

УДК 537.624

©1995

## СПИН-ВОЛНОВОЙ РЕЗОНАНС И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБМЕННЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ ПО ТОЛЩИНЕ ФЕРРИТОВЫХ ПЛЕНКАХ

П.Е.Зильберман, А.В.Луговской, А.А.Шарафатдинов

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,  
141120, Фрязино, Московская обл., Россия  
(Поступила в Редакцию 11 ноября 1994 г.)

Развивается теория спин-волнового резонанса и распространения обменных спиновых волн в пленках с неоднородными по толщине магнитными параметрами. Рассматриваются только волны, бегущие перпендикулярно к поверхностям пленки. Теория применима при любом достаточно плавном профиле неоднородности. В касательном статическом магнитном поле решение основного дифференциального уравнения четвертого порядка для колебаний намагниченности находится методом ВКБ с учетом существования внутри пленки одной или нескольких изолированных точек поворота. При монотонном профиле наложение граничных условий приводит к квантованию фазы спиновой волны, что позволяет определить дискретный спектр резонансных частот. Для пленки со свободными поверхностными спинами спектр и фаза получены в виде графиков, из которых видна сильная зависимость этих величин от вида профиля. При вариациях профиля резонансные линии в спектре могут либо идти эквидистантно с ростом частоты, либо сгущаться, либо разрезаться. Продемонстрировано хорошее согласие экспериментально полученного и рассчитанного спектров. Подбирая подходящий профиль, можно синтезировать частотную зависимость времени задержки импульсов спиновых волн: делать ее постоянной в полосе частот, меняющейся линейно или другого желаемого вида.

Спин-волновой резонанс (СВР) в ферромагнитных пленках с однородными по толщине магнитными параметрами был обнаружен и исследовался в основном в 50-х-60-х годах (см., например, [1-5]). В большинстве экспериментов хорошо выполнялись предсказанные теорией [1] квадратичные зависимости резонансных полей  $H_r$  от номера пика резонансного поглощения  $n$ . Однако в ряде случаев имели место «аномальные» зависимости  $H_r(n)$ . Для их объяснения Портис [6] выдвинул предположение, что статические магнитные параметры могут быть неоднородны не только в приповерхностном слое (что учитывается граничными условиями), но и по всей толщине пленки. Собственные колебания намагниченности в такой неоднородной пленке отличаются от синусоидальных стоячих волн, и это приводит к «аномальным» зависимостям резонансных полей и интенсивностей возбуждения от  $n$ .

В [6-8] задача была решена аналитически, но при частном предположении, что профиль магнитной неоднородности описывается квадратичной параболой, а внешнее намагничивающее поле перпендикулярно поверхности пленки. Шлеман в [9] аналитически исследовал спектр

СВР при линейном профиле, но также в перпендикулярном поле. Эта задача более подробно обсуждалась в [10]. Перпендикулярная ориентация поля является особой, поскольку при ней дифференциальное уравнение четвертого порядка для колебаний намагниченности строго распадается на два независимых уравнения второго порядка. В [11] Виген рассчитал спектр СВР при параболическом профиле, но для различных ориентаций поля, и в частности для касательной ориентации. Однако это удалось сделать только численными методами.

В последние годы с развитием технологии появились возможности воспроизводимо получать пленки с различными профилями изменения магнитных параметров по толщине, а не только с профилями в виде квадратичной параболы или линейной функции. Так, в пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ), подвергнутых имплантации ионов инертных газов, неоднородность магнитных параметров носила немонотонный характер и локализовалась вблизи свободной поверхности пленки на расстояниях от нее  $\sim 1 \mu\text{m}$ . В [12] получена интересная экспериментальная информация об особенностях СВР в имплантированных пленках ЖИГ. В [13,14] сообщалось об эффективном возбуждении в таких пленках спиновых волн (СВ) обменной природы, имеющих малую длину волны и малые потери распространения.

В процессе эпитаксиального роста пленок ЖИГ магнитная неоднородность заданного вида может быть получена по всей толщине пленки, а не только вблизи поверхности. В [15] исследовался спектр СВР пленок с такими неоднородностями. Расположение пиков СВР поглощения целиком определялось профилем неоднородности. Полученная высокая эффективность возбуждения СВР и возможность синтеза нужного вида спектра путем подбора подходящего профиля представляются весьма заманчивыми. Кроме того, при определенных видах профилей возможно проявление и других интересных эффектов: влияния неоднородности на порог наступления модуляционной неустойчивости распространяющихся по толщине пленки СВ [16], эффективного возбуждения когерентного гиперзвука с помощью таких СВ на частотах до 12 GHz и выше [17], управляемой дисперсионной и бездисперсионной задержки импульсов коротких обменных СВ [18].

Таким образом, возникла необходимость развития теории спектров СВР и дисперсионных свойств СВ, распространяющихся по толщине в ферритовых пленках с профилями неоднородности произвольного вида. В данной работе такая задача решается для класса профилей, допускающих при расчете спектра применение метода ВКБ [19] везде внутри пленки, кроме, возможно, одной или нескольких изолированных точек поворота.<sup>1</sup> Существование по крайней мере одной такой особой точки внутри пленки весьма существенно, поскольку, согласно имеющимся представлениям [15], именно вблизи этой точки происходит эффективное преобразование электромагнитных колебаний в СВ. При расчете делается ряд конкретизирующих задачу, но не принципиальных предположений, например: 1) внешнее поле ориентировано касательно к поверхности пленки; 2) учтена только одноосная анизотропия, параметр которой неоднороден по толщине.

<sup>1</sup> Этот термин употребляется здесь по аналогии с теорией квазиклассического движения частицы вблизи потенциального барьера [20].

# 1. Колебания намагниченности

Рассматривается безграничная ферромагнитная пленка толщиной  $d$ , неоднородная по толщине (по координате  $y$ ) (вставка  $a$  на рис. 1). Статическое насыщающее поле  $H_0$  и статическая намагниченность  $M_0$  коллинеарны и лежат в плоскости пленки. Предполагается существование одноосной анизотропии типа «легкая плоскость». Исходные уравнения имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}^{\text{eff}}], \quad \mathbf{H}^{\text{eff}} = \mathbf{H} + \alpha \Delta \mathbf{M} + \beta(y) \mathbf{e}_y (M \mathbf{e}_y),$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0, \quad \text{div}(\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0, \quad (1)$$

где  $\gamma > 0$  — гиромагнитное отношение,  $\alpha$  — обменный параметр,  $\beta(y) < 0$  — зависящий от координаты  $y$  параметр одноосной анизотропии; векторы намагниченности  $\mathbf{M}$  и поля  $\mathbf{H}$  представляется в виде

$$\mathbf{M} = -\mathbf{e}_z M_0 + \delta \mathbf{M} e^{-i\omega t}, \quad \mathbf{H} = -\mathbf{e}_z H_0 + \delta \mathbf{H} e^{-i\omega t}, \quad (2)$$

причем орты осей координат обозначаются как  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$ ;  $M_0 > 0$ ,  $H_0 > 0$ ,  $\omega$  — частота колебаний. Колебания  $\delta \mathbf{M}$  и  $\delta \mathbf{H}$  считаются достаточно малыми, чтобы уравнение (1) можно было линеаризовать относительно их. Все величины зависят кроме времени  $t$  только от одной

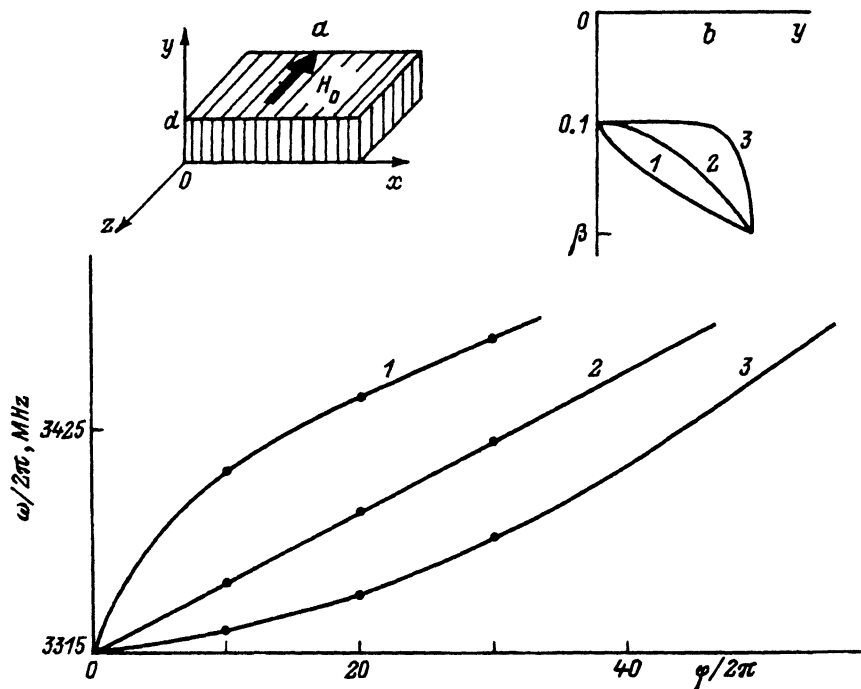


Рис. 1. Зависимость фазы  $\varphi(\omega, H_0)/2\pi$  от частоты  $\omega/2\pi$ , рассчитанная для различных профилей магнитной неоднородности.

Здесь и далее кривые 1-3 соответствуют подстановке в (23) показателя степени  $\gamma$ : 1 —  $2/3$ , 2 — 2, 3 — 12. Параметры образца:  $d = 12.5 \mu\text{m}$ ,  $4\pi M_0 = 1750 \text{Gs}$  и  $H_0 = 253 \text{Oe}$ . На вставках:  $a$  — пленка ЖИГ (заштрихована), система координат  $(x, y, z)$  и ориентация поля  $\mathbf{H}_0$ ;  $b$  — зависимость  $\beta(y)$  для различных значений  $\gamma$ .

пространственной координаты  $y$ . После линеаризации система уравнений (1) сводится к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению четвертого порядка для  $\delta M_x \equiv m$ :

$$\frac{d^4 m}{dy^4} - 2a(y)Q^2 \frac{d^2 m}{dy^2} + Q^4 [a^2(y) - b^2(y)]m = 0, \quad (3)$$

где вводится параметр  $Q = \bar{\alpha}^{-\frac{1}{2}}$  ( $\bar{\alpha} = \alpha/2\pi$ ), имеющий смысл обратной обменной длины, и

$$a(y) = \left( \frac{2\omega_H}{\omega_m} + 1 - \frac{\beta(y)}{4\pi} \right) > 0, \quad b(y) = \sqrt{\frac{4\omega^2}{\omega_m^2} + \left( 1 - \frac{\beta(y)}{4\pi} \right)^2} > 0,$$

$$\omega_H = \gamma H_0, \quad \omega_m = 4\pi\gamma M_0.$$

Обменная длина в пленках ЖИГ составляет  $Q^{-1} \leq 10^{-6}$  см, т.е. мала по сравнению с характерным расстоянием, на котором меняются коэффициенты уравнения (3). Это расстояние может оцениваться как величина порядка толщины пленки  $d \sim 10^{-3}$  см. Таким образом, в уравнении (3) параметр  $Q$  должен рассматриваться как большой, и это дает основания для применения метода ВКБ при нахождении решений. Некоторое усложнение связано с высоким порядком уравнения (3). Тем не менее в духе стандартной процедуры [19] ищем решение в виде

$$m(y) = e^{\varphi(y)}, \quad \varphi(y) = Q\varphi_0(y) + \varphi_1(y) + Q^{-1}\varphi_2(y) + \dots \quad (5)$$

После подстановки (5) в (3) и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях параметра  $Q$  получаем следующие четыре фундаментальных решения

$$m_1(y) = \frac{A\sqrt{\rho}}{\sqrt{b}\sqrt[4]{b-a}} e^{i \int_0^y \sqrt{\frac{b-a}{\alpha}} dy}, \quad m_2(y) = \frac{B\sqrt{\rho}}{\sqrt{b}\sqrt[4]{b-a}} e^{-i \int_0^y \sqrt{\frac{b-a}{\alpha}} dy}, \quad (6)$$

$$m_3(y) = \frac{C\sqrt{r}}{\sqrt{b}\sqrt[4]{b-a}} e^{\int_0^y \sqrt{\frac{b+a}{\alpha}} dy}, \quad m_4(y) = \frac{D\sqrt{r}}{\sqrt{b}\sqrt[4]{b+a}} e^{-\int_0^y \sqrt{\frac{b+a}{\alpha}} dy}, \quad (7)$$

где  $\rho = \frac{\omega_m}{2\omega} \left( b + 1 - \frac{\beta}{4\pi} \right)$ ,  $r = \frac{\omega_m}{2\omega} \left( b - 1 + \frac{\beta}{4\pi} \right)$  и  $A, B, C, D$  — произвольные постоянные. Решения (6) и (7) применимы до тех пор, пока в разложении (5) можно ограничиться двумя первыми слагаемыми. Это приводит к стандартным условиям применимости метода ВКБ

$$\left| \frac{d\lambda_{\pm}}{dy} \right| \ll 1, \quad \lambda_{\pm} = \sqrt{\frac{\alpha}{b \pm a}}, \quad (8)$$

причем верхний знак относится к решениям (6), а нижний — к (7). Отсюда видно, что метод ВКБ может (при достаточно малом отношении

$\sqrt{\bar{\alpha}}/d \ll 1$ ) оказаться непременимым только для решений (6), если внутри пленки существует точка поворота  $y_0$ , в которой

$$b(y_0) = a(y_0), \quad 0 < y_0 < d. \quad (9)$$

Как уже отмечалось, существование такой особой точки весьма существенно для эффективного возбуждения СВ и проявления интересующих нас эффектов. Согласно определению параметров  $a$  и  $b$  (4), путем подбора  $\omega$  и  $H_0$  можно обеспечить, чтобы по крайней мере одна точка поворота действительно существовала внутри пленки. Рассмотрим поведение решений (6) в окрестности такой точки.

Удобно переписать уравнение (3) в виде

$$\left[ \frac{d^2}{dy^2} - Q^2(a+b) \right] \left[ \frac{d^2}{dy^2} - Q^2(a-b) \right] m = Q^2 \frac{d^2(b-a)}{dy^2} m + 2Q^2 \frac{d(b-a)}{dy} \frac{dm}{dy}. \quad (10)$$

Отсюда ясно, что при медленном изменении величины  $(b-a)$  уравнение четвертого порядка приближенно распадается на два уравнения второго порядка. Введем параметр  $\lambda$ , характеризующий масштаб длины, на котором меняется искомое решение  $m(y)$  вблизи  $y = y_0$ . Имеется в виду то решение  $m(y)$ , которое по мере удаления от точки поворота  $y = y_0$  переходит в линейную комбинацию функций (6). Будем называть его «решением типа (6)». Что же касается решений типа (7), то они при  $y = y_0$  не имеют никаких особенностей и поэтому представляются в виде линейных комбинаций функций (7) при всех  $0 < y < d$ .

Запишем уравнение (10) в масштабе  $\lambda$ , введя новую координату  $\xi = (y - y_0)/d$ . Учтем, что отношение масштабов  $\lambda_+$  и  $\lambda$  должно быть малым, т.е. параметр

$$\varepsilon = \frac{\lambda_+^2}{\lambda^2} \ll 1. \quad (11)$$

Кроме того, заметим, что вблизи точки поворота (9) функция  $[b(y) - a(y)]$  пропорциональна  $(y - y_0)$ . Потребуем, чтобы линейная зависимость этой функции от  $(y - y_0)$  сохранялась и на достаточном удалении от точки поворота, а именно при  $|y - y_0| \gg \lambda$ . Для этого необходимо, чтобы был малым параметр

$$\varepsilon' = \lambda \left| \frac{d^2(b-a)/dy^2}{d(b-a)/dy} \right| \ll 1, \quad (12)$$

где все производные берутся при  $y = y_0$ . Тогда, если положить

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{|d(b-a)/dy|}}, \quad (13)$$

в нулевом приближении по малому параметру  $\varepsilon$  уравнение (10) для определения решений типа (6) превращается в уравнение второго порядка с числовыми коэффициентами, равными единице. Решения этого

последнего уравнения действительно меняются на длинах  $\sim \lambda$ . С учетом главной поправки по малым параметрам это уравнение принимает вид

$$\frac{d^2 m}{d\xi^2} - \xi m - 2\varepsilon \frac{dm}{d\xi} = 0, \quad (14)$$

где отброшены слагаемые порядков  $\varepsilon \cdot \varepsilon'$ ,  $\varepsilon^2$  и выше. Общее решение уравнения (14) можно записать через две линейно независимые функции Эйри  $Ai(\xi)$  и  $Bi(\xi)$  [21]. В результате получаем

$$m(\xi) = (1 + \xi\varepsilon)[EAi(\xi) + FBi(\xi)], \quad (15)$$

где  $E$  и  $F$  — произвольные постоянные.

Совокупность условий (11), (12) и (8) обеспечивает применимость нашего расчета. Если для оценки взять  $a \sim b \sim 1$  и  $|d(a-b)/dy| \sim 1/d$ , то левые части этих условий имеют соответственно порядки  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon^{3/2}$ , причем  $\varepsilon' \sim \varepsilon$  и  $\varepsilon \sim \sqrt[3]{\bar{\alpha}/d^2}$ . При типичных параметрах пленок ЖИГ ( $\bar{\alpha} \sim 10^{-12}$  см<sup>2</sup> и  $d \sim 10^{-3}$  см) получаем  $\varepsilon \sim 10^{-2} \ll 1$ , т.е. все условия хорошо выполняются.<sup>2</sup>

Решения (15) должны быть сшиты с решениями (6) вдали от точки поворота справа и слева от нее. При этом должны использоваться асимптотические формулы для  $Ai(\xi)$  и  $Bi(\xi)$ , справедливые при  $\xi < 0$ ,  $|\xi| \gg 1$  и  $\xi > 0$ ,  $\xi \gg 1$  [21]. Тогда для каждой точки поворота возникают четыре уравнения сшивки для определения шести постоянных: двух постоянных (например,  $A$  и  $B$ ) для решений (6) при  $\xi < 0$ , двух постоянных ( $A'$  и  $B'$ ) для решений (6) при  $\xi > 0$  и двух постоянных ( $E$  и  $F$ ) для решения (15). При наличии более чем одной точки поворота процедура сшивки производится аналогично для каждой такой точки. После сшивки остаются всегда две свободные постоянные для решений типа (6) и две постоянные для решений типа (7). Эти свободные постоянные должны затем определяться из граничных условий на поверхностях пленки  $y = 0$  и  $d$ .

## 2. Дисперсионные соотношения и спектр резонансов

Воспользуемся так называемыми дополнительными граничными условиями, описывающими частичное закрепление спинов на поверхностях пленки [22]:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\delta M_x}{dy} \right|_{y=d} &= 0, & \left. \frac{d\delta M_y}{dy} - \kappa_d \delta M_y \right|_{y=d} &= 0, \\ \left. \frac{d\delta M_x}{dy} \right|_{y=0} &= 0, & \left. \frac{d\delta M_y}{dy} + \kappa_0 \delta M_y \right|_{y=0} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

<sup>2</sup> Если магнитные параметры меняются по толщине пленки более резко, например, на длинах  $\sim \omega \ll d$ , то  $|d(a-b)/dy| \sim \omega^{-1}$  и должно выполняться более жесткое условие  $\varepsilon \sim \sqrt[3]{\alpha/\omega^2} \ll 1$ .

где параметры  $\kappa_d$  и  $\kappa_0$  характеризуют степень закрепления. Подставим сюда  $\delta M_x = m(y)$  и  $\delta M_y = -\frac{i\gamma}{\omega} \left( H_0 - \alpha M_0 \frac{d^2}{dy^2} \right) m(y)$ . Функция  $m(y)$  должна быть найдена так, как описано в разделе 1. При этом для определенности ограничимся рассмотрением только монотонных профилей магнитной неоднородности, т.е. в нашей модели монотонных функций  $\beta(y)$ . Тогда, согласно определениям (4), при подходящих значениях  $\omega$  и  $H_0$  существует единственная точка поворота  $y = y_0$ , в которой выполняется (9). Пусть, кроме того, функция  $[a(y) - b(y)] > 0$  при  $y > y_0$ , т.е. распространение СВ имеет место в интервале  $0 < y < y_0$ . Тогда условия (16) приводят к системе из четырех однородных уравнений для определения свободных постоянных. Условие существования нетривиальных решений этой системы может быть записано в виде

$$P(\omega, H_0) + Q(\omega, H_0) \sin \alpha(\omega, H_0) + R(\omega, H_0) \cos \alpha(\omega, H_0) = 0. \quad (17)$$

Выражения для функций  $P(\omega, H_0)$ ,  $Q(\omega, H_0)$  и  $R(\omega, H_0)$  приведены в Приложении, а фазовый набег равен

$$\alpha(\omega, H_0) = \int_{y_0}^0 \sqrt{\frac{b(y) - a(y)}{\bar{\alpha}}} dy. \quad (18)$$

Разрешим условие (17) относительно  $\alpha(\omega, H_0)$ . Тогда получим

$$\varphi(\omega, H_0) = 2\pi n, \quad (19)$$

где

$$\varphi(\omega, H_0) = 2\alpha(\omega, H_0) + \varphi_0(\omega, H_0), \quad (20)$$

$$\varphi_0(\omega, H_0) = 2 \operatorname{arctg} \left\{ \frac{(P - R)[Q \pm \sqrt{Q^2 + R^2 - P^2}]}{P(P - R) - Q[Q \pm \sqrt{Q^2 + R^2 - P^2}]} \right\} \quad (21)$$

и целое число  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Условие (17) или эквивалентное ему условие (19) могут служить для определения спектра собственных частот СВР при фиксированном поле  $H_0$ . При этом число  $n$  может рассматриваться как номер резонанса, собственная частота которого равна  $\omega_n$ . В левой части (19) стоит полное изменение фазы  $\varphi(\omega, H_0)$  при распространении СВ от момента ее возбуждения в точке  $y = y_0$  до момента возвращения к той же точке. Это изменение фазы состоит из двух слагаемых. Слагаемое  $2\alpha(\omega, H_0)$ , согласно (18), дает набег фазы за счет распространения. Слагаемое  $\varphi_0(\omega, H_0)$  следует интерпретировать как скачок фазы при взаимодействии волны с граничными поверхностями пленки. Если точка поворота лежит внутри пленки достаточно далеко от ее границы  $y = d$  (так, что поле СВ не достигает этой границы), то  $\varphi_0(\omega, H_0)$  есть просто скачок фазы при отражении от границы  $y = 0$ .

Величина  $\varphi(\omega, H_0)$  представляет собой важную характеристику дисперсионных свойств пленки, связанных с возбуждением в ней обменных СВ. Эту величину можно сопоставить с измерявшейся в экспериментах [15] разностью фаз между двумя непрерывными СВЧ-сигналами — возбуждающим пленку и отраженным от нее. Подчеркнем, что равенствами (20), (21) фаза  $\varphi(\omega, H_0)$  определена в принципе

на любых частотах  $\omega$ , а не только на частотах СВР  $\omega_n$ , удовлетворяющих (19). В экспериментах [18] исследовалось отражение от пленки СВЧ-импульсов, которые в свою очередь возбуждали импульсы СВ внутри пленки. При этом частота  $\omega$  могла быть любой в полосе эффективного возбуждения СВ, т.е. в той полосе, в которой точка поворота (при заданном  $H_0$ ) лежит внутри пленки. Заметим теперь, что измеренная в [18] время задержки импульсов по своему смыслу можно сопоставить с величиной

$$\tau(\omega, H_0) = \frac{\partial \varphi(\omega, H_0)}{\partial \omega}. \quad (22)$$

Таким образом, мы видим, что знание фазы  $\varphi(\omega, H_0)$  позволяет рассчитать все необходимые для интерпретации экспериментов величины.

### 3. Обсуждение

В данном разделе для конкретных параметров пленок вычисляются  $\varphi(\omega, H_0)$  и  $\tau(\omega, H_0)$ , а также спектр частот СВР  $\omega_n$ . Выясняется, какое влияние на эти величины оказывает вид профиля магнитной неоднородности. Профиль аппроксимируется параболой произвольной степени  $\gamma$  вида

$$\beta(y) = \beta(0) + [\beta(d) - \beta(0)] \left(\frac{y}{d}\right)^\gamma. \quad (23)$$

Как ясно из рис. 1, характер зависимости фазы от частоты при различных профилях (вставка *b*) может меняться — линейный рост (кривые с выпуклостями вверх или вниз). Ординаты кривых, соответствующие целочисленным значениям  $(\varphi/2\pi) = n$ , дают, согласно (19), спектр частот СВР. С ростом  $n$  частоты ( $\omega_n/2\pi$ ) могут идти эквидистантно (кривая 2), сгущаясь (кривая 1), разрежаясь (кривая 3). Эквидистантное расположение частот СВР соответствует профилю в виде квадратичной параболы, как это и было впервые отмечено в [6]. С

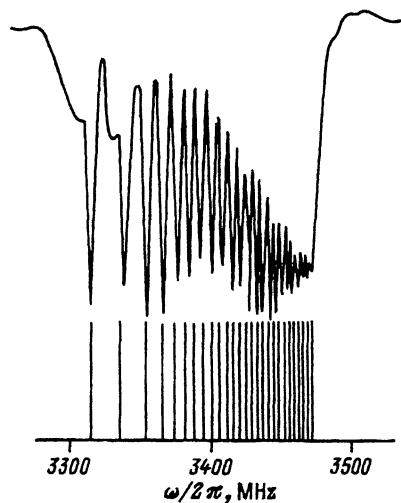


Рис. 2. Сопоставление экспериментально полученного спектра СВР с расчетным.

В эксперименте использована пленка ЖИГ с  $d = 12.5 \mu\text{m}$  в поле  $H_0 = 253 \text{ Oe}$ . При расчете параметры взяты как для кривой 1 на рис. 1. Экспериментальный спектр показан в верхней части рисунка, по вертикальной оси — отраженная от пленки СВЧ мощность в относительных единицах. Расчетные частоты СВР указаны вертикальными линиями в нижней части рисунка.



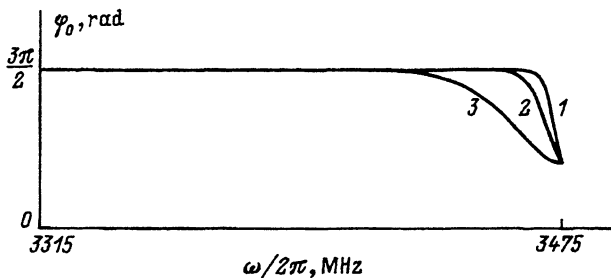


Рис. 3. Зависимость скачка фазы  $\varphi_0(\omega, H_0)$  от частоты  $\omega/2\pi$ .

другой стороны, кривая 3 ближе всего соответствует однородному профилю: неоднородный участок прилегает вплотную к одной из границ пленки. Как и следовало ожидать, ей соответствует разрежающийся спектр частот СВР. Формулы (19)–(21) позволяют вычислить спектр при любом монотонном профиле.

Интересно сопоставить экспериментальные результаты по спектру СВР с расчетными. На рис. 2 проведено такое сопоставление. Для сравнения взяты экспериментальные данные для пленки со сгущающимся спектром.<sup>3</sup> Видно, что частоты провалов отраженной от пленки мощности удовлетворительно коррелируют с расчетными частотами СВР.

На рис. 3 представлены расчетные зависимости скачка фазы  $\varphi_0(\omega, H_0)$  от частоты для профилей различного вида. Получается, что  $\varphi_0$  почти на всех частотах внутри полосы СВР поглощения весьма слабо зависит от частоты. Заметное изменение  $\varphi_0$  с частотой происходит лишь вблизи высокочастотного края полосы поглощения. Это связано с приближением точки поворота вплотную к границе пленки  $y = d$ . При этом поле СВ, проникая «под барьер», достигает этой границы. Степень проникновения поля СВ зависит от частоты, поскольку точка поворота приближается к границе с ростом частоты. На более низких частотах в пределах полосы поглощения скачок  $\varphi_0(\omega, H_0) \approx 3\pi/2$ , что совпадает с величиной скачка фазы при отражении СВ от границы со свободными спинами.

Как видно из рис. 4, частотные зависимости времени задержки определяются профилем неоднородности. Интересно отметить, что при профилях, которые уже реализованы в имеющихся у нас пленках, на-

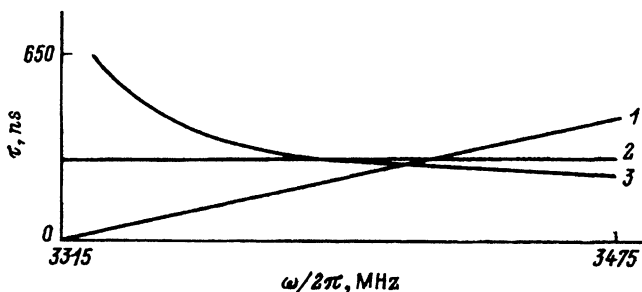


Рис. 4. Зависимость времени задержки  $\tau(\omega, H_0)$  от частоты  $\omega/2\pi$ .

<sup>3</sup> Таким пленки были предоставлены нам А.В. Маряхиным и А.С. Хе.

пример, при  $\gamma = 2$  и  $2/3$  получаются зависимости, представляющие прикладной интерес: постоянство (кривая 2) и линейное изменение (кривая 1)  $\tau$  с частотой. Такие зависимости получаются в полосе СВР поглощения, которая может составлять сотни мегагерц.

Таким образом, в работе построена теория резонансных спектров и распространения обменных СВ по толщине пленки. Магнитные параметры пленки могут быть неоднородны по толщине, однако неоднородность должна быть достаточно плавной, чтобы выполнялись условия применимости ВКБ приближения (8) и родственные условия (11) и (12). В типичных неоднородных пленках ЖИГ, с которыми проводятся эксперименты, эти условия хорошо выполняются. Для конкретного примера со свободными поверхностными спинами и монотонным профилем неоднородности показана сильная зависимость основных измеряемых характеристик пленки в полосе эффективного СВР поглощения от вида профиля. Возможен синтез характеристик пленки путем подбора подходящего профиля.

Авторы благодарны Ю.В. Гуляеву за неизменное внимание к работе и поддержку, а также А.Г. Темиряеву за инициирование данной работы и обсуждение результатов.

Выполнение данной работы было частично поддержано Международным научным фондом (грант № MSZ000) и Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 94-02-04928-а).

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Для выполнения конкретных расчетов необходимо знание коэффициентов  $P$ ,  $Q$  и  $R$ , которые вводятся в (17). Эти коэффициенты равны

$$P = \frac{4\kappa_d \kappa_0}{\sqrt{2}} \left[ \lambda_+ \lambda_- \frac{\sqrt{\rho r}}{b} \right]_{y=d} \times \left\{ \sqrt[4]{b+a}|_{y=0} \sqrt[4]{a-b}|_{y=d} - \sqrt[4]{b-a}|_{y=0} \sqrt[4]{a+b}|_{y=d} \right\}, \quad (\text{П1})$$

$$\begin{aligned} \left( \begin{array}{c} R \\ Q \end{array} \right) &= \lambda \rho \frac{\sqrt[4]{b^2 - a^2}}{b} \Big|_{y=0} \left[ \left( \begin{array}{c} \kappa_0 M_1 - \frac{M_2}{\lambda_-(y=0)} \\ \kappa_0 M_2 - \frac{M_1}{\lambda_-(y=0)} \end{array} \right) \exp \left( - \int_0^d \frac{dy}{\lambda_+(y)} \right) + \right. \\ &+ \left. \left( \begin{array}{c} -\kappa_0 N_2 + \frac{N_1}{\lambda_-(y=0)} \\ -\kappa_0 N_1 + \frac{N_2}{\lambda_-(y=0)} \end{array} \right) \times \exp \left( \int_0^d \frac{dy}{\lambda_+(y)} \right) \right] + \lambda_+ r \frac{\sqrt[4]{b^2 - a^2}}{b} \Big|_{y=0} \times \\ &\times \left( \begin{array}{c} \kappa_0 (N_1 - M_2) - \frac{N_1 + M_2}{\lambda_+(y=0)} \\ \kappa_0 (M_1 - N_2) - \frac{(M_1 - N_2)}{\lambda_+(y=0)} \end{array} \right), \quad (\text{П2}) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} M_{1,2} &= \frac{\sqrt[4]{a^2 - b^2}}{b} \left\{ \left[ r(\lambda_+ \kappa_d - 1) - \rho(|\lambda_-| \kappa_d + 1) \right] \exp \left( \int_0^d \frac{dy}{|\lambda_-(y)|} \right) \mp \right. \\ &\mp \frac{1}{2} \left[ r(\lambda_+ \kappa_d - 1) - \rho(1 - |\lambda_-| \kappa_d) \right] \exp \left( - \int_{y_0}^d \frac{dy}{|\lambda_-(y)|} \right) \Big|_{y=d}, \quad (\text{П3}) \end{aligned}$$

$$N_{1,2} = \frac{\sqrt[4]{a^2 - b^2}}{b} \left\{ [r(\lambda_+ \kappa_d + 1) + \rho(|\lambda_-| \kappa_d + 1)] \exp\left(\int_0^d \frac{dy}{|\lambda_-(y)|}\right) \mp \right. \\ \left. \mp \frac{1}{2} [r(\lambda_+ \kappa_d + 1) + \rho(1 - |\lambda_-| \kappa_d)] \exp\left(-\int_{y_0}^d \frac{dy}{|\lambda_-(y)|}\right) \right\} \Big|_{y=d}. \quad (\text{П4})$$

### Список литературы

- [1] Kittel C. Phys. Rev. **110**, 6, 1295 (1958).
- [2] Seavey M.H., Jr., Tannenwald P.E. Phys. Rev. Lett. **1**, 5, 168 (1958).
- [3] Tannenwald P.E., Weber R. Phys. Rev. **121**, 3, 715 (1961).
- [4] Likke G.I. Phys. Rev. Lett. **19**, 25, 1431 (1967).
- [5] Bajorek C.H., Wills C.H. J. Appl. Phys. **42**, 11, 4324 (1971).
- [6] Portis A.M. Appl. Phys. Lett. **2**, 4, 69 (1963).
- [7] Davies J.T. J. Appl. Phys. **35**, Pt. 2, 3, 804 (1964).
- [8] Hirota E. J. Phys. Soc. Jap. **19**, 1, 1 (1964).
- [9] Schlömann E. J. Appl. Phys. **36**, Pt. 2, 3, 1193 (1965).
- [10] Hoekstra B., van Staple R.P., Robertson J.M. J. Appl. Phys. **48**, 1, 382 (1977).
- [11] Wigen P.E., Kooi C.F., Shanaberger M.R. J. Appl. Phys. **35**, 11, 3302 (1964).
- [12] Луцев Л.В., Яковлев Ю.М. ФТТ **30**, 6, 1675 (1988).
- [13] Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Санников Е.С., Тихонов В.В., Толкачев А.В. Письма в ЖТФ **14**, 10, 884 (1988).
- [14] Тихонов В.В., Толкачев А.В., Остафийчук Б.К. Письма в ЖТФ **17**, 15, 49 (1991).
- [15] Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. Письма в ЖТФ **18**, 14, 79 (1992).
- [16] Луцев Л.В., Березин И.Л. ФТТ **30**, 9, 2679 (1988).
- [17] Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. Письма в ЖТФ **19**, 2, 33 (1993).
- [18] Зильберман П.Е., Темирязов А.Г., Тихомирова М.П. Письма в ЖТФ **19**, 11, 15 (1993).
- [19] Хединг Дж. Введение в метод фазовых интегралов (метод ВКБ). М. (1965). С. 238.
- [20] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М. (1963). С. 700.
- [21] Найфэ А. Введение в методы возмущений. М. (1984). С. 535.
- [22] Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М. (1994). С. 464.