

01;03

©1993 г.

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ
МГД УРАВНЕНИЙ В КВАЗИОДНОМЕРНОМ
ПРИБЛИЖЕНИИ ДЛЯ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ
С МОНОТОННЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ
ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ПО ДЛИНЕ КАНАЛА
II. ОПТИМАЛЬНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ
МГД ГЕНЕРАТОРА**

Е. Г. Шейкин

Разработан метод оптимального выбора параметров МГД генератора. Получено выражение для предельно достижимого значения КПД преобразования энергии. Исследована зависимость оптимальных параметров сверхзвукового МГД генератора от коэффициента преобразования энергии η , сорта рабочего газа и геометрических ограничений на степень раскрытия канала.

Данная работа посвящена проблеме оптимального выбора параметров МГД генератора на основе аналитического решения системы МГД уравнений в квазиодномерном приближении, полученного в предыдущей работе [1]. Решение было получено для фарадеевского идеально секционированного МГД генератора в безындукционном приближении при постоянном значении коэффициента нагрузки k с учетом зависимости проводимости σ и удельной теплоемкости рабочего тела c_p от температуры T и давления p . В данной работе неизбежны ссылки на формулы из [1], которые для удобства будем проводить в форме (1.N), где N — номер цитируемой формулы.

Эффективность МГД генератора будем оценивать с использованием двух безразмерных параметров: η — КПД преобразования энергии потока в электроэнергию и $S_v = \sigma_0 B_0^2 L / \rho_0 v_0$ — параметр взаимодействия, где L — длина МГД генератора; σ_0 , B_0 , ρ_0 и V_0 — соответственно значения проводимости, магнитной индукции, газовой плотности и скорости потока на входе МГД генератора. В данной работе ограничимся приближением постоянной удельной теплоемкости c_p . Связь между параметрами η и S_v получим при подставлении в формулу (1.19) соотношения (1.16) с учетом того, что $v_0^2 = (\gamma - 1)c_p T_0 M_0^2$ (где γ — показатель адиабаты, M_0 — число Маха на входе МГД генератора), а параметр η (согласно

принятым в [1] обозначениям) определяется соотношением

$$\eta = \frac{-\varepsilon}{c_p T_0 [1 + (\gamma - 1) M_0^2 / 2]}$$

(ε — величина удельной электроэнергии, вырабатываемой МГД генератором).

В предположении, что величина магнитной индукции B не изменяется по длине канала, имеем

$$S_v = \frac{G(\gamma, M_0)}{2k(1-k)} \int_0^\eta \frac{\tau(k, \xi, \eta')^{\frac{k}{k-1} \frac{\gamma}{\gamma-1} - 1}}{\frac{\sigma}{\sigma_0} \cdot V(k, \xi, \eta')} d\eta', \quad (1)$$

где

$$G(\gamma, M_0) = \frac{2 + (\gamma - 1) M_0^2}{(\gamma - 1) M_0^2},$$

$$\tau(k, \xi, \eta) = 1 + \frac{1-k}{k} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right) \cdot \eta \cdot (1 + \xi),$$

$$V(k, \xi, \eta) = \sqrt{1 - \frac{1 + \xi(1-k)}{k} G(\gamma, M_0) \cdot \eta}.$$

В принятых обозначениях $\tau = T/T_0$ — относительная температура; $V = v/v_0$ — относительная скорость; ξ — параметр, определяющий режим течения (введен в работе [1]). Из множества допустимых режимов МГД течения обычно выделяют режимы, при которых один из параметров течения ρ, p, T, M, v не изменяется по длине канала. Данным режимам течения соответствуют параметры ξ_i (где i — порядковый номер параметра течения), приведенные в табл. 1. При $\xi = \xi_i$ соответствующий параметр течения остается постоянным. При ξ , отличном от ξ_i , справедливо следующее правило: для $i = 1, 2, 3$ (параметры ρ, p, T) при значениях $\xi < \xi_i$ соответствующий параметр течения уменьшается по длине канала, при значениях $\xi > \xi_i$ возрастает. Для $i = 4, 5$ (M, v) закономерность изменяется: течение при $\xi > \xi_i$ сопровождается уменьшением соответствующего параметра по длине канала, а при $\xi < \xi_i$ — возрастанием. В частности, при $\xi < \xi_2$ МГД течение сопровождается уменьшением статического давления по каналу, при $\xi < \xi_4$ число M течения возрастает.

Таблица 1.

i	Режим течения	Значение параметра ξ_i , соответствующего данному режиму течения
1	$\rho = \text{const}$	$\xi_1 = \gamma - 1$
2	$p = \text{const}$	$\xi_2 = 0$
3	$T = \text{const}$	$\xi_3 = -1$
4	$M = \text{const}$	$\xi_4 = - \left[1 + \frac{2}{(1-k)(\gamma-1)M_0^2} \right] / G(\gamma, M_0)$
5	$v = \text{const}$	$\xi_5 = -1/(1-k)$

Полученное соотношение (1) является определяющим при решении задачи оптимального выбора параметров МГД генератора, которую сформулируем следующим образом: при заданном ограничении на степень раскрытия МГД канала требуется найти оптимальные параметры $\xi_{\text{опт}}$ и $k_{\text{опт}}$ (т.е. выбрать оптимальные режим течения и параметр нагрузки), при которых МГД генератор вырабатывает электроэнергию с заданным КПД преобразования η_0 и с минимальным параметром взаимодействия S_v . Это равносильно тому, что при фиксированном значении $\sigma_0 B^2$ "оптимальный" МГД генератор имеет минимальные габариты. Величина возможного коэффициента преобразования энергии η ограничивается значениями, при которых, во-первых, происходит запыление канала (при $M \rightarrow 1$ [2]) и, во-вторых, параметры течения T или v стремятся к нулю. При заданных k, η, M_0 и γ предельное значение КПД преобразования $\eta^{\text{пр}}$ находим из соотношений (1.12), (1.13), (1.15) и (1.16). Для сверхзвукового течения ($M_0 > 1$) получаем

$$\eta^{\text{пр}} = \begin{cases} \eta_1 & \text{при } \xi \leq \xi_4, \\ \eta_2 & \text{при } \xi > \xi_4, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\eta_1 = -\frac{k}{(1-k) \cdot (1+\xi)[1+(\gamma-1)M_0^2/2]},$$

$$\eta_2 = \frac{1}{G(\gamma, M_0) \cdot [1+(1+\xi)\frac{1-k}{k}\frac{\gamma+1}{2}]}$$

При этом величина η_1 определена из условия $T = 0$, а величина η_2 из условия $M = 1$ с использованием очевидного соотношения

$$M(k, \xi, \eta) = M_0 \cdot V(k, \xi, \eta) / \sqrt{\tau(k, \xi, \eta)}.$$

Для дозвукового течения ($M_0 < 1$) получаем

$$\eta^{\text{пр}} \begin{cases} \eta_2 & \text{при } \xi < \xi_4, \\ \eta_3 & \text{при } \xi \geq \xi_4, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\eta_3 = \frac{k}{G(\gamma, M_0) \cdot [1+\xi \cdot (1-k)]}$$

Величина η_3 определена из условия $v = 0$. Максимальное значение $\eta^{\text{пр}} = 1$ достигается при $\xi = \xi_4$, когда реализуется режим течения $M = \text{const}$. Следует отметить, что $\eta^{\text{пр}} \rightarrow 1$ при $S_v \rightarrow \infty$. Возможность приближения КПД к единице является следствием ограниченности диапазона применимости модели, в которой не учитывается вязкость газа и тепловые потери через боковую поверхность. С удалением ξ от ξ_4 величина $\eta^{\text{пр}}$ монотонно падает, при $\xi \rightarrow \pm\infty$ $\eta^{\text{пр}} \rightarrow 0$. Следовательно, МГД генератору с заданным КПД преобразования η_0 отвечает некоторый диапазон возможных значений параметра ξ : $\xi_{\text{min}} \leq \xi \leq \xi_{\text{max}}$. Предельно допустимые значения параметра ξ определяются из условия $\eta^{\text{пр}} = \eta_0$.

Для сверхзвукового течения ($M_0 > 1$) из (2) получаем

$$\xi_{\text{min}}(k, \eta_0) = -1 - \frac{k}{\eta_0 \cdot (1-k) \cdot [1+(\gamma-1)M_0^2/2]},$$

$$\xi_{\max}(k, \eta_0) = \frac{2k}{(\gamma + 1)(1 - k)} \left[\frac{1 - 1/M_0^2}{\eta_0 \cdot G(\gamma, M_0)} - 1 \right] - 1. \quad (4)$$

Для дозвукового течения ($M_0 < 1$) из (3) получаем

$$\xi_{\min}(k, \eta_0) = \frac{2k}{(\gamma + 1)(1 - k)} \left[\frac{1 - 1/M_0^2}{\eta_0 \cdot G(\gamma, M_0)} - 1 \right] - 1,$$

$$\xi_{\max}(k, \eta_0) = \frac{1}{1 - k} \left[\frac{k}{\eta_0 \cdot G(\gamma, M_0)} - 1 \right]. \quad (5)$$

При $M_0 = 2$, $\gamma = 1.67$, $k = 0.5$ для $\eta_0 = 0.1$ имеем $\xi_{\min} = -5.27$, $\xi_{\max} = 1.48$. Увеличение КПД преобразования приводит к сужению диапазона при $\eta_0 = 0.2$: $\xi_{\min} = -3.13$, $\xi_{\max} = -0.14$. Важной характеристикой МГД генератора является степень раскрытия канала $f = F_1/F_0$, где F_0 — площадь поперечного сечения МГД канала на входе, F_1 — на выходе. Используя закон сохранения массы (1.1), уравнение состояния (1.4) и формул (1.12), (1.15), (1.16), получаем выражение для степени раскрытия МГД канала f в виде

$$f(k, \xi, \eta) = \frac{1}{V(k, \xi, \eta)} \tau(k, \xi, \eta)^{1 - \frac{\xi}{\xi+1} \frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad (6)$$

Полученные результаты позволяют приступить к решению задачи оптимального выбора параметров МГД генератора. В данной работе ограничимся рассмотрением сверхзвуковых МГД генераторов. Область определения функции S_v для сверхзвуковых МГД генераторов при $M_0 = 2$, $\eta_0 = 0.1$, $\gamma = 1.15$ показана на рис. 1. Диапазон изменения параметров k и ξ ограничен кривыми ξ_{\min} и ξ_{\max} . При фиксированном значении k уменьшение параметра ξ приводит к монотонному возрастанию степени раскрытия канала f , при $\xi \rightarrow \xi_{\min}$ степень раскрытия $f \rightarrow \infty$. Дополнительное ограничение на диапазон изменения параметров k и ξ обусловлено ограничением на допустимую степень раскрытия МГД канала $f \leq \varphi$ (φ — максимально допустимая степень раскрытия МГД канала). Введем

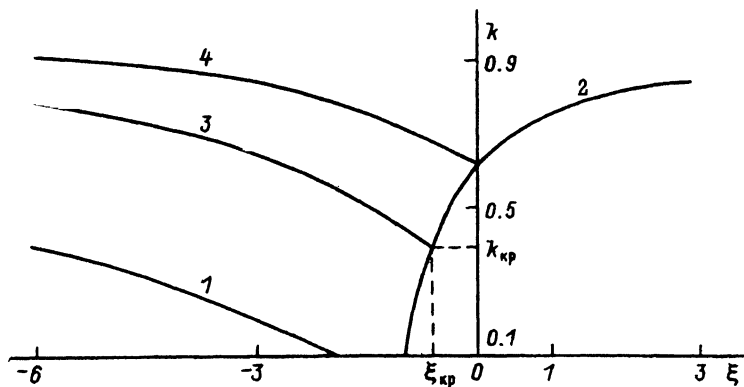


Рис. 1. Область определения функции S_v при значении параметров $M_0 = 2$, $\gamma = 1.15$, $\eta_0 = 0.1$.

1 — ξ_{\min} , 2 — ξ_{\max} , 3 — ξ при $\varphi = 5$, 4 — ξ при $\varphi = 2$.

Таблица 2. Критические параметры $k_{кр}$ и $\xi_{кр}$ для МГД канала со степенью раскрытия канала $f = 5$

η_0	$\gamma = 1.15$				$\gamma = 1.67$			
	$M_0 = 2$		$M_0 = 3$		$M_0 = 2$		$M_0 = 3$	
	$k_{кр}$	$\xi_{кр}$	$k_{кр}$	$\xi_{кр}$	$k_{кр}$	$\xi_{кр}$	$k_{кр}$	$\xi_{кр}$
0.01	0.040	-0.375	0.028	-0.081	0.021	-0.318	0.020	0.013
0.03	0.118	-0.406	0.082	-0.088	0.063	-0.330	0.060	0.009
0.05	0.196	-0.443	0.136	-0.095	0.104	-0.342	0.098	0.005
0.1	0.385	-0.574	0.269	-0.116	0.201	-0.377	0.190	-0.005
0.15	0.570	-0.810	0.398	-0.147	0.294	-0.419	0.275	-0.017
0.2	0.749	-1.374	0.523	-0.192	0.381	-0.470	0.356	-0.032

параметр $\tilde{\xi}(k, \eta_0, \varphi)$ как решение уравнения $f(k, \tilde{\xi}, \eta_0) = \varphi$. При заданных параметрах η_0 и k значение $\xi = \tilde{\xi}$ отвечает МГД генератору со степенью раскрытия канала $f = \varphi$. На рис. 1 зависимость $\tilde{\xi}$ представлена кривыми 3 ($\varphi = 5$) и 4 ($\varphi = 2$). С увеличением φ кривая $\tilde{\xi}$ приближается к ξ_{\min} и при $\varphi \rightarrow \infty$ совпадает с ней. Область изменения параметров k и ξ , ограниченная кривыми ξ_{\max} и $\tilde{\xi}$, отвечает сверхзвуковому МГД генератору, позволяющему получить КПД преобразования η_0 в канале со степенью раскрытия $f \leq \varphi$.

Кривые ξ_{\max} и $\tilde{\xi}$ пересекаются в точке, которую назовем критической, а соответствующие координаты пересечения $\xi_{кр}$ и $k_{кр}$ — критическими параметрами (на рис. 1 критические параметры указаны только для $\varphi = 5$). Значение $k_{кр}$ определяет минимальный коэффициент нагрузки, при котором сверхзвуковой МГД генератор со степенью раскрытия канала $f = \varphi$ (при $\xi = \xi_{кр}$) имеет КПД η_0 . При $k < k_{кр}$ и произвольной величине ξ выработка электроэнергии с КПД $\eta = \eta_0$ или сопровождается переходом в дозвуковой режим течения, или требует создания канала со степенью раскрытия, превышающей заданное ограничение. Значения критических параметров приведены в табл. 2, из которой видно, что к росту критического значения коэффициента нагрузки $k_{кр}$ приводит уменьшение числа Маха на входе в МГД канал M_0 , уменьшение показателя адиабаты γ и увеличение КПД преобразования η_0 . Величина $\xi_{кр}$ в свою очередь уменьшается с увеличением η_0 и с уменьшением M_0 и γ . Из рис. 1 следует, что к увеличению критических параметров $k_{кр}$ и $\xi_{кр}$ приводит уменьшение степени раскрытия канала.

И наконец, последнее обстоятельство, которое необходимо учитывать при задании области определения функции S_v , состоит в том, что режим течения с повышающимся по длине канала статическим давлением ($\xi > 0$) сопровождается отрывом пограничного слоя [2] и поэтому обычно не рассматривается при проектировании МГД генераторов. Тем самым на параметр ξ накладывается дополнительное ограничение $\xi \leq 0$. Областью определения функции S_v , таким образом, являются $k_{кр} \leq k \leq 1$, $\tilde{\xi} \leq \xi \leq \min(0; \xi_{\max})$.

Параметры оптимального МГД генератора существенным образом зависят от закона изменения проводимости рабочего тела по длине кана-

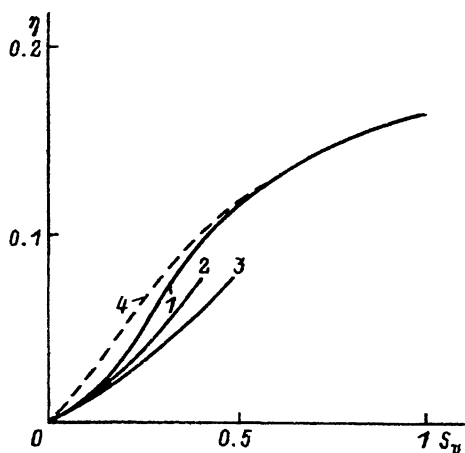


Рис. 2. Зависимость КПД МГД генератора от параметра взаимодействия S_v при значениях $M_0 = 2$, $\gamma = 1.15$, $\varphi = 5$, $\alpha = 10$.

1 — оптимальный МГД генератор;
 2 — $k = 0.5$, $\xi = -2$; 3 — $k = 0.5$, $\xi = 0$;
 4 — оптимальный МГД генератор при значении параметра $\alpha = 5$.

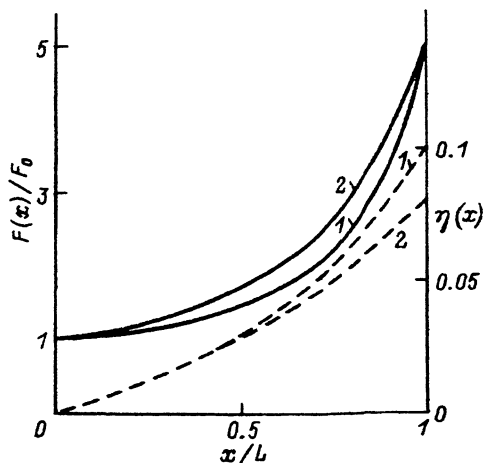


Рис. 3. Профиль МГД канала (сплошные кривые) и зависимость КПД от длины канала (пунктир) при значениях параметров $M_0 = 2$, $\gamma = 1.15$, $S_v = 0.42$, $\varphi = 5$.

1 — $k = k_{\text{опт}} = 0.39$, $\xi = \xi_{\text{опт}} = -0.57$; 2 — $k = 0.5$, $\xi = -2$.

ла. В расчетах будем использовать два приближения для проводимости: $\sigma = \text{const}$ и термодинамически равновесное приближение, для которого зависимость $\sigma(T, p)$ определяется, согласно [2], формулой

$$\sigma(T, p) = \sigma_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/4} \exp \left[\alpha \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \right], \quad (7)$$

где $\alpha = eE_i/2k_B T_0$ (E_i — потенциал ионизации, k_B — постоянная Больцмана, e — заряд электрона).

При расчетах по формуле (7) следует иметь в виду, что зависимость p/p_0 выражается через T/T_0 с помощью соотношения (1.12).

На рис. 2 сравниваются КПД преобразования оптимально выбранного МГД генератора $\eta_{\text{опт}}$ (кривая 1) и КПД преобразования традиционно рассматриваемых МГД генераторов, имеющих коэффициент нагрузки $k = 0.5$. Кривая 2 ($\xi = -2$) отвечает режиму течения $v = \text{const}$, а кривая 3 ($\xi = 0$) — $p = \text{const}$. Отметим, что параметры оптимального МГД генератора $k_{\text{опт}}$ и $\xi_{\text{опт}}$ меняются с изменением параметра взаимодействия. При $S_v \rightarrow \infty$ КПД оптимального МГД генератора $\eta_{\text{опт}}$ стремится к предельному значению, которое зависит от параметров φ , M_0 , γ . Зависимости $\eta(S_v)$ для кривых 2 и 3 обрываются при конечном значении S_v . Этот обрыв для кривой 2 обусловлен тем, что с увеличением S_v нарушается заданное ограничение $f \leq \varphi_0$. Для кривой 3 дальнейшее увеличение S_v сопровождается переходом к дозвуковому течению. Из рис. 2 следует, что МГД генератор с оптимально выбранными параметрами по сравнению с традиционно выбранным МГД генератором имеет (при заданных геометрических размерах) больший КПД и характеризуется значительно большим предельным КПД преобразования. Сравнение зависимостей

$\eta_{\text{опт}}(S_v)$ для различных проводимостей (кривые 1 и 4) показывает, что при малых значениях S_v соответствующие значения оптимальных КПД заметно отличаются. С ростом параметра взаимодействия S_v зависимости сближаются и при $S_v \rightarrow \infty$ стремятся к одному предельному значению $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$, не зависящему от закона изменения проводимости $\sigma(T, p)$. Профиль канала оптимального МГД генератора со степенью раскрытия канала $f = 5$ при параметре взаимодействия $S_v = 0.42$ приведен на рис. 3 (кривая 1). Данному МГД генератору соответствуют следующие оптимальные параметры: $\eta_{\text{опт}} = 0.1$, $k_{\text{опт}} = 0.39$, $\xi_{\text{опт}} = -0.57$. Для сравнения на рис. 3 приведен профиль МГД генератора с теми же, что и у оптимального МГД генератора, степенью раскрытия канала и параметром взаимодействия, но с отличающимися от оптимальных параметрами $k = 0.5$ и $\xi = -2$. КПД преобразования данного МГД генератора $\eta_0 = 0.8$. Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что оптимальный МГД генератор характеризуется более плавным изменением профиля в начале канала и соответственно более резким в конце. На рис. 3 также показано изменение величины вырабатываемой МГД генератором электроэнергии по длине канала. В рассматриваемом случае эффективность преобразования энергии оптимальным МГД генератором проявляется при $x > L/2$.

Зависимость оптимального параметра $k_{\text{опт}}$ от КПД МГД генератора приведена на рис. 4. Для кривых 1-3 эта зависимость немонотонна, с характерным минимумом, для кривой 4 ($\sigma = \text{const}$) $k_{\text{опт}}$ монотонно возрастает с увеличением η . Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что с увеличением γ минимум функции $k_{\text{опт}}(\eta)$ углубляется. Сравнение кривых 2-4 показывает, что с ослаблением зависимости проводимости σ от температуры (при уменьшении α) экстремум функции $k_{\text{опт}}(\eta)$ становится менее выраженным и при $\sigma = \text{const}$ пропадает.

Поиск оптимальных параметров $\xi_{\text{опт}}$ и $k_{\text{опт}}$ показал, что для параметров φ , M_0 , γ и α , отвечающих зависимостям, приведенным на рис. 4, оптимальный параметр $\xi_{\text{опт}}$ совпадает с одним из его граничных значений. Для $\gamma = 1.67$ имеем $\xi_{\text{опт}} = \min(0; \xi_{\text{max}} - (k_{\text{опт}}, \eta))$, а для $\gamma = 1.15$ $\xi_{\text{опт}} = \tilde{\xi}(k_{\text{опт}}, \xi, \varphi)$. Это обстоятельство позволяет дать качественное объяснение результатам, представленным на рис. 4. Ограничимся объяснением зависимостей для $\gamma = 1.15$. Параметр $k_{\text{опт}}$ находится в промежутке $[k_{\text{кр}}, 1]$. Зависимость параметра взаимодействия S_v от параметра нагрузки

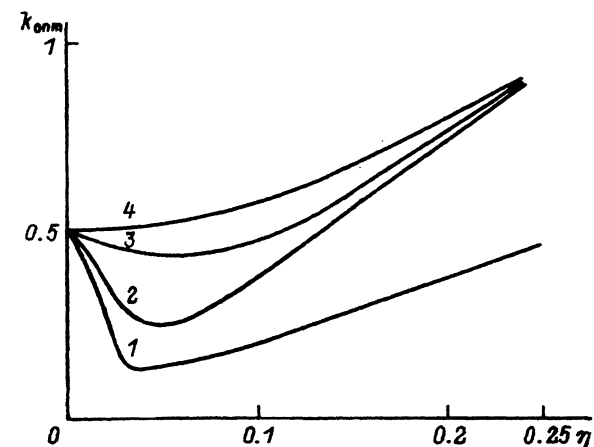


Рис. 4. Зависимость оптимального коэффициента нагрузки $k_{\text{опт}}$ от КПД МГД генератора при значениях параметров $M_0 = 2$, $\varphi = 5$.

1 — $\gamma = 1.67$, $\alpha = 10$; 2 — 1.15, 10;
3 — 1.15, 5; 4 — 1.15, $\sigma = \text{const}$.

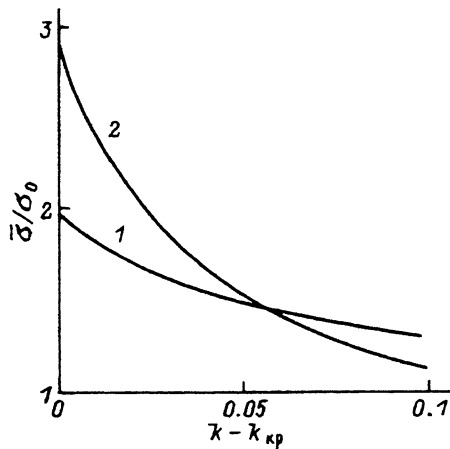


Рис. 5. Зависимость усредненной по длине канала проводимости $\bar{\sigma}$ от коэффициента нагрузки при значениях параметров $M_0 = 2$, $\gamma = 1.15$, $\eta_0 = 0.05$, $\varphi = 5$.
 1 — $\alpha = 5$, 2 — 10.

ки k , как следует из формулы (1), содержится во внеинтегральном члене $k \cdot (1 - k)$ и в достаточно сложной форме в интегральном члене. При $\eta \rightarrow 0$ зависимость интегрального члена от k становится пренебрежимо малой (что подтверждается разложением интегрального члена в ряд по степеням η) и, естественно, $k_{\text{опт}} \rightarrow 0.5$. С ростом η влияние интегрального члена на значение $k_{\text{опт}}$ возрастает. Сильная зависимость от k (при $\sigma \neq \text{const}$) содержится в функции σ/σ_0 . Вариация параметра k в диапазоне $[k_{\text{кр}}, 1]$ сопровождается прохождением через оптимальную точку (минимум функции S_v) при одновременном изменении параметра ξ по закону $\xi = \tilde{\xi}(k, \eta, \varphi)$. При этом (рис. 1) увеличению k от значения $k_{\text{кр}}$ до 1 соответствует уменьшение параметра ξ от $\xi_{\text{кр}}$ до $-\infty$, что, согласно [1], сопровождается уменьшением средней температуры в МГД канале, а следовательно, и проводимости (когда σ зависит от T).

На рис. 5 приведена зависимость проводимости σ , усредненной по длине канала, от параметра $k - k_{\text{кр}}$ для двух значений α . Из рис. 5 следует, что средняя проводимость имеет максимальное значение при $k = k_{\text{кр}}$ и монотонно падает с увеличением k . В том случае, когда $k_{\text{кр}} < 0.5$, экстремум функции $k(1 - k)\sigma/\sigma_0$ находится в промежутке $[k_{\text{кр}}, 0.5]$. При малых η величина $k_{\text{опт}} \rightarrow 0.5$. С увеличением η оптимальное значение $k_{\text{опт}}$ смещается в сторону $k_{\text{кр}}$. Это объясняет падение $k_{\text{опт}}$ с ростом η . Но так как значение $k_{\text{кр}}$, согласно табл. 2, возрастает с увеличением η , то при определенном значении η величина $k_{\text{опт}}$, пройдя через свое минимальное значение, начинает возрастать. С дальнейшим ростом η , когда $k_{\text{кр}}$ проходит через значение 0.5, величина $k_{\text{опт}}$ приближается к значению $k_{\text{кр}}$. Для $\sigma = \text{const}$ (кривая 4 на рис. 4) возрастание $k_{\text{опт}}$ с увеличением η обусловлено зависимостью функций $\tau(k, \tilde{\xi}, \eta)$ и $V(k, \tilde{\xi}, \eta)$ от параметра η . Заметим, что снятие ограничения на степень раскрытия канала, т.е. приближение $\varphi \rightarrow \infty$, приводит в случае $\sigma = \text{const}$ величину оптимального коэффициента нагрузки к "классическому" значению $k_{\text{опт}} = 0.5$, не зависящему от η .

Корректная постановка оптимизационной задачи подразумевает разумный выбор исходных данных для МГД генератора: η_0 , M_0 , γ и φ . Такой выбор возможен, если известна предельно допустимая величина

оптимального КПД $\eta_{\text{опт}}^{\text{кр}}$ для заданных M_0 , γ и φ . Если ограничить диапазон изменения параметров η_0 , M_0 , γ и φ условием

$$\eta_0 < \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} \right) \eta_{\text{опт}}^{\text{пр}},$$

то параметр взаимодействия S_v для оптимального МГД генератора будет меньше единицы. Величину $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ для МГД генератора с заданным ограничением на степень раскрытия канала $f \leq \varphi$ определим исходя из полученных соотношений (4) и (6), учитывая, что оптимальное значение параметра нагрузки $k_{\text{опт}}$ находится в промежутке $[k_{\text{кр}}, 1]$. С ростом η (табл. 2) монотонно растет значение $k_{\text{кр}}$, приближаясь к единице, и вследствие этого оптимальные параметры $k_{\text{опт}}$ и $\xi_{\text{опт}}$ сближаются с критическими. Тем самым предельному значению $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ отвечает $k_{\text{опт}} = 1$. При определении соответствующего значения $\xi_{\text{опт}}$ следует иметь в виду (табл. 2 и рис. 1), что $\xi_{\text{кр}}$ принимает как положительные, так и отрицательные значения. Детальный анализ показывает, что при $\eta_{\text{опт}} \rightarrow \eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ величина $\xi_{\text{кр}} \geq 0$ для $\varphi \leq M_0$ и $\xi_{\text{кр}} < 0$ для $\varphi > M_0$. В случае, когда $\varphi \leq M_0$, величина $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ определяется из решения уравнения $f(k, \xi, \eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}) = \varphi$ при значениях $k = 1$, $\xi = 0$. Для $\varphi > M_0$ соответствующее уравнение имеет вид $f(k_{\text{кр}}, \xi_{\text{кр}}, \eta_{\text{опт}}^{\text{пр}})$, где $k_{\text{кр}} \rightarrow 1$, а $\xi_{\text{кр}} \rightarrow -\infty$. Предел выражения $(1 - k) \cdot \xi$, входящего в функции τ и V , при $k \rightarrow 1$ и $\xi \rightarrow -\infty$ определяется из выражения для ξ_{max} (формула (4)) в соответствии с определением критической точки (рис. 1). С учетом сказанного для предельного значения оптимального КПД преобразования $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ сверхзвукового МГД генератора с ограничением на степень раскрытия канала $f \leq \varphi$ получаем следующее выражение:

$$\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}} = \begin{cases} \frac{1}{G\gamma, M_0} \left(1 - \frac{1}{\varphi^2}\right) & \text{при } \varphi \leq M_0, \\ \frac{1}{G(\gamma, M_0)} \left[1 - \frac{1}{M_0^2} + \frac{1}{M_0^2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{M_0}{\varphi} \right)^{2 \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}} \right) \right] & \text{при } \varphi > M_0. \end{cases} \quad (8)$$

Из формулы (8) следует, что $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ возрастает с увеличением φ (табл. 3) и стремится к единице при $\varphi \rightarrow \infty$. При $\varphi = 1$, $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}} = 0$, так как сверхзвуковое течение в канале МГД генератора с постоянным сечением ($\varphi = 1$) сопровождается повышением статического давления в канале (см., например, [3]). Напомним, что в данной работе рассматриваются только

Таблица 3. Предельные значения оптимального КПД преобразования $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$

φ	$\gamma = 1.15$			$\gamma = 1.4$			$\gamma = 1.67$		
	$M_0 = 1.5$	$M_0 = 2$	$M_0 = 3$	$M_0 = 1.5$	$M_0 = 2$	$M_0 = 3$	$M_0 = 1.5$	$M_0 = 2$	$M_0 = 3$
2	0.116	0.173	0.302	0.248	0.333	0.482	0.341	0.429	0.563
3	0.165	0.219	0.358	0.343	0.418	0.571	0.462	0.535	0.667
5	0.222	0.272	0.402	0.446	0.509	0.639	0.584	0.640	0.743
8	0.272	0.319	0.440	0.526	0.580	0.691	0.671	0.715	0.797
10	0.294	0.339	0.457	0.560	0.610	0.713	0.706	0.746	0.818

МГД течения с не возрастающим по длине канала статическим давлением ($dp/dx \leq 0$). Из табл. 3 видно, что $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ возрастает с увеличением γ и M_0 . Полученная величина $\eta_{\text{опт}}^{\text{пр}}$ является оценкой сверху для реально достижимого КПД и позволяет грубо сформулировать исходные требования к параметрам МГД генератора. Так, МГД генератор на продуктах сгорания (малые значения γ) требует больших степеней раскрытия канала для получения коэффициента преобразования энергии $\eta \geq 0.1$.

В заключение перечислим основные результаты. На основе найденного аналитического решения разработан метод оптимального выбора параметров МГД генератора. Получено выражение для предельно достижимого значения КПД преобразования энергии. Исследована зависимость оптимальных параметров сверхзвукового МГД генератора $\xi_{\text{опт}}$ и $k_{\text{опт}}$, задающих профиль оптимального МГД канала, от коэффициента преобразования энергии η , сорта рабочего газа (через параметры γ и α) и геометрических ограничений на степень раскрытия канала.

Список литературы

- [1] Шейкин Е.Г. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 12. С. 1–8.
- [2] Бреев В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. Сверхзвуковые МГД генераторы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 240 с.
- [3] Губарев А.В., Дегтярев Л.М., Самарский А.А., Фаворский А.П. Препринт ИАЭ. № 2121. М., 1971. 64 с.

Государственное научно-исследовательское
предприятие гиперзвуковых систем
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
20 октября 1992 г.