

01; 03

© 1993

О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ РАСПАДА РАСТЯГИВАЕМОГО
ЖИДКОГО МОСТИКАА.А. Земсков, С.О. Ширяева,
А.И. Григорьев

Во многих задачах, связанных с диспергированием жидкости, а также с касательными столкновениями капель друг с другом или с жидкой поверхностью, приходится встречаться с появлением жидких мостиков (перетяжек), связывающих: отрывающуюся каплю с мениском жидкости в устройствах для электродиспергирования жидкости [1], две сталкивающиеся капли [2] или подвижную иглу с мениском жидкости в генераторе монодисперсных капель с вибрирующей иглой [3]. Однако опубликованные к настоящему времени работы, посвященные теории распада таких же жидких мостиков, либо ошибочны, либо разработаны лишь поверхностно, на качественном уровне [4]. В этой связи и сформулирована настоящая задача.

Дальнейшее рассмотрение проведем на примере модификации генератора, идеализированное схематическое изображение которого приведено на рис. 1. Будем считать в соответствии с общефизическими законами, что в процессе работы генератора выполняется принцип наименьшего действия, т.е. потребуем, чтобы действие для каждого акта образования капельки было экстремально.

Пусть к некоторому моменту времени t_0 игла генератора радиуса R , движущаяся возвратно поступательно со скоростью v_0 , связана с тонкостенным капилляром внутреннего радиуса $R_0 \geq R$ (по которому со скоростью $v \ll v_0$ подается идеальная, идеально-проводящая, несжимаемая жидкость) жидкой перетяжкой цилиндрической формы и длины l .

Все рассмотрение проведем в предположении, что время гидродинамической релаксации $\tau_p = \frac{l}{v_*}$ много меньше характерного времени образования и отрыва капельки в генераторе (здесь v_* — скорость звука в жидкости). При выполнении этих условий состояние системы в каждый момент времени можно считать квазиравновесным,

Так как $v \ll v_0$, будем считать объем жидкости в перетяжке постоянным, начиная с момента t_0 до момента ее разрыва. Примем также, что весь процесс проходит в паровой среде, пересыщенность которой такова, что влиянием испарения и конденсации на энергию системы можно пренебречь. Тогда с учетом сделанных предположений действие для рассматриваемой системы примет вид

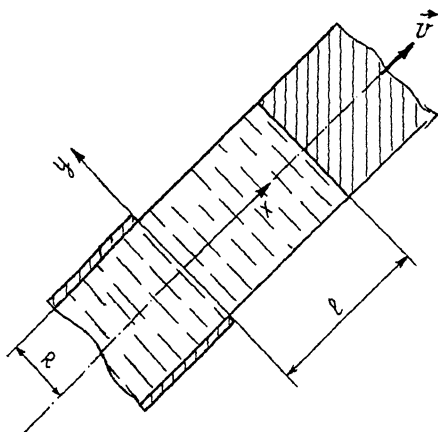


Рис. 1. Схематическое изображение генератора монодисперсных капель с подвижной иглой, для которого проводится анализ.

$$s = \int_{t_1}^{t_2} L dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\rho}{2} \int v^2(x) dV - \sigma \int dS \right] dt, \quad (1)$$

где L — функция Лагранжа, ρ и σ — соответственно плотность и коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

В (1) первое слагаемое определяет кинетическую энергию жидкости, второе — потенциальную энергию сил поверхностного натяжения. Влиянием силы тяжести будем пренебрегать, считая характерные размеры перетяжки R_0, R и l меньшими капиллярной постоянной для рабочей жидкости. Кроме того, как уже отмечалось выше, объем перетяжки будем считать неизменным: $V = \text{const}$. Тогда форма образующей перетяжки $y(x)$ для задачи (1) с дополнительным условием постоянства объема будет экстремалью функционала:

$$J[y(x)] = s + \lambda \int_{t_1}^{t_2} \int_V dV dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\rho}{2} \pi \int_0^{x_m} v^2(x) y^2 dx - 2\pi\sigma \int_0^{x_m} y \sqrt{1+y'^2} dx + \lambda \int_0^{x_m} y^2 dx \right] dt,$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа, $x_m \equiv x_m(t) = l + vt$ — абсцисса точки соединения подвижной иглы с перетяжкой в момент времени t .

Примем также, что движение жидкости в перетяжке при ее растяжении остается осесимметричным до разрыва перетяжки, а распределения скоростей, возникающих течений, которое должно удовлетворять условию несжимаемости $\text{div } \vec{v} = 0$, в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\vec{v} = \left[-3x(l-x)\rho \vec{n}_\rho + x^2(3l-2x)\vec{n}_x \right] \frac{v_0}{h^3}. \quad (2)$$

Обезразмерим задачу, домножив $J[y]$ на $1/2\pi\beta R^2$ и вводя безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{x}{R}, \quad \nu = \frac{y}{R}, \quad \tau = \frac{t}{\tau_0}, \quad \tau_0 = \sqrt{\frac{\rho R^3}{4\beta}},$$

$$\zeta = \frac{l}{R}, \quad \eta = \frac{R_0}{R}, \quad \mu = \frac{\lambda}{\beta}, \quad \alpha = \frac{\rho v_0 R}{\beta}$$

и выпишем для нее уравнение Эйлера:

$$\ddot{\nu} - (1 + \dot{\nu}) \left[\frac{1}{\nu} - \sqrt{1 + \dot{\nu}^2} \right] \left[\frac{\alpha \xi^2}{2\zeta} (\nu^2 [\zeta - \xi]^2 + \xi^2 (3\zeta - 2\xi) + \mu) \right] = 0. \quad (3)$$

Учтем также, что на концах перетяжки должны выполняться условия

$$\nu(0) = 1, \quad \nu(\xi_m) = \eta, \quad (4)$$

которые будут иметь смысл граничных условий к (3).

Уравнение (3) является нелинейным и должно интегрироваться численно. В результате расчетов на ЭВМ выяснилось, что задача (3)–(4) имеет решения нескольких типов (см. рис. 2). Причем решения первого типа переходят в решения второго типа непрерывным образом по мере увеличения длины перетяжки ξ_m . Затем при некотором критическом значении ξ_m решения 2-го типа исчезают, но возникают решения 3-го типа. Решения 3-го соответствуют метастабильным формам перетяжек и не связаны с решениями 1-го и 2-го типа, и переход к ним может осуществиться только скачком при достаточно большой скорости движения иглы (детали см. в [4]). Реализация таких метастабильных форм поверхности перетяжки возможна лишь в том случае если характерное время развития неустойчивости в перетяжке 2-го типа τ_* будет больше, чем характерное время удлинения перетяжки l/v_0 : $l/v_0 < \tau_*$. Тогда

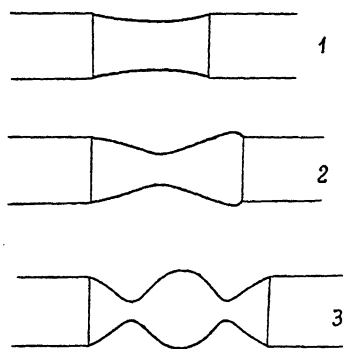


Рис. 2. Образующие возможных форм жидких перетяжек. Цифрами 1 и 2 отмечены образующие устойчивых форм перетяжек, цифрой 3 - метастабильной формы, при распаде которой и образуется свободная капля.

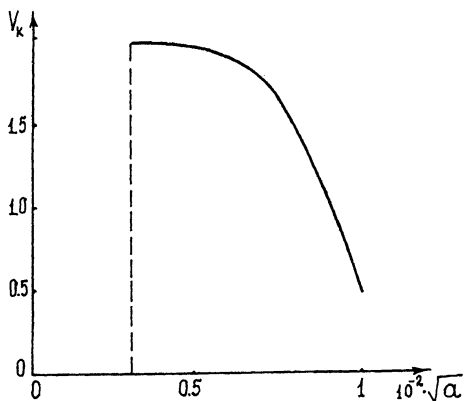


Рис. 3. Зависимости безразмерного объема образующихся в генераторе каплей от скорости движения подвижной иглы (бойка). Пунктирная кривая ограничивает слева область существования решений задачи. Положение правой границы неопределено и связано с возможностью образования при разрыве перетяжки нескольких капель.

за время гидродинамической релаксации τ_p , гораздо меньшее τ , происходит переход от неустойчивой перетяжки 2-го типа к энергетически более выгодной (при достигнутой длине) форме перетяжки соответствующей решению 3-го типа. И уже такая перетяжка разрывается, освобождая свободную каплю.

Характерное время развития неустойчивости в короткой цилиндрической струе определяется выражением [5]: $\tau_* = \frac{1}{2\gamma_*} \ln \frac{\sigma}{T k_m^2}$, где $\gamma_* = 0.34 \cdot (\sigma / \rho R^3)^{1/2}$ – инкремент нарастания неустойчивости, T – температура, измеряемая в энергетических единицах, k_m – волновое число.

На рис. 3 приведен рассчитанный на основе вышесформулированных соображений график зависимости объема образующихся капель V_k , обезразмеренного на πR^3 от безразмерной же скорости движения иглы, определяемой параметром a .

Следует обратить также внимание на то обстоятельство, что согласно (2) жидкость в перетяжке совершает вращательное осесимметричное движение в плоскости, перпендикулярной оси X . Это вращательное движение сохранится и в отрывающейся капле. Кроме того, в момент отрыва капля как целое получит вращающий момент в направлении вдоль оси X , т.е. перпендикулярно первоначальному вращательному движению жидкости в ней. В силу гироскопического эффекта результирующее движение жидкости в капле станет весьма сложным. При практическом использовании образующихся таким способом капель для исследования процессов столкновения и коагуляции с каплей-мишенью, как это делалось в [2], непредсказуемость направления движения жидкости в точке касания налетающей капли и капли-мишени будет приводить к стохастически изменяющимся результатам актов единичных столкновений. Именно такой эффект и отмечается экспериментаторами [6], но объяснения ему до сих пор дано не было.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Grigor'ev A.I., Shiryeva S.O., Verbitsky S.S. // J. Coll. Int. Sci. 1991. V. 146. N 1. P. 137-151.
- [2] Adam J.R., Lindblad N.R., Hendricss C.D. // J. Appl. Phys. 1968. V. 39, N. 11. P. 5173-5180.
- [3] Жбанкова С.А., Колпаков А.В. // ПМТФ. 1992. № 1. С. 57-62.
- [4] Zemskov A.A., Shiryeva S.O., Kolpakov A.W. Proc. 9-th Int. Conf. on Amt. Electr. 1992. St. Peterburg: A.I. Voeikov Main Geophysical Observatory Ed. 1992. V. 2. P. 400-403.
- [5] Бадан В.Е., Владимиров В.В., Порицкий В.Я. // ЖТФ. 1987. Т. 57. № 6. С. 1197-1198.
- [6] Жбанкова С.А., Колпаков А.В. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 3. С. 165-168.