Список литературы

[1] Теория солитонов. Метод обратной задачи // Под ред. С.П.Новикова. М.: Наука, 1979. 213 с.
[2] *Чередник И.В.* // Функциональный анализ и его приложения. 1972. Т. 12 Вып. 3. С. 45.
[3] *Кричевер И.М.* // Функциональный анализ и его приложения. 1986. Т. 20. Вып. 3. С. 42.
[4] *Елеонский В.М., Кричевер И.М., Кулагин Н.Е.* // ДАН СССР. 1986. Т. 287. С. 606.
[5] *Дубровин Б.А.* и др. // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. Вып. 3. С. 579.

Таджикский университет
Душанбе

Поступило в Редакцию
2 апреля 1993 г.

---

04 *Журнал технической физики, т. 63, в. 3, 1993*

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

Н.Е.Андреев, С.В.Кузнецов

Нелинейная электродинамика полностью ионизованной плазмы, возникновение и существование локализованных структур поля в первую очередь определяются электрострикцией и эффектами нагрева [1–4]. Стрикционный механизм связан с изменением плотности плазмы под действием поля электромагнитной волны и в стационарных состояниях имеет в отсутствие столкновений частиц локальный характер. Изменение плотности плазмы вследствие ее джоулева нагрева в общем случае зависит от интенсивности поля нелокальным образом, обусловливаемым теплопроводностью плазмы [5]. При этом тепловая нелинейность, как и стрикционная, является фокусирующей $\partial\varepsilon_{\text{нел}}/\partial E^2 > 0$. В случае неполностью ионизованной плазмы картина нелинейных явлений существенно дополняется ионизационной нелинейностью, которая является дефокусирующей и приводит к возможности существования новых типов нелинейных решений [6]. При учете процессов переноса частиц она также является нелокальной. Последнее обстоятельство является весьма важным в теории образования и существования пространственных структур-страт при высокочастотном разряде в слабоионизованном газе с учетом процессов ионизации и рекомбинации. В предлагаемой работе основное внимание сосредоточивается на выяснении роли и характера действия ионизационно-рекомбинационных процессов при учете диффузии зарядов для существования нелинейных локализованных структур поля волны постоянной амплитуды, распространяющейся в газе и ионизирующей его. Исследуются малые солитоноподобные возмущения волны постоянной амплитуды в различных условиях соотношения электромагнитного пространственного масштаба и масштаба амбиполярного диффузионного расплывания за характерное время рекомбинации.

Рассмотрим распространение электромагнитной волны частотой ω и с волновым числом k в газе, который ионизуется под ее воздействием, образуя прозрачную слабоионизованную плазму, равновесную с волной.

Естественно, что в результате столкновений заряженных частиц с нейтральными атомами волна будет затухать, но при рассмотрении пространственных процессов меньшего масштаба это изменение амплитуды поля волны можно не учитывать. В случае однородности амплитуды электромагнитного поля температура электронов плазмы определится локальным балансом между джоулевым нагревом электронной компоненты и потерями энергии электронов при их упругих и неупругих (ионизация) столкновениях с нейтральными атомами газа. В настоящей работе ограничимся случаем, когда распределение электронов по энергии формируется под преобладающим влиянием потерь энергии, поступающей в электронную компоненту от поля, на ионизацию нейтральных атомов [7]. В этой ситуации средняя по распределению энергия электронов (характерная температура) не зависит от амплитуды поля, величина поля определяет только скорость ионизации газа. Концентрация заряженных и нейтральных частиц определяется балансом процессов ионизации и диссоциативной рекомбинации, который также имеет для волны постоянной амплитуды локальный характер. Будем считать, что интенсивность электромагнитного излучения такова, что достигается небольшая степень ионизации газа, т.е. концентрация нейтральных атомов n_n значительно превосходит концентрацию заряженных частиц n_e, n_i. В этом случае движением большой массы нейтральной компоненты плазмы можно пренебречь. С учетом столкновений заряженных частиц с нейтральными атомами уравнения движения электронной и ионной компонент в поле электромагнитной волны записываются в форме

$$m_\alpha \frac{d\mathbf{U}_\alpha}{dt} = -\nu_{\alpha n}\mathbf{U}_\alpha + e_\alpha(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{U}_\alpha \times \mathbf{B}]) - \frac{1}{n_\alpha}\nabla(T_\alpha n_\alpha) \qquad (\alpha = e, i), \quad (1)$$

где m_α, e_α, $\mathbf{U}_\alpha$, $\nu_{\alpha n}$, n_α, T_α, — масса, заряд, гидродинамическая скорость, частота столкновений с нейтральной компонентой, концентрация, температура частиц сорта α; $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — электрическое и магнитное поля волны.

Столкновения заряженных частиц между собой в слабоионизованном газе являются относительно редкими ($\nu_{ei} \ll \nu_\alpha n$), они не учитываются.

Поскольку в дальнейшем будут изучаться одномерные неподвижные локализованные структуры вдоль направления распространения волны, то для более простого разделения продольного и поперечного движений компонент плазмы возьмем электромагнитную волну циркулярной поляризации. Удобно также при этом перейти к представлению электрического и магнитного полей через векторный $\mathbf{A}$ и скалярный φ потенциалы

$$E = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\varphi,$$

В $\operatorname{rot}\mathbf{A}$ в калибровке $\operatorname{div} A = 0$. Тогда уравнение для быстрого поперечного движения электронов в пренебрежении трением с нейтральной компонентой по малому параметру $\nu_{en}/\omega \ll 1$ может быть проинтегрировано и получаем

$$m_e \mathbf{U}_{e\perp} = \frac{e}{c}A_\perp. \qquad (2)$$

Будем считать также, что температура электронов значительно выше температуры тяжелых компонент, а рассматриваемые масштабы пространственных структур L_{st} много больше величины дебаевской длины, так что применимо приближение квазинейтральности $n_e \simeq n_i = n$,

$U_{ez} \simeq U_{iz} = U_z$. Пренебрежем также инерционным членом в уравнениях для продольного движения компонент плазмы, что возможно при выполнении неравенства

$$m_i = \frac{|U_z|}{L_{st}} \ll m_e\nu_{en} + m_i\nu_{in}, \tag{3}$$

и силой Миллера, влияние которой по сравнению с силой теплового давления несущественно при рассматриваемых полях ($\Delta\varepsilon_E = e^2 |\mathbf{A}| / m_e c^2 \ll \ll T_e$).

С учетом всех этих приближений и упрощений уравнение для медленного движения заряженных частиц вдоль продольной оси принимает вид

$$(m_e\nu_{en} + m_i\nu_{in})U_z + \frac{1}{n}\frac{d}{dz}(T_e n) = 0. \tag{4}$$

Исходное уравнение для концентрации зарядов с учетом процессов ионизации и рекомбинации записывается в форме

$$\frac{d}{dz}(nU_z) = \nu_i(|\mathbf{A})|n - \beta r n^2, \tag{5}$$

где β_r — коэффициент диссоциативной рекомбинации, ν_i — частота ионизации нейтральных атомов электронным ударом: например [7], $\nu_i(|\mathbf{A}|^2) = \eta |\mathbf{A}|^2 = \nu_{en}\Delta\varepsilon_E/I$, где I — потенциал ионизации.

В слабоионизованном газе ($n \ll n_n$) частоты столкновений заряженных частиц с нейтральной компонентой $\nu_{\alpha n}$ при постоянной температуре электронов, что имеет место в рассматриваемом случае [7] $T_e \simeq 0.2I$, можно считать постоянными по объему плазмы, поскольку они зависят, кроме этого, еще от величины концентрации нейтральных атомов, вариации которой по оси z не превышают концентрации зарядов и относительно малы $\delta n_n |n \sim n| n_n \ll 1$. Поэтому, исключая скорость U_z из уравнений (4), (5), приходим к диффузионному уравнению для концентрации зарядов в газе

$$D\frac{d^2n}{dz^2} + \nu_i(|\mathbf{A}|^2)n - \beta_r n^2 = 0, \tag{6}$$

где обозначено $D = T_e / \sum_\alpha m_\alpha\nu_{\alpha n}$ — коэффициент диффузии.

Уравнение для векторного потенциала электромагнитной волны имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathbf{A}_\perp - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{A}_\perp = \frac{4\pi e^2}{c^2 m_e} n\mathbf{A}_\perp. \tag{7}$$

Однородному состоянию слабоионизованного газа в поле электромагнитной волны, описываемому уравнениями (6), (7), соответствует волна постоянной амплитуды A_c, распространяющаяся в слабоионизованной плазме с однородной концентрацией зарядов n_0. Частота волны ω и волновое число k удовлетворяют дисперсионному соотношению $\omega^2 = c^2k^2 + 4\pi e^2 n_0/m_e$. Концентрация зарядов определяется локальным балансом процессов ионизации и рекомбинации и связана с амплитудой волны соотношением

$$n_0 = \frac{\nu_i(|\mathbf{A}|^2)}{\beta_r} = \frac{\eta A_c^2}{\beta_r}. \tag{8}$$

Для определения решений, соответствующих солитоноподобным возмущениям волны постоянной амплитуды, перейдем в уравнении (7) к функции $A = A_x + A_y$, которую в одномерном случае можно представить в виде

$$A = A_0(z)\exp\{i[kz - \omega t + \psi(z)]\}. \tag{9}$$

При этом мнимая часть уравнения (7) приводит к следующему закону сохранения потока электромагнитной энергии:

$$A_0^2(k + \frac{d\psi}{dz}) = A_c^2 k. \tag{10}$$

Константы интегрирования здесь и далее определяются из граничных условий на бесконечности, где решение соответствует волне постоянной амплитуды, распространяющейся в однородной слабоионизованной плазме, т.е. при $z \to \pm\infty$,

$$A_0 = A_c, \qquad \frac{dA_0}{dz} = 0, \qquad \frac{d\psi}{dz} = 0, \quad n = n_0. \tag{11}$$

Соответствующая действительная часть уравнения (7) с учетом интеграла (10) имеет вид

$$\frac{d^2A_0}{dz^2} - \frac{A_c^4k^2}{A_0^3} + \frac{\omega^2}{c^2}A_0 = \frac{4\pi e^2}{m_e c^2} n A_0. \tag{12}$$

Уравнения (6) и (12) образуют замкнутую систему, определяющую зависимости $A_0(z)$, $n(z)$. Будем искать такие ее решения, что концентрация зарядов в каждом элементе объема является некоторой функцией поля $n = n(A_0^2)$. Сначала удобно проделать некоторые преобразования, а именно умножить уравнение (12) на dA_0/dz, проинтегрировать и ввести новую переменную $W \doteq A_0^2 - A_c^2$

$$(\frac{dW}{dz})^2 + 4W(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_{Le}^2}{c^2}) = \frac{4\pi e^2}{m_e c^2} 4(W + A_c^2)\int_0^W \delta n(W')dW'. \tag{13}$$

В этом уравнении $\delta n = n - n_0$; $\omega_{Le}^2 = 4\pi e^2 n_0/m_e$ — ленгмюровская частота в области, далекой от локализованного формообразования, также использовано дисперсионное соотношение $\omega^2 = c^2k^2 + \omega_{Le}^2$, связывающее частоту и волновое число волны в дальней области. Дифференцирую далее уравнение (13) по z, получаем уравнение второго порядка для величины W

$$\frac{d^2W}{dz^2} = 4(\frac{\omega_{Le}^2}{c^2} - \frac{\omega^2}{c^2})W + \frac{2}{n_0}\frac{\omega_{Le}^2}{c^2}\left\{\int_0^W \delta n(W')dW' + (W + A_c^2)\delta n\right\} \tag{14}$$

В аналогичных обозначениях уравнение (6) запишется так:

$$D\frac{d^2\delta n}{dz^2} = \delta n(\beta_r n_0 - \eta W) - \eta n_0 W + \beta_r \delta n^2. \tag{15}$$

Будем искать решение уравнений (14), (15), представляющее собой малое и пологое с масштабом L_{st} солитоноподобное возмущение волны постоянной амплитуды. В этом случае можно использовать для возмущения концентрации зарядов разложение по малой амплитуде солитона $\delta n = \alpha_1 W + \alpha_2 W^2 + \ldots$.

Подставляя такое представление для δn в уравнения (14), (15) и опуская в первом нелинейном члене слагаемые, пропорциональные обратному масштабу солитона L_{st}^{-2}, получаем два идентичных по форме уравнения для W, имеющие вид

$$\frac{d^2W}{dz^2} = \gamma_1 W + \gamma_2 W^2, \tag{16}$$

где $\tilde{z} = z\omega_{Le}/c$.

Сравнивая коэффициенты при равных степенях W, приходим к соотношениям, позволяющим определить коэффициенты разложения α_1 и $alpha_2$,

$$4\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2} + \frac{\tilde{\alpha}_1}{2}\right] = \frac{\tilde{\nu}_r(\tilde{\alpha}_1 - 1)}{\tilde{D}\tilde{\alpha}_1} = \gamma_1, \tag{17}$$

$$3\tilde{\alpha}_1 + 2\tilde{\alpha}_2 = \frac{\tilde{\nu}_r(\tilde{\alpha}_1^2 + \tilde{\alpha}_2 - \tilde{\alpha}_1)}{\tilde{D}\tilde{\alpha}_1} = \gamma_2 \cdot A_c^2, \tag{18}$$

где $\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 A_c^2/n_0$, $\tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 A_c^4/n_0$, $\tilde{\nu}_r = \beta_r n_0/\omega_{Le}$, $\tilde{D} = D\omega_{Le}/c^2$.

Решения уравнения (16), удовлетворяющие, согласно (11), граничному условию $\lim_{z\to\pm\infty} W = 0$ и соответствующие малым и пологим солитоноподобным возмущениям, существуют при $0 < \gamma_1 \ll 1$ и представляются формулой

$$W = W_0 \,\mathrm{ch}^{-2}\, \varkappa\tilde{z}; \qquad W_0 = -3/2\frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \qquad \varkappa^2 = \frac{\gamma_1}{4}. \tag{19}$$

Коэффициент γ_1 определяется уравнением, которое получается исключением $\tilde{\alpha}_1$ из соотношений (17),

$$\tilde{D}\gamma_1^2 + \gamma_1\left[-4(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2})\tilde{D} - \tilde{\nu}_r\right] + 4\left(\frac{3}{2 - \frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2}\tilde{\nu}_r = 0.}\right) \tag{20}$$

Условие $\gamma_1 \ll 1$ выполняется в окрестности частот $\omega^2 \simeq (3/2)\omega_{Le}^2$. При этом масштаб пространственной структуры равен

$$L_{st} \simeq \frac{c}{\omega_{le}}\varkappa^{-1} = \left\{\frac{2\tilde{D} - \tilde{\nu}_r}{\tilde{\nu}_r\left(\frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2} - \frac{3}{2}\right)}\right\}^{\frac{1}{2}}\frac{c}{\omega_{Le}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{L_D^2 - L_E^2}{\frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2} - \frac{3}{2}}}, \tag{21}$$

где $L_E = (2k)^{-1} - c/\omega_{Le}\sqrt{2}$ — характерный линейный масштаб изменения поля согласно уравнению (14) в отсутствие возмущений плотности при частоте $\omega \simeq \omega_{Le}\sqrt{3/2}$, $L_D = \sqrt{D/\beta_r n_0}$ — характерный пространственный масштаб смещения заряженной частицы за характерное время рекомбинации $\nu_r^{-1} = (n_0\beta_r)$.

При этом амплитуда солитона составляет

$$W_{\max} = 2A_c^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2 - \frac{3}{2}}\right).$$

Согласно применяемому подходу, возмущения концентрации частиц должны быть малыми для сходимости соответствующего ряда разложения $n(z)$ по полю, т.е. $|\delta n_1| = |\alpha_1 W| \ll n_0$, $|\delta n_2| = |\alpha_2 W^2| \ll |\delta n_1|$. Это приводит к условиям для ограничения параметров L_D, L_E и частоты волны ω

$$\left|\frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2} - \frac{3}{2}\right| \ll 1, \qquad \frac{3}{2}\frac{L_D^2}{|L_D^2 - L_E^2|}\left|\frac{\omega^2}{\omega_{Le}^2} - \frac{3}{2}\right| \ll 1. \tag{22}$$

Кроме того, анализ формулы (21) показывает, что для каждого конкретного значения частоты ω должно выполняться определенное соотношение между масштабами L_E и L_D. При $\omega^2 > \omega_{Le}^2 \cdot 3/2$ необходимо $L_D > L_E$, а при $\omega^2 < \omega_{Le}^2 \cdot 3/2$ обратное соотношение $L_D < L_E$.

Рассмотрим детально физическую картину взаимодействия процессов диффузии, ионизации и рекомбинации в различных вариантах исследуемых пространственных образований. В области частот электромагнитной волны $\omega \leqslant \sqrt{3/2}\omega_{Le}$ солитоноподобные возмущения волны постоянной амплитуды допускаются, если $L_D < L_E$. При этом возмущения поля и концентрации зарядов отрицательны, т.е. имеется "яма" плотности плазмы. Согласно виду решения, на крыльях солитона в этом случае производная $d^2n/dz^2 < 0$. Из уравнения (4) тогда следует, что дивергенция потока заряженных частиц nU_z в этой области положительна, т.е. процессы ионизации генерируют больше частиц, чем число их потерь вследствие рекомбинации. Такая картина имеет место до точки перегиба функции $n(z)$, где скорость переноса заряда максимальна. В целом встречные потоки частиц нарастают от краев к центру вплоть до точек, где U_z экстремально. В центральной части солитона поток nU_z уменьшается по абсолютной величине до нуля в центре, так как механизмы стока заряда из этой области более эффективны, чем механизм их генерации. Таким образом, указанное локализованное образование является такой пространственной структурой, которая в своем центре непрерывно поглощает заряженные частицы, рождающиеся на периферии области. Заметим, что при $L_D < L_E$ пространственный масштаб и вид солитона определяются в основном уравнением для поля (14) и в пределе $L_D \ll L_E$ диффузионным расплыванием зарядов можно пренебречь, считая, что имеет место локальная связь между концентрацией зарядов и величиной поля.

В области частот $\omega \gtrsim \sqrt{3/2}\omega_{Le}$ солитоноподобные возмущения возможны, если $L_D > L_E$. В этом случае нелокальность баланса процессов генерации и исчезновения заряженных частиц имеет принципиальный характер, поскольку такие пространственные структуры возможны лишь при учете диффузии. В таком солитоне возмущения поля и плотности положительны, т.е. формируется "горб" плотности. Интегральный баланс механизмов рождения и потерь заряженных частиц осуществляется за счет диффузионного перетекания зарядов от центра к периферии.

В заключение оценим значения основных параметров, характеризующих поле и слабоионизованную плазму, возникающую под действием лазерного излучения, в которой возможны указанные структуры. В случае когда распределение электронов по энергии формируется в основном процессом ионизации $\nu_i \gg \nu_{ee}$, $\nu_{en} m_e/mi$, указанные структуры, например, могут возникать в слабоионизованном криптоне давления порядка десяти атмосфер под действием излучения Co_2 лазера с потоком мощностью $S = 5 \cdot 10^{10}$Вт/см^2. При этом характерные масштабы физических процессов таковы $L_D \simeq 3.4 \cdot 10^{-7}$ см, $L_E \simeq 2 \cdot 10^{-4}$ см, величина пространственного затухания вследствие $e - n$-столкновений $L_{зат} \simeq 0.23 \cdot 10^{-2}$ см, средняя энергия электронов $\simeq 4$ эВ, концентрация электронов $n_0 \simeq 6.6 \cdot 10^{18}$см$^{-3}$. Заметим, что в данном примере реализуются структуры, для которых процессы диффузии не играют существенной роли. Образование структур как при локальной связи возмущений концентрации зарядов и поля ($L_D \ll L_E$), так и в диффузионном пределе ($L_E \ll L_D$) возможно, например, в плазме газового разряда с концентрациями нейтральных атомов $n_n \simeq 10^{15}$см$^{-3}$, электронов $n_0 \simeq 10^{13}$см$^{-3}$, под действием потока СВЧ излучения мощностью $S \simeq 10^4$Вт/см^2 частоты $\omega \simeq 2 \cdot 10^{11}$с$^{-1}$. При этом характерные пространственные масштабы по порядку величины составляют $L_E \simeq 0.1$ см, $L_{зат} \simeq 10^3$ см для слабоионизованного криптона с коэффициентом диссоциативной рекомбинации [8] $\beta_r \simeq 4.2 \cdot 10^{-7}$см$^3 \cdot$ с$^{-1}$. Выбор газа в основном определяется наличием достаточно больших значений коэффициента диссоциативной рекомбинации, необходимых для поддержания стационарного состояния ионизованности газа в условиях, когда частота ионизации много больше частоты межэлектронных столкновений.

Список литературы

[1] *Гурович В.Ц., Карпман В.И.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. Вып. 6. С. 1952–1967.
[2] *Карпман В.И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973.
[3] *Гуревич А.В.* // Геомагнетизм и аэрономия. 1965. Т. 5. № 1. С. 70–80.
[4] *Таланов В.И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 3. С. 564–565.
[5] *Литвак А.Г., Миронов В.А., Фрайман Г.М., Юнаковский А.Д.* // Физика плазмы. 1975. Т. 1. № 1. С. 61–71.
[6] *Багдасарян О.В., Пермяков В.А.* // Тр. МЭИ. 1976. Т. 301. С. 72–74.
[7] *Райзер Ю.П.* Лазерная искра и распространение разрядов. М.: Наука, 1974.
[8] *Смирнов Б.Н.* Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974.

Институт высоких температур
Москва

Поступило в Редакцию
14 апреля 1992 г.
В окончательной редакции
1992 г.