях: $\tilde{\kappa} \rightarrow \infty$ и $\tilde{\kappa} \rightarrow 0$. В первом случае, отвечающем стремлению $\tilde{c}_{44} \rightarrow 0$, соответствующее дисперсионное уравнение

$$\text{tg } \varphi = 1/\kappa \quad (11)$$

описывает обычные волны Лява при свободной поверхности слоя $y = -d/2$. Во втором случае, когда $\tilde{c}_{44} \rightarrow \infty$, возникает дисперсионное уравнение

$$\text{tg } \varphi = -\kappa, \quad (12)$$

описывающее менее известный случай волн Лява на зажатой поверхности $y = -d/2$.

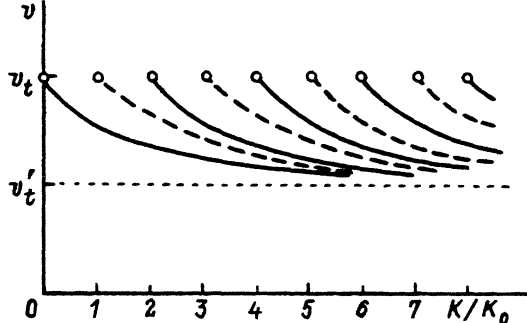


Рис. 2. Дисперсионные кривые волн Лява.

Сплошные кривые соответствуют свободной внешней границе слоя, штриховые — закрепленной. Кружки отвечают объемным волнам.

Дисперсионные кривые для рассматриваемых предельных случаев, описываемых уравнениями (11), (12), представлены на рис. 2. В обоих случаях область существования решений ограничена условием (8). Если граница слоя закреплена, волна Лява не существует при слишком малых толщинах слоя, когда

$$K < K_0 = \pi v'_t / 2 [v_t^2 - (v'_t)^2]^{1/2}. \quad (13)$$

На уровне $v = v_t$ дисперсионные кривые для случая зажатой поверхности дают ряд эквидистантных точек, сдвинутых относительно аналогичного ряда точек для случая свободной поверхности на величину K_0 (рис. 2).

Поля смещений в волнах Лява обоих типов определяются формулой (5), где неоднородная амплитуда $U(y)$ по-разному выражается при свободной поверхности $y = -d/2$

$$U(y) = a \begin{cases} e^{-pk(y-d/2)}, & d/2 \leq y, \\ \frac{\cos[p'k(y+d/2)]}{\cos(p'kd)}, & -d/2 \leq y \leq d/2, \end{cases} \quad (14)$$

и в случае зажатой поверхности

$$U(y) = a \begin{cases} e^{-pk(y-d/2)}, & d/2 \leq y, \\ \frac{\sin[p'k(y+d/2)]}{\sin(p'kd)}, & -d/2 \leq y \leq d/2. \end{cases} \quad (15)$$

4. Оттекающие моды на почти свободной и почти зажатой поверхностях слоя

Как уже отмечалось, при любых промежуточных значениях модуля \tilde{c}_{44} в интервале

$$0 < \tilde{c}_{44} < \infty \quad (16)$$

собственные волны в рассматриваемой системе сводятся к решениям оттекающего типа. Действительно, дисперсионное уравнение для этого случая

$$\operatorname{tg} \varphi + \kappa + i\tilde{\kappa}(1 - \kappa \operatorname{tg} \varphi) = 0 \quad (17)$$

определяет зависимость $v(k)$ и неизбежно дает мнимую составляющую в приведенной фазовой скорости

$$v = v_l - iv'_l. \quad (18)$$

Структура волнового поля подобного типа имеет вид (5) при $k = k_l = \omega/(v_l - iv'_l)$ с переменной амплитудой $U(y) = U_l(y)$

$$U_l(y) = \begin{cases} ae^{-k_l p_l (y-d/2)}, & d/2 \leq y, \\ a_1 e^{ik_l p'_l y} + a_2 e^{-ik_l p'_l y}, & -d/2 \leq y \leq d/2, \\ a_l e^{-ik_l \tilde{p}_l (y+d/2)}, & y \leq -d/2, \end{cases} \quad (19)$$

где параметры \tilde{p}_l , p'_l и p_l определяются выражениями (7) при скорости $v = v_l - iv'_l$. Как видно из (19), в подобной волне присутствует объемная компонента, отводящая энергию в глубь нижней подложки, что в свою очередь порождает экспоненциальное убывание амплитуды локализованной волны в верхней подложке по мере распространения вдоль границы раздела $y = -d/2$. С другой стороны, последнее обстоятельство означает экспоненциальный рост амплитуды локализованной волны при $x \rightarrow -\infty$. Именно поэтому решению типа (19) можно придавать физический смысл лишь при условии $v'_l \ll v_l$. В противном случае возникает необходимость учета ограниченности волновых фронтов или размеров кристалла [7]. Малость мнимой добавки в решении (18) дисперсионного уравнения (17), очевидно, обеспечена при почти свободной или почти зажатой поверхности раздела $y = -d/2$, когда параметр $\gamma = c'_{44}/\tilde{c}_{44}$ соответственно либо велик, либо мал. В обоих случаях оттекающие моды возникают как малые возмущения соответствующих решений (14), (15) для волн Лява.

Нетрудно убедиться, что при $\gamma \gg 1$ в первом порядке по малому параметру $\gamma^{-1/2}$ имеем

$$v_l \approx v_L, \quad v'_l = \gamma^{-1/2} v'_l p (\rho' \tilde{p})^{1/2} / \rho \cos^2 \varphi \ll v_L, \quad (20)$$

$$a_l/a = 1/\cos \varphi, \quad (21)$$

где v_L — скорость волны Лява при свободной поверхности $y = -d/2$, параметр p взят при $v = v_L$.

При почти зажатой поверхности слоя, когда $\gamma \ll 1$, с точностью до членов, линейных по γ , имеем

$$v_l \approx v_L, \quad v'_l = \gamma [(v'_l)^2/v_L] [p(p')^2/\tilde{p}] \rho/\rho' \sin^2 \varphi \ll v_L, \quad (22)$$

$$a_l/a = i\gamma p'/\tilde{p} \sin \varphi, \quad (23)$$

где v_L — скорость волны Лява на зажатой поверхности $y = -d/2$, а зависящие от скорости v параметры (7) взяты при $v = v_L$. Выражение (23) в отличие от (21) определяет амплитуду оттекающей объемной волны, малую по сравнению с амплитудой поверхностной волны на границе $y = d/2$ верхней подложки. Впрочем, в обоих случаях поток энергии, связанный с волной утечки $p \sim \tilde{c}_{44} a_l^2$, оказывается малым, будучи пропорциональным соответствующему малому параметру γ^{-1} или γ .

5. Резонансное возбуждение волн Лява при отражении

Резонансный характер отражения объемной волны в нижней подложке на интерфейсе $y = -d/2$, почти свободном ($\tilde{\chi} \gg 1$) или почти зажатом ($\tilde{\chi} \ll 1$) по отношению к области $y > -d/2$, при $v \approx v_L$ виден уже из общих выражений (9). В частности, при $|v - v_L| \ll v_L$ коэффициент отражения r может быть представлен в виде

$$r = \mp \frac{v - v_l - iv'_l}{v - v_l + iv'_l} = e^{i\psi}, \quad (24)$$

где верхний знак отвечает очень мягкой нижней среде ($\gamma \gg 1$), а нижний — очень жесткой ($\gamma \ll 1$). Параметры v_L и v'_l ($v'_l \ll v_L$), естественно, по-разному определяются при $\gamma \gg 1$ и при $\gamma \ll 1$. Как и следовало ожидать, в отсутствие поглощения, а также преломленной объемной волны в верхней подложке интенсивность волнового поля при отражении не меняется: $|r(v)| = 1$. Однако фаза ψ коэффициента отражения r резко меняется в узком интервале изменения v вблизи v_l : при $\gamma \gg 1$ и $|v - v_l| \ll v'_l$ имеем $r \approx 1$ и, следовательно, $\psi \approx 0$, в то время как при $|v - v_l| \gg v'_l$ в согласии с (24) $r \approx -1$ и соответственно $\psi \approx \pm\pi$ (рис. 3,а). Случай $\gamma \ll 1$ отличается от данного сдвигом фазы ψ на π . Коэффициент возбуждения поверхностной волны $s(v)$ вблизи v_l проявляет амплитудный резонанс, который, однако, существенно различается по своим свойствам для случаев $\gamma \gg 1$ и $\gamma \ll 1$ (рис. 3,б). В первом случае, когда интерфейс $y = -d/2$ почти свободен, формула (9) дает

$$s(v) = \eta \frac{v'_l}{v - v_l + iv'_l}, \quad (25)$$

где

$$\eta = 2i \cos \varphi. \quad (26)$$

Для почти зажатого интерфейса имеем

$$\bar{s}(v) = \bar{\eta} \frac{v_l}{v - v_l + iv'_l}, \quad (27)$$

где

$$\bar{\eta} = -2(v'_l/v_L)^2 pp'/\rho \sin \varphi. \quad (28)$$

Параметры v_l и v'_l в выражениях (25)–(28), разумеется, разные.

Обе зависимости $s(v)$ (25) и $\bar{s}(v)$ (27) характеризуются максимумом амплитуды при $v = v_l$, причем функции $|s(v)|^2$ и $|\bar{s}(v)|^2$ имеют одинаковую ширину, равную $2v'_l$ (рис. 3,б). Однако если формула (25) дает в максимуме $|s(v_l)| \sim 1$, а на «крыльях» $|v - v_l| \gg v'_l$: $|s(v)| \ll 1$, то из выражения (27) следует высота максимума $|\bar{s}(v_l)| \sim v_l/v'_l \gg 1$, а на «крыльях» — $|\bar{s}(v)| \gtrsim 1$. Иными словами, характер резонансного возбуждения поверхностных волн при отражении в рассматриваемых двух случаях оказывается существенно различным. При $\tilde{c}_{44} \ll c'_{44}$ в соответствии с (25) поверхностная волна возбуждается лишь в узком

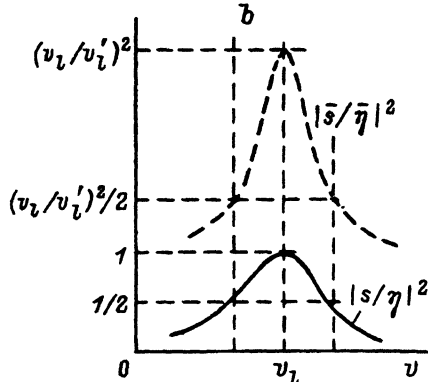
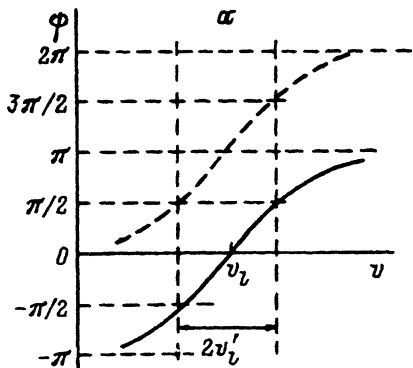


Рис. 3. Характеристики резонанса.

a — фазы отраженных волн: сплошная линия — случай $\gamma \gg 1$, штриховая — случай $\gamma \ll 1$; *b* — нормированные интенсивности $|s/\eta|^2$ ($\gamma \gg 1$) и $|\bar{s}/\bar{\eta}|^2$ ($\gamma \ll 1$) возбуждения локализованных компонент волнового поля.

интервале углов падения, отвечающих условию $|v - v_l| \lesssim v'_l$, а ее амплитуда в максимуме того же порядка, что и амплитуда a_i падающей волны «накачки». При $\bar{c}_{44} \gg c'_{44}$, согласно (27), поверхностная волна возбуждается при любых углах падения. Ее амплитуда a на интерфейсе $y = -d/2$ вдали от резонанса оказывается того же порядка, что амплитуда a_i падающей волны. Однако вблизи резонанса $|v - v_l| \lesssim v'_l$ коэффициент возбуждения резко нарастает по амплитуде, достигая при $v = v_l$ значений $|\bar{s}(v_l)| \sim v_l/v'_l \gg 1$.

В соответствии с этими свойствами в первом случае площадь под кривой $|s(v)|^2$

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(v)|^2 dv = \pi |\eta|^2 v'_l \quad (29)$$

пропорциональна v'_l и мала. Во втором случае

$$\bar{S} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\bar{s}(v)|^2 dv = \pi \bar{\eta}^2 v_l^2 / v'_l. \quad (30)$$

Таким образом, интегральная эффективность возбуждения волн Лява на почти зажатой поверхности значительно выше, чем на почти свободной

$$\bar{S} \gg S. \quad (31)$$

С другой стороны, возбуждение волн Лява на почти свободной поверхности обладает другим преимуществом — исключительной селективностью по углам падения, поскольку, как было показано за пределами узкого интервала $|v - v_l| \lesssim v'_l$ волновое поле в верхней подложке практически не возбуждается (рис. 3, *b*).

Итак, в зависимости от относительной величины модуля \tilde{c}_{44} нижней подложки рассматриваемой сэндвич-структуры резонансное возбуждение волны Лява в прилегающей среде может происходить в двух принципиально разных режимах. При $\tilde{c}_{44} \ll c'_{44}$, когда граница $y = -d/2$ оказывается почти свободной по отношению к колебаниям прилегающей среды $y > -d/2$, возбуждение отличается высокой избирательностью по углам падения: за пределами резонансного интервала $|v - v_l| \lesssim v'_l$ сигнал в верхней подложке резко падает, приближаясь к уровню $|s(v)| \sim v'_l/v_l$. При этом высота максимума $s(v_l) \sim 1$. В противоположном предельном случае $\tilde{c}_{44} \gg c'_{44}$, когда нижняя подложка почти блокирует собственные колебания в прилегающем слое, резонансный максимум возбуждения при той же ширине $\sim v'_l$ оказывается очень высоким ($\bar{s}(v_l) \sim v_l/v'_l \gg 1$). Однако в этом режиме утрачивается селективность, поскольку заметный сигнал в верхней подложке $|\bar{s}(v)| \gtrsim 1$ должен наблюдаться и вдали от резонанса $|v - v_l| \gg v'_l$.

Интересно сравнить указанные параметры с соответствующими свойствами резонансного возбуждения «сверхзвуковой» рэлеевской волны на свободной границе анизотропного упругого полупространства [3]. Последний резонанс по своим характеристикам является промежуточным по отношению к двум рассмотренным выше, обладая как селективностью по углам падения, хотя и не столь высокой, как в первом режиме возбуждения волн Лява (в случае [3] вдали от резонанса $|s(v)| \sim (v'_l/v_l)^{1/2}$), так и высоким максимумом ($|s(v_l)| \sim (v_l/v'_l)^{1/2}$), правда, ниже, чем во втором из режимов возбуждения волн Лява. Любопытно, что во всех трех случаях высота максимума $|s(v_l)|$ определяется порядком величины $|a/a_l|$, как это, в частности, видно из сравнения выражений (21), (23) с формулами (25), (27), взятыми при $v = v_l \approx U_L$. Иными словами, эффективность резонансного возбуждения неоднородной волны тем выше, чем ниже относительная амплитуда объемной компоненты соответствующей собственной оттекающей моды.

Авторы благодарны А.Л. Шувалову за полезные обсуждения результатов.

В.И. Альшиц и Н.В. Любимов признательны Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 95-02-03921-а), а также Технологическому университету г. Кельце (Польша) за частичное финансирование этой работы.

Список литературы

- [1] Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М. (1981). 288 с.
- [2] Балакирев М.К., Гишинский И.А. Волны в пьезокристаллах. Новосибирск (1982). 240 с.
- [3] Alshits V.I., Lothe J. Wave Motion 3, 4, 297 (1981).
- [4] Альшиц В.И., Даринский А.Н., Шувалов А.Л. Кристаллография 38, 2, 22 (1993).
- [5] Грамотнев Д.К. Письма в ЖТФ 15, 1, 86 (1989).
- [6] Ingebrigtsen K.A., Tønning A. Phys. Rev. 184, 3, 942 (1969).
- [7] Альшиц В.И., Любимов В.Н. Кристаллография 28, 2, 224 (1983).