

УДК 538.958

©1994

БРЭГГОВСКОЕ ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ОТ СТРУКТУР С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

Е.Л.Ивченко, А.И.Несвижский, С.Йорда¹

Рассчитаны резонансные спектры отражения и пропускания света в гетероструктуре с конечной системой эквидистантных квантовых ям. Выведены рекуррентные соотношения, связывающие амплитудные коэффициенты отражения от N и $N - 2$ квантовых ям. Выяснены аналитические свойства коэффициентов отражения как функции комплексной частоты ω . Предложен метод, основанный на учете зеркальной симметрии системы N квантовых ям и позволяющий находить комплексные частоты смешанных экситон-фотонных нестационарных возбуждений или экситонных поляритонов. Показано, что резонансные брэгговские структуры представляют особый случай, когда среди N собственных мод только одна является радиационной.

Распространение световых волн в слоистой среде является одним из классических разделов оптики твердого тела [1-3]. В результате многолетних разнообразных исследований удалось не только создать сложные многослойные структуры прикладного назначения с замечательными отражающими или просветляющими характеристиками, но и наблюдать ряд специфических оптических явлений в такого рода структурах. В настоящей работе теория отражения и пропускания света вблизи частоты экситонного резонанса в структуре с системой эквидистантных квантовых ям, в которой оптическая толщина D между соседними ямами сопоставима с длиной волны λ в вакууме. Особое внимание уделяется рассмотрению брэгговского отражения, когда выполнено условие $D = \lambda/2$. Ранее изучалось резонансное отражение от одиночных квантовых ям [4-6] или от короткопериодных гетероструктур с $D\lambda \ll 1$ [7-10].

1. Общие выражения для коэффициентов отражения и пропускания

Рассмотрим гетероструктуру, содержащую N квантовых ям с расстоянием d между соседними ямами (рис. 1). Коэффициент отражения удобно представить в виде

$$R = \left| \frac{r_{01} + \tilde{r}_{Ne} e^{2i\phi'}}{1 + r_{01} \tilde{r}_{Ne} e^{2i\phi'}} \right|^2, \quad (1)$$

¹ Университет Регенсбурга, Германия.

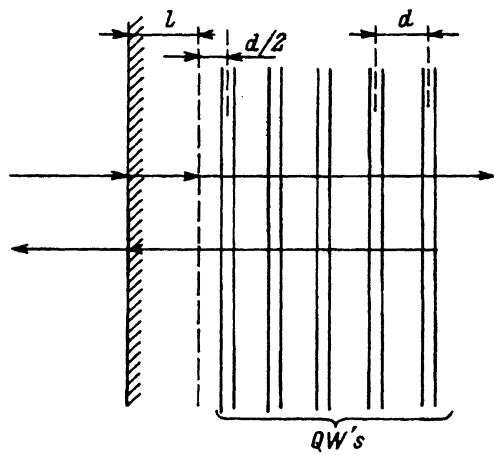


Рис. 1. Схематическое изображение геометрии отражения света от структуры с пятью квантовыми ямами (QW's).

где r_{01} — амплитудный коэффициент отражения на границе «вакуум — внешний барьерный слой»; \tilde{r}_N — коэффициент отражения внутри структуры от системы N квантовых ям, т.е. отношение амплитуд отраженной и прошедшей волн на плоскости, смещенной на $d/2$ относительно центра левой ямы; ϕ' — изменение фазы волны при распространении в барьере на длину l (рис. 1).

Для расчета \tilde{r}_N удобно воспользоваться методом матриц переноса, связывающих амплитуды прямой и обратной волн на левой и правой границах отдельного слоя [9]. Если в качестве правой границы структуры выбрать плоскость, смещенную на $d/2$ вправо от крайней ямы, то матрица переноса $\hat{T}^{(N)}$ через N ям равна N -й степени \hat{T}_1^N матрицы переноса через одну яму

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{\tilde{t}_1} \begin{bmatrix} \tilde{t}_1^2 - \tilde{r}_1^2 & \tilde{r}_1 \\ -\tilde{r}_1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Согласно [6,8], при нормальном падении света коэффициенты отражения и пропускания для одной квантовой ямы в окрестности экситонного резонанса определяются выражениями

$$\tilde{t}_1 = e^{ikd} t_1, \quad \tilde{r}_1 = e^{ikd} r_1, \\ t_1 = 1 + r_1, \quad r_1 = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)}, \quad (3)$$

где $k = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_b}$; ε_b — диэлектрическая проницаемость барьера; ω_0 — резонансная частота, перенормированная с учетом экситон-фотонного взаимодействия; Γ_0 и Γ — константы соответственно излучательного и безызлучательного затухания экситона в одиночной квантовой яме. При выводе (3) пренебрегалось различием между ε_b и фоновой диэлектрической проницаемостью в слое квантовой ямы. В резонансной области спектра, узкой по сравнению с ω_0 , можно положить в (3) $k = (\omega_0/c)\sqrt{\varepsilon_b}$ и считать эту величину константой.

Однородное безызлучательное уширение спектров отражения определяется процессами рассеяния экситона на дефектах гетероструктуры и на фононах. Однако часто при описании оптических спектров под величиной Γ в (3) понимают сумму двух вкладов $\Gamma_h + \Gamma_{inh}$, один из которых связан с собственным однородным уширением, а второй эффективно учитывает неоднородное уширение резонансной частоты экситона. В некоторых случаях Γ_h и Γ_{inh} могут выступать как независимые параметры. Например, определим долю поглощенной в одиночной квантовой яме энергии. При отсутствии неоднородного уширения она равна

$$w(\omega) = 1 - |r_1|^2 - |t_1|^2 = \frac{2\Gamma_h\Gamma_0}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma_h + \Gamma_0)^2}.$$

Введем функцию распределения $P(\omega_0)$, учитывающую крупномасштабное неоднородное уширение резонансной частоты экситона в плоскости квантовой ямы. Тогда доля поглощенной энергии, усредненная по ширине пятна, определяется выражением

$$\bar{w}(\omega) = \int d\omega_0 P(\omega_0) w(\omega).$$

В простейшем случае распределения лорентцевского вида, когда

$$P(\omega_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_{inh}}{(\omega_0 - \bar{\omega}_0)^2 + \Gamma_{inh}^2},$$

получаем

$$\bar{w}(\omega) = \frac{\Gamma_h}{\Gamma_h + \Gamma_0} \frac{2(\Gamma + \Gamma_0)\Gamma_0}{(\bar{\omega}_0 - \omega)^2 + (\Gamma + \Gamma_0)^2},$$

где $\Gamma = \Gamma_h + \Gamma_{inh}$.

При расчете \tilde{r}_N и \tilde{t}_N в [9] находились собственные числа и собственные столбцы матрицы T_1 . Мы используем здесь другой, эквивалентный, метод, учитывая, что все степени \hat{T}_1^N имеют одну и ту же матричную структуру

$$\hat{T}_1^N = S_N \hat{I} + Q_N \left[\left(F - \frac{r_1}{t_1} \right) \hat{\sigma}_z + i \frac{r_1}{t_1} \hat{\sigma}_y \right], \quad (4)$$

где

$$F = (1 + \cos kd) \frac{r_1}{t_1} + i \sin kd, \quad (5)$$

\hat{I} — единичная матрица размерности 2×2 ; $\hat{\sigma}_y$ и $\hat{\sigma}_z$ — стандартные матрицы Паули, введенные для краткости записи. Коэффициенты S и Q с индексами N и $N-1$ связаны рекуррентным матричным соотношением

$$\begin{pmatrix} S_N \\ Q_N \end{pmatrix} = \hat{L} \begin{pmatrix} S_{N-1} \\ Q_{N-1} \end{pmatrix} = \hat{L}^{N-1} \begin{pmatrix} S_1 \\ Q_1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} G & G^2 - 1 \\ 1 & G \end{bmatrix},$$

$$G = G(\omega) = \cos kd - \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \sin kd. \quad (7)$$

Заметим, что волновой вектор q световой волны, распространяющейся в бесконечной периодической структуре с квантовыми ямами, удовлетворяет дисперсионному уравнению [8]

$$\cos qd = G(\omega). \quad (8)$$

Сравнивая матрицу (2) с матрицей (4) при $N = 1$, находим

$$S_1 = G, \quad Q_1 = 1. \quad (9)$$

Легко проверить, что

$$\hat{L} \begin{bmatrix} \pm\sqrt{G^2 - 1} \\ 1 \end{bmatrix} = \kappa_{\pm} \begin{bmatrix} \pm\sqrt{G^2 - 1} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где собственные числа

$$\kappa_{\pm} = G \pm \sqrt{G^2 - 1}. \quad (11)$$

Разложим столбец с компонентами (9) на собственные столбцы (10) и подействуем на полученную линейную комбинацию матрицей \hat{L}^{N-1} . В результате получим выражения для S_N и Q_N

$$S_N = \frac{1}{2}(\kappa_+^N + \kappa_-^N), \quad Q_N = \frac{\kappa_+^N - \kappa_-^N}{\kappa_+ - \kappa_-}. \quad (12)$$

Коэффициенты \tilde{r}_N и \tilde{t}_N связаны с S_N и Q_N соотношениями

$$\tilde{r}_N = \frac{Q_N \frac{r_1}{t_1}}{S_N + Q_N \left(\frac{r_1}{t_1} - F \right)}, \quad \tilde{t}_N = \frac{S_N^2 - (G^2 - 1)Q_N^2}{S_N + Q_N \left(\frac{r_1}{t_1} - F \right)}. \quad (13)$$

Формулы (13) можно использовать для расчета \tilde{r}_N и \tilde{t}_N .

2. Отражение при брэгговском условии

Для структуры с $kd = \pi$ (или $D = \lambda/2$, где $D = \sqrt{\epsilon_b}d$) имеем

$$F = 0, \quad G = -1, \quad \kappa_+ = \kappa_- = -1, \quad S_N = (-1)^N, \quad Q_N = N(-1)^{N-1},$$

так что $Q_N/S_N = -N$. Подставляя в (13) отношение (см. (3))

$$\frac{r_1}{t_1} = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma},$$

получаем

$$\tilde{r}_N(kd = \pi) = \frac{-iN\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + N\Gamma_0)}, \quad (14a)$$

$$\tilde{t}_N(kd = \pi) = (-1)^N \frac{\omega_0 - \omega - i\Gamma}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + N\Gamma_0)}. \quad (14b)$$

Таким образом, при $kd = \pi$ выражение для \tilde{r}_N отличается от \tilde{r}_1 заменой Γ_0 на $N\Gamma_0$. Физический смысл этого результата мы обсудим ниже после изучения аналитических свойств \tilde{r}_N как функции комплексного переменного ω . Пока же заметим, что с совершенствованием технологии качество выращиваемых квантовых ям возрастает. Если на первых порах нерадиационное затухание Γ заметно превышало Γ_0 , то в настоящее время выращены структуры с одиночными квантовыми ямами, в которых Γ и Γ_0 уже сопоставимы [11]. Поэтому и для системы эквидистантных квантовых ям актуальным становится анализ области значений $\Gamma/\Gamma_0 \leq 1$.

3. Предельный переход к приближению однородной среды

Формулы (13) применимы и для короткопериодной структуры, для которой kd , $|q|d \ll 1$, т.е. выполнены критерии применимости длинноволнового приближения или приближения однородной среды с эффективной диэлектрической проницаемостью [8]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_b + \frac{\varepsilon_b \omega_{LT}^{MQW}}{\omega_0 - \omega - i\Gamma},$$

где

$$\omega_{LT}^{MQW} = 2\Gamma_0/(kd).$$

В этом случае можно считать, что в слое с квантовыми ямами (толщиной Nd) распространяется плоская световая волна с волновым вектором $q = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)}$ и амплитудный коэффициент отражения от этого слоя равен

$$\tilde{r}_N = \frac{\bar{r}(1 - e^{2i\Phi_N})}{1 - \bar{r}^2 e^{2i\Phi_N}},$$

где

$$\bar{r} = (k - q)/(k + q), \quad \Phi_N = qNd.$$

К тому же результату можно прийти, исходя из точной формулы (13) для \tilde{r}_N и учитывая, что при kd , $|q|d \ll 1$ применимы приближенные соотношения

$$\sqrt{G^2 - 1} \approx iqd, \quad \kappa_{\pm} 1 \pm iqd,$$

$$F \approx 2 \frac{r_1}{t_1} + ikd, \quad \frac{r_1}{t_1} \approx \frac{id}{2k}(q^2 - k^2),$$

$$\left(\frac{\kappa_+}{\kappa_-} \right) = \left(1 + \frac{2\sqrt{G^2 - 1}}{G - \sqrt{G^2 - 1}} \right)^N \approx (1 + 2iqd)^N \approx e^{2iqNd},$$

$$\frac{Q_N}{S_N} \approx \frac{i}{qd} \frac{1 - e^{2i\Phi_N}}{1 + e^{2i\Phi_N}}.$$

4. Учет зеркальной симметрии гетероструктуры

Зеркальная симметрия системы N идентичных квантовых ям позволяет предложить представление для \tilde{r}_N и \tilde{t}_N , более удобное для изучения аналитических свойств этих коэффициентов

$$\tilde{r}_N = \frac{1}{2}(r_N^s + r_N^a), \quad \tilde{t}_N = \frac{1}{2}(r_N^s - r_N^a). \quad (15)$$

Здесь r_N^s, r_N^a — коэффициенты отражения при четных и нечетных граничных условиях, когда одновременно слева и справа на структуру падают плоские волны, амплитуды которых соответственно совпадают или противоположны по знаку. Ранее этот прием был использован при анализе электронных спектров пропускания через зеркально-симметричную гетероструктуру [12].

В дальнейшем мы используем для фазового множителя в (3) сокращенное обозначение $\exp(ikd) \equiv \eta$ и введем безразмерную частоту $y = (\omega - \omega_0 - i\Gamma)/\Gamma_0$. Учитывая, что N квантовых ям можно рассматривать как $N - 2$ ямы внутри и по одной яме слева и справа, можно вывести рекуррентные соотношения

$$r_N^\gamma = \frac{T_{11}r_{N-2}^\gamma - T_{21}}{T_{22} - T_{12}r_{N-2}^\gamma}, \quad (16)$$

где $\gamma = s$ или a , T_{ij} — компоненты матрицы \hat{T}_1 . Согласно (3),

$$r_1^s = \eta(1 + 2r_1), \quad r_1^a = -\eta. \quad (17)$$

Расчет показывает, что для двух квантовых ям формула (16) также применима, если положить $r_0^s = 1, r_0^a = -1$, т.е. $r_0 = 0, \tilde{t}_0 = 1$, как и должно быть при отсутствии квантовых ям.

5. Аналитические свойства коэффициента отражения.

Предельный переход $N \rightarrow \infty$

Так как компоненты матрицы \hat{T}_1 являются рациональными функциями комплексной переменной y , то таковыми являются и компоненты матрицы \hat{T}_1^N , а значит, и коэффициенты r_N^a, r_N^s . Преимуществом представления (15) является возможность использовать тождества $|r_N^s| = |r_N^a| = 1$, справедливые при любом вещественном y . Эти тождества следуют из закона сохранения энергии, поскольку при вещественном y безызлучательное затухание $\Gamma = 0$ и в стационарных условиях потоки энергии входящих и выходящих волн должны совпадать. Указанные тождества позволяют записать \tilde{r}_N в следующем виде:

$$\tilde{r}_N = \frac{1}{2}\eta^N \left[\frac{P_{N,s}^{(*)}(y, \eta)}{P_{N,s}(y, \eta)} - \frac{P_{N,a}^{(*)}(y, \eta)}{P_{N,a}(y, \eta)} \right]. \quad (18)$$

Здесь $P_{N,\gamma}(y, \eta)$ — полином, у которого коэффициент при старшей степени y равен единице, а остальные коэффициенты зависят от одного

параметра η ; полином $P_{N,\gamma}^{(*)}(y, \eta)$ получается из $P_{N,\gamma}(y, \eta)$ комплексным сопряжением всех коэффициентов, в том числе заменой η на η^* . Наличие общего множителя η^N в (18) следует из предельного рекуррентного соотношения

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} r_N^\gamma = \eta^2 \lim_{|y| \rightarrow \infty} r_{N-2}^\gamma$$

и поведения r_0^γ или r_1^γ при $|y| \rightarrow \infty$ (см. (17)).

Из рекуррентного соотношения (16) следует аналогичная связь между полиномами $P_{N,\gamma}$ и $P_{N-2,\gamma}$, $P_{N-2,\gamma}^*$

$$P_{N,\gamma}(y) = (y+i)P_{N-2,\gamma}(y) \pm i\eta^{N-1}P_{N-2,\gamma}^*(y), \quad (19)$$

где знак \pm отвечает соответственно симметричным ($\gamma = S$) или антисимметричным ($\gamma = a$) решениям. Для иллюстрации приведем выражения для полиномов $P_{N,\gamma}(y, \eta)$ с несколькими первыми значениями N

$$\begin{aligned} P_{1,s} &= y+i, & P_{1,a} &= 1, \\ P_{2,s} &= y+i(1+\eta), & P_{2,a} &= y+i(1-\eta), \\ P_{3,s} &= y^2+i(2+\eta^2)y+\eta^2-1, & P_{3,a} &= y+i(1-\eta^2), \\ P_{4,s} &= y^2+i(2+\eta+\eta^3)y+\eta^3+\eta^2-\eta-1, \\ P_{4,a} &= y^2+i(2-\eta-\eta^3)y-\eta^3+\eta^2+\eta-1. \end{aligned} \quad (20)$$

Видно, что полиномы $P_{N,\gamma}(y, \eta)$ обладают следующими свойствами при замене знака у параметра η :

$$\begin{aligned} P_{2l+1,\gamma}(y, \eta) &= P_{2l+1,\gamma}(y, -\eta), \\ P_{2n,s}(y, \eta) &= P_{2n,a}(y, -\eta). \end{aligned} \quad (21)$$

Методом индукции эти свойства доказываются для произвольного l или n . Из (18), (21) получаем

$$\tilde{r}_N(y, -\eta) = -\tilde{r}_N(y, \eta), \quad \tilde{t}_N(y, -\eta) = (-1)^N \tilde{t}_N(y, \eta). \quad (22)$$

Эти формулы устанавливают, в частности, связь между коэффициентами \tilde{r}_N , \tilde{t}_N в структурах с $kd = \pi$ ($\eta = -1$) и $kd = 2\pi$ ($\eta = 1$).

Приведем еще одно полезное соотношение

$$\begin{aligned} \tilde{r}_N^*(\omega - \omega_0, \eta) &= \tilde{r}_N(\omega_0 - \omega, \eta^*), \\ \tilde{t}_N^*(\omega - \omega_0, \eta) &= \tilde{t}_N(\omega_0 - \omega, \eta^*), \end{aligned} \quad (23)$$

которое позволяет связать коэффициенты отражения или пропускания в структурах с $kd = \pi \pm \chi$, т.е. с $\eta = -e^{i\chi}$ и $\eta = -e^{-i\chi}$.

Полюсы коэффициента \tilde{r}_N (или корни полиномов $P_{N,\gamma}(y)$, что эквивалентно) определяют комплексные частоты собственных мод в гетероструктуре с учетом экситон-фотонного взаимодействия. При этом

в r_N^s и r_N^a вносят вклад соответственно только четные и только нечетные собственные нестационарные возбуждения. Как видно из приведенных выше полиномов $P_{N,\gamma}(y, \eta)$, при нечетном числе квантовых ям $N = 2l + 1$ имеется $l + 1$ четных и l нечетных возбуждений, тогда как при $N = 2n$ число четных и нечетных возбуждений совпадает и равно n . Вещественные и мнимые части корней полиномов $P_{N,\gamma}(y)$ определяют перенормировку собственной частоты и радиационное затухание для соответствующей моды или экситонного поляритона в системе конечного числа квантовых ям. В общем случае все корни полиномов $P_{N,s}(y)$ или $P_{N,a}(y)$ разные. Особый случай реализуется в кардинальных точках $kd = l\pi$ ($l = 1, 2, \dots$), когда $\eta = \pm 1$. В этом случае все корни полиномов $P_{N,s}(y)$ и $P_{N,a}(y)$, кроме одного, обращаются в нуль. Действительно, для структур с величиной kd , кратной π , получаем

$$\begin{aligned} P_{2l+1,s}(y, \pm 1) &= y^l[y + i(2l + 1)], & P_{2l+1,a}(y, \pm 1) &= y^l, \\ P_{2n,s}(y, 1) &= P_{2n,a}(y, -1) = y^{n-1}(y + 2ni), \\ P_{2n,s}(y, -1) &= P_{2n,a}(y, 1) = y^n. \end{aligned} \quad (24)$$

В справедливости этих выражений можно убедиться, используя для общего доказательства метод индукции или полагая в (20) $\eta = 1$ или $\eta = -1$. По определению, полиномы $P_{N,\gamma}^*(y, \pm 1)$ отличаются от полиномов (24) заменой iN на $-iN$. При подстановке $P_{N,\gamma}(y, -1)$ и $P_{N,\gamma}^*(y, -1)$ в (18) степени y сокращаются и в результате получается простое выражение (14а) с единственным плюсом. Таким образом, при приближении значения kd к π в структуре с N ямами $N - 1$ собственных мод не взаимодействуют с излучением и лишь одно возбуждение является оптически активным. Это означает, что по мере возрастания N взаимодействие экситонов с электромагнитным излучением внутри структуры с $kd = \pi$ уменьшается. Аналогичный вывод следует из анализа дисперсионного уравнения (7), (8): при $kd = \pi$ в системе с бесконечной цепочкой квантовых ям нормальной является световая волна с волновым вектором $q = \pi/d$, лежащим на границе первой зоны Бриллюэна $|\text{Re}q| \leq \pi/d$. Этому значению q отвечает решение для напряженности электрического поля

$$E(z) = E_0 \sin(\pi z/d), \quad (25)$$

где начало отсчета на оси z выбрано в центре одной из ям. Мы рассматриваем здесь состояние экситона в квантовой яме с четной огибающей волной функции $\Psi(z_e, z_h, \rho)$ относительно замены z_e, z_h на $-z_e, -z_h$. Световая волна (25) не взаимодействует с таким экситоном, так как матричный элемент оптического перехода, пропорциональный интегралу $\int dz E(z) \Psi(z, z, 0)$, равен нулю. Таким образом, в стационарных условиях свет в резонансной брэгговской структуре с большим числом квантовых ям представляет собой непоглощаемую стоячую волну, вследствие чего при $N \rightarrow \infty$ модуль коэффициента отражения $|\tilde{r}_N(kd = \pi)|$ стремится к единице (см. (14а)).

В заключение раздела рассмотрим предельное выражение

$$\tilde{r}_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{r}_N.$$

Из (11)–(13) следует, что

$$\tilde{r}_\infty = \frac{r_1/t_1}{r_1/t_1 - F \pm \sqrt{G^2 - 1}}, \quad (26)$$

где знак \pm совпадает со знаком $G' = \operatorname{Re} G$. Здесь квадратный корень из комплексного числа $z = |z| \exp(i\Theta)$ определяется как $\sqrt{|z|} \exp(i\Theta/2)$, где Θ удовлетворяет неравенствам $-\pi < \Theta \leq \pi$. Поэтому при $G' \rightarrow 0$ функция $\sqrt{G^2 - 1}$ стремится к

$$i\sqrt{1 + (G'')^2} \operatorname{sign}(G' G''),$$

а величина $\pm\sqrt{G^2 - 1}$ в (26) — к

$$i\sqrt{1 + (G'')^2} \operatorname{sign} G'', \quad G'' = \operatorname{Im} G.$$

6. Результаты расчета

Удобно представить зависимость коэффициента отражения от частоты в виде траектории точки $\operatorname{Re} \tilde{r}_N$, $\operatorname{Im} \tilde{r}_N$ на комплексной плоскости \tilde{r}_N при перемещении точки ω по вещественной оси (рис. 2, а). Так как с ростом $|\omega - \omega_0|$ коэффициент $\tilde{r}_N \rightarrow 0$, эти траектории представляют собой замкнутые кривые, выходящие и входящие в точку $\tilde{r}_N = 0$. При $N = 1$ зависимость $\tilde{r}_1(\omega)$ представляет собой дробно-линейное преобразование, которое переводит вещественную ось в круг, проходящий через центр комплексной плоскости \tilde{r}_N . Согласно (14а), такой же вид

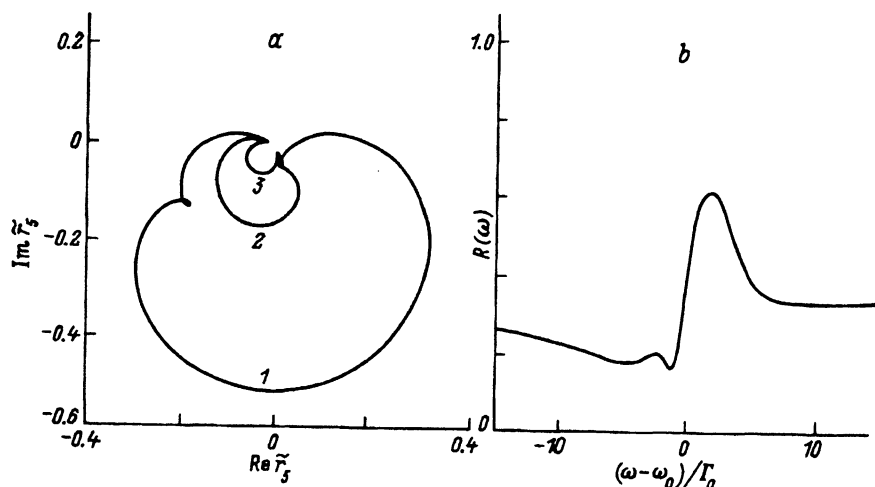


Рис. 2. а) Траектории точки $\operatorname{Re} \tilde{r}_s$, $\operatorname{Im} \tilde{r}_s$ на комплексной плоскости при движении частоты ω вдоль вещественной оси для структуры с $kd = \pi/4$, $\Gamma/\Gamma_0 = 1(1), 4(2), 12(3)$. б) Спектр нормального отражения $R(\omega)$, рассчитанный по формуле (1) для структуры с $N = 5$, $kd = \pi/4$, $kl = \pi/2$, $\Gamma = \Gamma_0$ при показателе преломления барьерных слоев $\sqrt{\epsilon_b} = 3.7$.

имеют траектории при произвольных N в структурах с $kd = \pi, 2\pi, \dots$. При $N > 1$, $kd \neq l\pi$ и $\Gamma/\Gamma_0 \leq 1$ эти траектории имеют сложную форму, включающую в себя самопересечения. С ростом безызлучательного затухания самопересечения исчезают, траектория поджимается к центру и ее форма приближается к круговой.

На рис. 2, *b* изображен спектр коэффициента отражения, рассчитанный по формуле (1) для структуры с $N = 5$, $\Gamma = \Gamma_0$, $kd = \pi/4$, $kl = \pi/2$, где l — ширина барьерного слоя между внешней поверхностью и плоскостью, отстоящей от центра левой ямы на $d/2$ (рис. 1). При расчете учтено, что при нормальном падении

$$r_{10} = -r_{01} = \frac{\sqrt{\epsilon_b} - 1}{\sqrt{\epsilon_b} + 1}. \quad (27)$$

Второй максимум в спектре на рис. 2, *b* есть проявление самопересечения соответствующей траектории на рис. 2, *a*.

Согласно (1), (14а), для брэгговской структуры имеем

$$R(\omega) = r_{01}^2 + (1 - r_{01}^2) \frac{N\Gamma_0(N\Gamma_0 + \Omega)}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma + N\Gamma_0)^2 + N\Gamma_0\Omega}, \quad (28)$$

где

$$\Omega = r_{01}^2 N\Gamma_0 + 2r_{01} [(\omega_0 - \omega) \sin 2\phi' + (\Gamma + N\Gamma_0) \cos 2\phi'].$$

При $\phi' = \pi/2$ спектр $R(\omega)$ представляет собой сумму фонового коэффициента отражения r_{01}^2 и лорентциана

$$L(\omega) = \rho \frac{\gamma^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2},$$

где

$$\gamma = \Gamma + (1 - r_{01})N\Gamma_0,$$

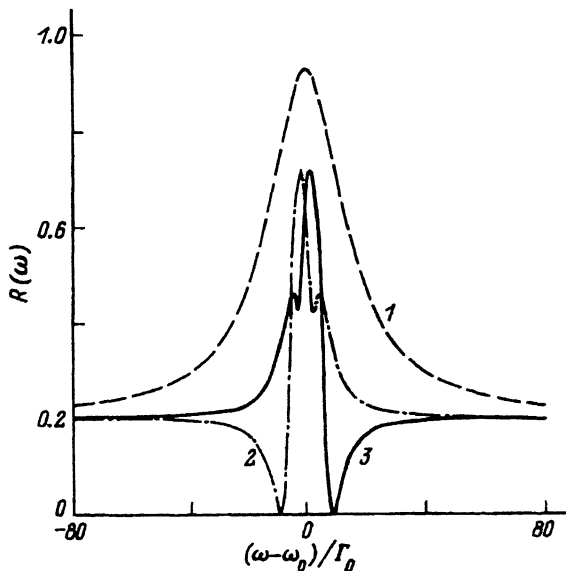


Рис. 3. Спектры нормально-го отражения $R(\omega)$, рассчитанные для структуры с $N = 10$, $kl = \pi/2$, $\Gamma = \Gamma_0$, $kd = \pi(1)$, $0.85\pi(2)$ и $1.15\pi(3)$ при показателе преломления барьерных слоев $\sqrt{\epsilon_b} = 2.64$.

$$\rho = (1 - r_{01}^2) s \frac{s(1 + r_{01}^2) - 2r_{01}}{(1 - r_{01}s)^2}, \quad (29)$$

$$s = N\Gamma_0 / (\Gamma + N\Gamma_0).$$

При переходе к значениям $\phi' = 0$ или π форма спектра сохраняется, а параметр затухания γ и пиковое значение ρ определяются выражениями (29), в которых нужно изменить знак у r_{01} . При этом интеграл $\int d\omega [R(\omega) - r_{01}^2] = \pi\gamma\rho$ уменьшается.

Расчет спектров отражения при $\Gamma/\Gamma_0 \leq 1$ и различных значениях N , kd и kl показывает, что тонкая структура этих спектров характеризуется большим разнообразием, несмотря на то что рассматривается спектральная область вблизи одного экситонного резонанса. На рис. 3 изображены спектры, рассчитанные для структуры с $N = 10$, $\phi' \equiv kl = \pi/2$ и $kd = 0.85\pi, \pi, 1.15\pi$. Плавный спектр для структуры с $kd = \pi$ описывается простой аналитической формулой $r_{01}^2 + L(\omega)$. Спектры, отвечающие $kd = \pi(1 \pm 0.15)$, имеют по два максимума и один минимум. Видно, что они переходят друг в друга при отражении относительно вертикальной оси $\omega = \omega_0$. Это свойство вытекает из соотношения (23) между коэффициентами \tilde{r}_N , соответствующими комплексно-сопряженным значениям η , и из вещественности фазового множителя $e^{i2\phi'}$ при $\phi' = \pi/2$.

7. Геометрия наклонного отражения

Введем угол падения света φ из вакуума на структуру. Для s -поляризованной световой волны формулы, приведенные выше для коэффициента нормального отражения, становятся применимыми при $\varphi \neq 0$ после следующей замены:

$$kd \rightarrow k_z d, \quad kl \rightarrow k_z l, \quad \Gamma_0 \rightarrow \frac{k}{k_z} \Gamma_0,$$

$$r_{01} = -r_{10} = -\frac{n_z - \cos \varphi}{n_z + \cos \varphi},$$

где

$$n_z = ck_z/\omega, \quad k_z = (\omega/c)(\epsilon_b - \sin^2 \varphi)^{1/2}.$$

Для p -поляризованной волны в общем случае, когда сила осциллятора рассматриваемого экситона отлична от нуля при $\mathbf{E} \perp z$ и $\mathbf{E} \parallel z$ (z — главная ось структуры), формула для r_1 имеет более громоздкий вид [13]. Однако для тяжелого экситона в структурах типа GaAs/AlGaAs или CdTe/CdMgTe, оптически активного только в поляризации $\mathbf{E} \perp z$, результаты предыдущих разделов легко обобщаются путем замены

$$kd \rightarrow k_z d, \quad kl \rightarrow k_z l, \quad \Gamma_0 \rightarrow \frac{k_z}{k} \Gamma_0,$$

$$r_{01} = \frac{n_z - \epsilon_b \cos \varphi}{n_z + \epsilon_b \cos \varphi}.$$

Таким образом, в эксперименте вместо изучения эволюции тонкой структуры оптических спектров при плавном изменении периода d можно проводить измерения угловой зависимости этих спектров.

В заключение авторы выражают благодарность Р. Коксу (R. Cox), В.П. Кочерешко, И. Мерль д'Обинье (Y. Merle d'Aubigne), У. Рёсслеру (U. Roessler) и Д.Р. Яковлеву за полезные обсуждения.

Работа частично финансировалась Фондом Фольксвагена в рамках проекта «Теория низкоразмерных полупроводниковых систем».

Список литературы

- [1] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
- [2] Ghopra K.L. Thin Film Phenomena. McGraw-Hill Book Company, 1969.
- [3] Knittl Z. Optics of Thin Films. Wiley and Sons, 1976.
- [4] Schultheis L., Ploog K. // Phys. Rev. B. 1984. V. 30. N 2. P. 1090-1093.
- [5] Ивченко Е.Л., Копьев П.С., Кочерешко В.П., Уральцев И.Н., Яковлев Д.Р., Иванов С.В., Мельцер Б.Я., Калигиевский М.А. // ФТП. 1988. Т. 22. № 5. С. 784-788.
- [6] Andreani L.C., Tassone F., Bassani F. // Solid State Commun. 1991. V. 77. N 9. P. 641-645.
- [7] Ivchenko E.L., Kochereshko V.P., Kop'ev P.S., Kosobukin V.A., Uraltsev I.N., Yakovlev D.R. // Solid State Commun. 1989. V. 70. N 5. P. 529-534.
- [8] Ивченко Е.Л. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 8. С. 2388-2393.
- [9] Кособукин В.А. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 10. С. 3107-3118.
- [10] Ivchenko E.L., Kavokin A.V., Kochereshko V.P., Posina G.R., Uraltser I.N., Yakovlev D.R., Bicknell-Tassius R.N., Waag A., Landwehr G. // Phys. Rev. B. 1992. V. 46. N 12. P. 7713-7722.
- [11] Srivinas V., Chen Y.J., Wood C.E.C. // Phys. Rev. B. 1993. V. 48. N 16. P. 12300-12303.
- [12] Ivchenko I.L., Kiselev A.A., Fu Y., Willander M. // To be published.
- [13] Ивченко Е.Л., Кавокин А.В. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 6. С. 1815-1822.

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
24 января 1994 г.