ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ КЛАСТЕРНОГО УПОРЯДОЧЕНИЯ ЛИНИЙ БЛОХА

Е.Б.Кротенко, Ю.А.Кузин

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины,
340114, Донецк, Украина
(Поступила в Редакцию 1 сентября 1993 г.)

Предлагается аналитический метод моделирования и расчета неравномерного расположения линий Блоха в доменной границе одноосного ферромагнетика с высоким фактором качества. Аналитические результаты для распределения намагниченности и плотности энергии доменной границы получены для неравномерного распределения линий Блоха общего вида. Численные расчеты проведены в случае, когда распределение блоховских линий подчиняется нормальному (гауссовскому) закону.

1. Постановка задачи, используемые приближения и уравнения Эйлера–Лагранжа

Рассмотрим плоский одноосный ферромагнетик (ФМ) с осью легкого намагничивания, перпендикулярной его плоскости, и большим фактором качества $Q = k_0/2\pi M^2 \gg 1$; здесь k_0 — константа одноосной анизотропии [1,2], M — намагниченность насыщения ФМ. Компоненты вектора намагниченности $\mathbf{M}$ представим в полярной системе координат следующим образом:

$$\mathbf{M} = M\Big\{\sin\theta\cos\varphi\mathbf{e}_x + \sin\theta\sin\varphi\mathbf{e}_y + \cos\theta\mathbf{e}_z\Big\} \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ — направляющие орты соответствующих осей: z — ось ФМ, y — нормаль к доменной границе (ДГ), x — координата вдоль ДГ, $x \perp y, z$; θ, φ — полярный и азимутальный углы; θ — отсчитывается от оси z, φ — от оси x. Плотность энергии плоской 180° ДГ, нормированную на M^2, запишем в виде суммы плотностей энергии обменного взаимодействия, магнитодипольной энергии и энергии магнитной анизотропии [1]

$$w = \alpha\Big[(\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2\Big] + k_0\sin^2\theta + 2\pi M^2\sin^2\theta\sin^2\varphi. \qquad (2)$$

Здесь α — константа неоднородного обменного взаимодействия. Плотность энергии магнитодипольного взаимодействия записана в приближении Винтера [1] в силу ограничения $Q \gg 1$. В рассматриваемом приближении большого фактора качества, как известно [1], можно положить

$$\theta = \theta(y), \qquad \varphi = \varphi(x). \tag{3}$$

Уравнения Эйлера–Лагранжа, соответствующие (2), имеют вид

$$\alpha\partial^2\theta/\partial x^2 - \sin\theta\cos\theta\Big[\alpha(\partial\varphi/\partial x)^2 + k_0 + 2\pi\sin^2\varphi\Big] = 0, \tag{4a}$$

$$\alpha\partial^2\varphi/\partial x^2 - 2\pi\sin\varphi\cos\varphi = 0. \tag{4b}$$

Суть предлагаемого модельного подхода состоит в следующем: предположим, что первый интеграл уравнения (4b) имеет вид

$$\Lambda_0^2(\partial\varphi/\partial x)^2 - \sin^2\varphi = C_n, \qquad \Lambda_0 = (\alpha/2\pi)^{1/2}, \tag{5}$$

т.е. принимает, вообще говоря, различные значения на разных участках доменной границы (n — номер этого участка). Это приведет к появлению квазипериодичности в расположении блоховских линий (БЛ), так как решение уравнения (4b), аналогичное [1,2], записывается в виде

$$\int\limits_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{(C_n + \sin^2\varphi)^{1/2}} = x/\Lambda_0 \tag{6}$$

для граничных условий

$$\varphi(x_{n-1}, y, z) = 0, \qquad \varphi(x_{n-1} + s_n, y, z) = \pi,$$

$$\partial\varphi/\partial x\Big|_{x=x_n} = 0, \qquad n = 1, 2, \ldots N. \tag{7}$$

Здесь x_n — точки расположения линий Блоха в ДГ ($\varphi(x_n) = \pi/2$) [2], s_n — расстояние между $(n-1)$-й и n-й линиями Блоха, N — общее число БЛ в ДГ. Тогда с учетом квазипериодичности по x имеем

$$\int\limits_0^{\pi} \frac{d\varphi}{(C_n + \sin^2\varphi)^{1/2}} = s_n/\Lambda_0. \tag{8}$$

Выражение (8) можно записать в виде

$$2k_n K(k_n) = s_n/\Lambda_0, \tag{9}$$

где $k_n^2 = (1 + C_n)^{-1}$, $K(k_n)$ — эллиптический интеграл первого рода [3]. Из (8) получаем

$$k_n \int\limits_0^{\phi} \frac{d\phi}{(1 - k_n^2\sin^2\phi)^{1/2}} = x/\Lambda_0, \tag{10}$$

где $\phi = \varphi + \pi/2$,

$$\sin\phi = \cos\varphi = \mathrm{sn}\Big\{x/(\Lambda_0 k_n),\ k_n\Big\}. \tag{11}$$

Решение для угла θ из (4а) с граничными условиями

$$\theta = (x, -\infty, z) = 0, \qquad \theta = (x, +\infty, z) = 0, \qquad \partial\theta/\partial y\Big|_{y=\pm\infty} = 0 \tag{12}$$

записывается как

$$\theta = 2\,\mathrm{arctg}\exp\{y/\Delta_n(x)\}, \tag{13}$$

где ширина ДГ Δ_n на n-м сегменте (на участке ДГ между $(n-1)$-й и n-й линиями Блоха)

$$\Delta_n(x) = \Delta_0\Big\{1 + Q^{-1}\Big(2\sin^2\varphi + \left(1-k_n^2\right)/k_n^2\Big)\Big\}^{1/2}. \tag{14}$$

Здесь $\Delta_0 = (\alpha/k_0)^{1/2}$ — ширина ДГ без БЛ [1,2]. Ширина n-й квазипериодически распределенной БЛ Λ_n соотносится с шириной изолированной БЛ как

$$\Lambda_n = \Lambda_0 k_n. \tag{15}$$

Учитывая, что $k_n \leqslant 1$, имеем $\Lambda_n \leqslant \Lambda_0$, т.е. ширина квазипериодически распределенной линии Блоха не превосходит ширину изолированной линии Блоха.

Аналогично [2] средняя по n-му участку стенки плотность энергии равна

$$\bar\sigma_n = \frac{1}{s_n}\int\limits_0^{s_n}\sigma_n(x)dx = \frac{\sigma_0\Delta_0}{s_n}\int\limits_0^{s_n}\frac{dx}{\Delta_n(x)} =$$

$$= \sigma_0\Big\{1 + Q^{-1}(1-k_n^2)/k_n^2\Big\}^{1/2}\Big[1 + (QK(k_n))^{-1}\left\{E(k_n) - (1-k_n^2)K(k_n)\right\}\Big]. \tag{16}$$

Здесь $E(k_n)$ — эллиптический интеграл второго рода [3]. Соответственно средняя по стенке плотность энергии составляет

$$\bar\sigma = \left[\sum_{n=1}^{N}\bar\sigma_n s_n\right] \Big/ \left[\sum_{n=1}^{N} s_n\right]. \tag{17}$$

Заметим, что в методе нахождения распределения намагниченности и других характерных ДГ, применяемом в данном разделе, в отличие от

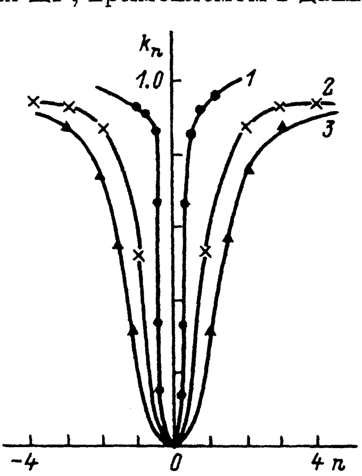

Рис. 1. Граничные константы k_n.

предыдущей работы авторов [4] не предполагалось наличия каких-либо структурных особенностей ферромагнитного образца, приводящих к неравномерности в распределении БЛ. Поэтому расстояния s_n между БЛ являются свободными параметрами; задавая их соответствующим образом, можно смоделировать любое расположение линий Блоха в ДГ, так как из соотношения (9) численными методами можно определить k_n (рис. 1).

2. Численный расчет характеристик ДГ с линиями Блоха, распределенными по гауссовскому закону

Из элементарного курса теории вероятностей [5] известно, что сумма большого числа случайных величин имеет распределение, близкое к нормальному (гауссовскому). Поскольку на реальное распределение линий Блоха в ДГ влияет множество факторов, которые в хорошем приближении могут рассматриваться как случайные (магнитные микродефекты ФМ, связанные с локальными неоднородностями энергий магнитной анизотропии и обмена), интересно разобрать случай, когда расстояния между линиями Блоха s_n являются величинами, распределенными нормальным образом:

$$s_n = s\left[1 - \exp(-n^2/2\varepsilon)\right]. \tag{18}$$

Здесь n — порядковый номер линии Блоха, отсчитываемый от центра кластера (рис. 2), s — равновесное расстояние между БЛ. Воспользовавшись результатами [6], можно положить

$$s = 4.5\Lambda_0. \tag{19}$$

В формуле (16) ε — параметр, формирующий скопление линий Блоха. Следуя обычной методике оценки экспоненциально убывающей функ-

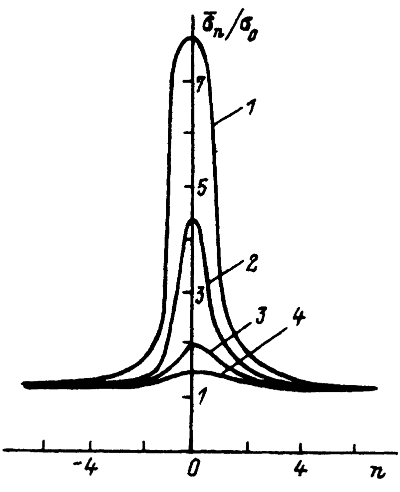

Рис. 2. Изменение плотности энергии ДГ, усредненной по n-му участку.

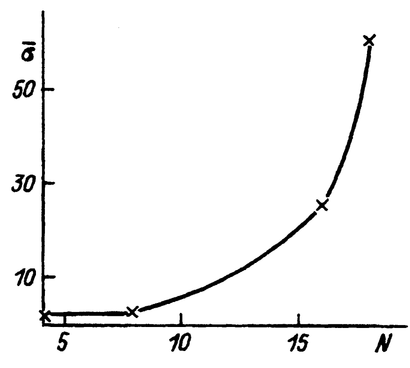

Рис. 3. Относительное возрастание средней плотности энергии ДГ.

ции, получаем характерное число БЛ в кластере

$$N_0 = 2[2\varepsilon]^{1/2}. \tag{20}$$

Здесь квадратные скобки означают взятие целой части [3].

Графики усредненных по n-му сегменту ДГ значений плотности энергии $\bar{\sigma}_n$ в зависимости от параметра кластера ε и значения средней по ДГ плотности энергии $\bar{\sigma}$ в зависимости от количества БЛ в кластере N приведены на рис. 2 и 3 соответственно.

Из соотношения (9) совершенно аналогично данному можно получить решение задачи о распределении БЛ, подчиняющемся, например, закону Пуассона (или любому другому). Численный расчет производился с помощью программируемого микрокалькулятора методом итераций.

Список литературы

[1] Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М. (1982). 382 с.

[2] Лисовский Ф.В. Физика цилиндрических магнитных доменов. М. (1979). 192 с.

[3] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М. (1977). 831 с.

[4] Кротенко Е.Б., Кузин Ю.А. ФТТ **32**, *4*, 1085 (1990).

[5] Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М. (1977). 254 с.

[6] Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М. (1969). 401 с.