

01;02;04;10

©1993 г.

УЕДИНЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ИМПУЛЬСЫ ОГИБАЮЩЕЙ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПУЧКОВО-ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

И.В.Бачин, В.В.Прудский

Рассматривается задача о взаимодействии активной молекулярной среды, описываемой в двухуровневом приближении, с пучком электронов, распространяющимся вдоль внешнего магнитного поля. Путем аналитических и численных расчетов показана возможность существования уединенных электромагнитных импульсов огибающей.

1. Как хорошо известно, при распространении пучка осцилляторов в газе двухуровневых молекул вдоль постоянного магнитного поля развивается неустойчивость в условиях аномального эффекта Доплера [1]. Хотя физический механизм этой неустойчивости тот же, что и для пучка в плазме, имеется и существенное различие, которое заключается в том, что коллективное торможение пучка обусловлено не свободными электронами, а связанными в атомах. В частности, это приводит к тому, что помимо количественного различия на линейной стадии неустойчивости (изменения величины инкремента) возникает новый по сравнению с плазмой вид нелинейности, связанный с взаимодействием электромагнитной волны и атомов газа в случае, когда несущая частота волны близка к одной из частот атомных переходов.

Типичной постановкой задачи, используемой авторами ряда работ [1-4], является поиск решений системы нелинейных дифференциальных уравнений в виде плоских волн с зависящими от времени амплитудами. В настоящей работе показана возможность существования в пучково-газовой среде в условиях аномального доплеровского резонанса уединенных волн огибающей. Если инкремент неустойчивости мал по сравнению с расстройкой $\Delta = (\omega_r^2 - \omega^2)/2\omega_r$, $\omega_r = (E_2 - E_1)/\hbar$, ω — частота волны, то наличие двухуровневой системы может быть учтено при помощи нелинейного показателя преломления [4], что позволяет провести аналитическое рассмотрение задачи. В этом приближении получены решения типа уединенных волн, распространяющихся вдоль моноэнергетического пучка электронов и имеющих размеры порядка обратного инкремента линейной теории. При численных расчетах исходной системы уравнений в резонансном случае $\Delta = 0$ обнаружены решения в виде уединенных

волн, существование которых возможно благодаря согласованию периодов нелинейных колебаний для газа и пучка.

Будем рассматривать взаимодействие пучка осцилляторов, образованных потоком заряженных частиц, движущихся вдоль магнитного поля, с нелинейной активной средой. Считаем, что частота электромагнитных волн, распространяющихся в системе, близка к одной из собственных частот молекул среды. Тогда для описания нелинейных свойств газа может быть использовано двухуровневое приближение [5]. Кроме того, предположим, что система находится в замедляющей структуре, которую можно учесть, вводя эффективный показатель преломления n . Если n существенно больше единицы, то условие излучения $nv_0/c > 1$ будет выполняться для пучков с $v_0/c \ll 1$, поэтому можно ограничиться нерелятивистским рассмотрением задачи.

2. Описываем поведение электронного пучка в газовой среде системой уравнений, состоящей из волнового уравнения, уравнений движения и непрерывности. Пусть инкремент неустойчивости мал по сравнению с Δ . Следуя [4], положим

$$n_R^2(\omega, E) = n^2 + \frac{4\pi\kappa dN \operatorname{sgn}\Delta}{(1 + \kappa^2 E^2)^{1/2}} \exp\left[\frac{d}{2\kappa T} (\sqrt{1 + \kappa^2 E^2} - 1) \operatorname{sgn}\Delta\right],$$

$$D = n_R^2(\omega, E) E, \quad (1)$$

где N — плотность газа, d — дипольный момент молекулы, $\kappa = d/\hbar |\Delta|$, n — показатель преломления замедляющей системы.

Решение исходной системы уравнений будем искать в виде волн круговой поляризации с медленно меняющимися амплитудами и фазами, зависящими от координаты $\xi = z - ut$,

$$H_y - iH_x = n_0(E_x + iE_y) = n_0 E(\xi) \exp i(\Phi - \varphi(\xi)),$$

$$v_x + iv_y = v_\perp(\xi) \exp i(\Phi - \vartheta(\xi)),$$

$$\Phi = \omega t - \frac{n_0 \omega}{c} z. \quad (2)$$

Тогда исходная система представляется в виде

$$\varepsilon' = -q^2 a \cos \chi, \quad (3)$$

$$a' = -b\varepsilon \cos \chi, \quad (4)$$

$$b' = n_0^2 a\varepsilon \cos \chi, \quad (5)$$

$$\chi' = 1 - \Omega b - \frac{a'}{a} \operatorname{tg} \chi - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \operatorname{tg} \chi - \Omega q^2 a^2 (n_R^2 - n_0^2). \quad (6)$$

Здесь штрихом обозначена производная по переменной ζ , удовлетворяющей дифференциальному соотношению $d\zeta = d\xi \omega_H / (v_\parallel - u)$, $\xi = z - ut$, $\varepsilon = E/H_0$, $a = v_\perp/c$, $b = n_0 v_\parallel/c - 1$, $\Omega = \omega/\omega_H$, $q^2 = 2\pi\rho_0 m c^2 (u - v_0)/n_0^2 H_0^2 (u - v_g)$, $a = c_A/c$, $c_A^2 = H_0^2/4\pi\rho_0 m$, $\chi = \varphi - \vartheta$, $v_g = d\omega/dk$, $n_R^2 \equiv n_R^2(\omega, E)$, $n_0^2 = n_R^2(\omega, 0)$.

Для решений типа уединенных волн с начальными условиями $a(0) = \varepsilon(0) = \lambda(0) = 0$, $b(0) = \Omega^{-1}$ получим интегралы системы (3)-(6)

$$n_0^2 a^2 + b^2 = \Omega^{-2}, \quad (7)$$

$$\varepsilon^2 = \frac{2q^2}{n_0^2} (\Omega^{-1} - b), \quad (8)$$

$$a\varepsilon \sin \chi = -\frac{(1 - \Omega b)^2}{2\Omega(n_0^2 - 1)} \beta, \quad \beta = 1 - \frac{q^2 a^2 (n_0^2 - 1)(\mu - 1) \kappa_1^2}{n_0^2}. \quad (9)$$

При получении (9) мы разложили (1) в ряд по малой величине $\kappa_1^2 \varepsilon \ll 1$, ($\kappa_1 = dH_0/\hbar\Delta$, $\mu = dH_0/2\kappa T$). Используя (7), введем

$$\Omega b = \cos \Psi, \quad n_0 \Omega a = \sin \Psi. \quad (10)$$

Учитывая, что при $q^2 \ll 1$ $|\Psi_m| \ll 1$, приходим к уравнению

$$\Psi' = \frac{q}{\Omega^{1/2}} \Psi \left[1 - \frac{\Omega \beta^2}{64q^2} \Psi^4 \right]^{1/2}, \quad (11)$$

которое имеет солитонное решение

$$\Psi = \Psi_m \operatorname{ch}^{-1/2} \left(\frac{2q}{\Omega^{1/2}} \zeta \right), \quad \Psi_m \left(\frac{8q}{\Omega^{1/2} \beta} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Интересно отметить, что в отличие от работы [6], где исследовалось влияние плазменной нелинейности на стабилизацию пучковой неустойчивости и которое приводило к уменьшению амплитуды солитона по сравнению с линейной плазмой, параметр β , стоящий в знаменателе выражения для Ψ_m , может быть в зависимости от μ как больше, так и меньше единицы. В случае $\mu < 1$, когда определяющим нелинейным эффектом является зависимость поляризуемости среды от амплитуды поля, диэлектрическая проницаемость $n_R(\omega, E)$ уменьшается с ростом E . В результате этого фазовая скорость волны увеличивается и возникает дополнительная (по сравнению с линейной средой) расстройка по фазе между пучком и полем. Частицы пучка раньше выходят из резонанса с волной, максимальная амплитуда солитона уменьшается. При $\mu > 1$ ситуация изменяется, так как доминирует нелинейность, обусловленная эффектом электрострикции. Молекулы газа втягиваются в область повышенной интенсивности поля, увеличивая показатель преломления. Фазовая скорость понижается по мере торможения пучка, так что синхронизм электронов с волной затягивается и амплитуда солитона возрастает.

3. Если $\Delta = 0$, то приближение работы [4] становится несправедливым и для описания нелинейных свойств газа необходимо использовать уравнение для поляризации [5]

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + \omega_r^2 \mathbf{P} = \frac{2d}{\hbar} \left[(N d \omega_r)^2 - \omega_r^2 |\mathbf{P}|^2 - \left| \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right|^2 \right]^{1/2} \mathbf{E}. \quad (13)$$

Полагая

$$P_x + iP_y = iNd \sin \Theta(\xi) \exp i(\Phi - \varphi(\xi)) \quad (14)$$

и используя (2), исходную систему уравнений представим в виде, удобном для ее численного интегрирования,

$$\varepsilon'_1 = -a_1 \cos \chi + \beta \sin \Theta, \quad (15)$$

$$a'_1 = -b_1 \varepsilon_1 \cos \chi, \quad (16)$$

$$b'_1 = \nu a_1 \varepsilon_1 \cos \chi, \quad (17)$$

$$\Theta' = -\varepsilon_1, \quad (18)$$

$$\chi' = \mu(1 - b_1) + \frac{b_1 \varepsilon_1}{a_1} \sin \chi + \frac{a_1}{\varepsilon_1} \sin \chi, \quad (19)$$

штрихом теперь обозначена производная по переменной ζ_1 , $d\zeta_1 = (\omega_0^2 \omega_H (u - v_0) / 2n^2 \omega_r (u - v_g))^{1/2} d\xi / (v_{\parallel} - u)$, $a_1 = dH_0 \omega_r (u - v_0) / \hbar \omega_H^2 u \cdot v_{\parallel} / c$, $\varepsilon_1 = nd / \hbar \omega_0 u \cdot (2\omega_r (u - v_0) (u - v_g) / \omega_H)^{1/2} E$, $b_1 = (nv_{\parallel} / c - 1) \omega_r / \omega_H$, $\nu = (\hbar \pi n u / d m c (u - v_0))^{1/2}$, $\beta = \omega_g^2 \omega_r (u - v_0) / 2\omega_0^2 \omega_H u$, $\omega_g^2 = 8\pi N d^2 \omega_r / \hbar$, $\omega_0^2 = 4\pi \rho_0 e^2 / m$, $\mu = n(2\omega_0 \omega_H (u - v_g) / \omega_0^2 (u - v_0))^{1/2}$.

Проведенный ниже численный анализ показывает, что солитонные решения системы (15)–(19) возможны не при любых значениях параметров. Например, если два коэффициента ν и β фиксированы, то решения в виде уединенной волны получаются при некоторых дискретных значениях μ . Поэтому представляется разумным рассмотреть следующую постановку численного эксперимента на предмет обнаружения солитонных решений. Пусть пучок осцилляторов распространяется в системе с фиксированными значениями магнитного поля H_0 , показателя преломления n и плотности резонансного газа N . Варьируя плотность пучка ρ_0 , будем подбирать такие ее значения, когда решения имеют вид уединенной волны.

Оценим параметры системы (15)–(19). Считаем частоту ω_r порядка 10^{11} Гц, что соответствует вращательным переходам молекулы. Полагая $n \sim 10$, $N \sim 2 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, $H_0 \sim 600$ Гс, $d \sim 1D$ и учитывая, что в случае, когда скорость волны u не слишком близка к v_0 или v_g , величины вида $(u - v_0) / u$ и $(u - v_0) / (u - v_g)$ не могут изменить порядок оцениваемых коэффициентов, получим $\nu \sim 10^{-2}$, $\mu \sim 200 \cdot \beta^{1/2}$. Плотность пучка при этом может изменяться в пределах от $n_{b \min} \sim 2 \cdot 10^9$ см $^{-3}$ до $n_{b \max} \sim 2 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$. Наличие нижней и верхней границ обусловлено тем, что при $n_b < n_{b \min}$ в системе не будет развиваться неустойчивость [2], а при $n_b > n_{b \max}$ нарушается условие применимости метода медленных амплитуд и инкремент становится сравнимым с частотой волны. Соответственно параметр β может изменяться от 10^{-3} до 1.

Система (15)–(19) интегрировалась со значениями параметров $\nu = 10^{-2}$, $\mu = 200 \cdot \beta^{1/2}$. Решения в виде уединенной волны были обнаружены при следующих значениях β : $\beta_1 = 0.414557$, $\beta_2 = 0.0294973$, $\beta_3 = 0.00562128$, $\beta_4 = 0.00168117$, где индекс обозначает число колебаний поляризации на

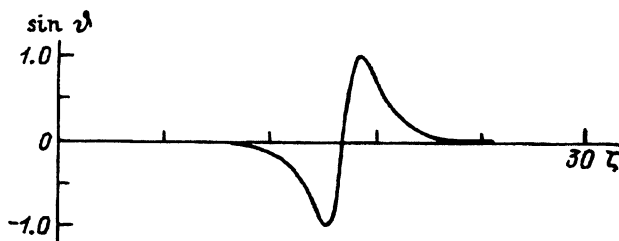
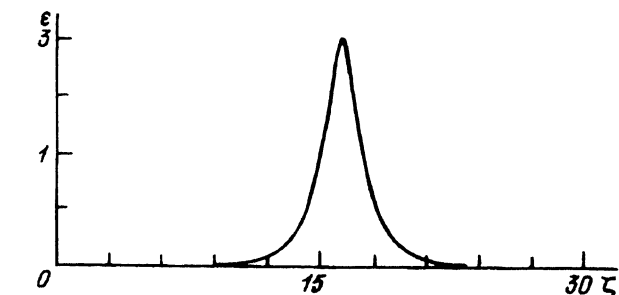


Рис. 1. Зависимости $\varepsilon_1(\zeta_1)$ и $\sin \theta(\zeta_1)$ при $\beta = 0.414557$.
Период колебания поля равен периоду колебания поляризации.

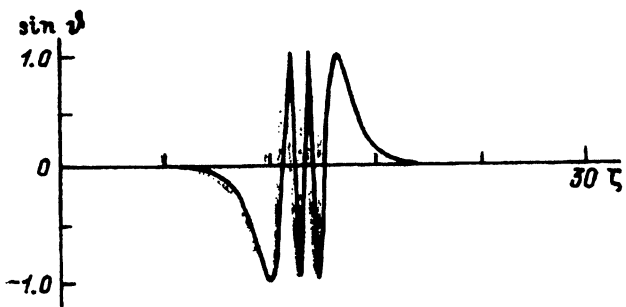
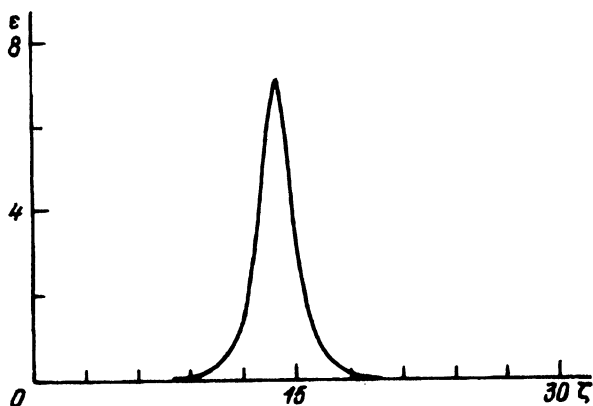


Рис. 2. Зависимости $\varepsilon_1(\zeta_1)$ и $\sin \theta(\zeta_1)$ при $\beta = 0.00562128$.
Период колебания поля равен трем периодам колебаний поляризации.

периоде колебания поля. На рис. 1 и 2 представлены графики зависимости поля ε_1 и поляризации $\sin \theta$ от координаты ζ для β_1 и β_3 .

Механизм образования солитонов в пучково-газовой среде аналогичен хорошо известному эффекту самоиндуцированной прозрачности [7]. При распространении пучка электронов в замедляющей среде вдоль

внешнего магнитного поля H_0 развивается неустойчивость, приводящая к возбуждению в системе уединенной электромагнитной волны [8]. В передней части импульса резонансные молекулы переходят в инвертированное состояние, затем происходит обратная передача энергии из газа в волну. Период этого процесса уменьшается с ростом амплитуды поля, определяемой плотностью пучка. При произвольной плотности ρ_0 на периоде колебания поля, вообще говоря, не обязательно будет укладываться целое число колебаний поляризации и после прохождения импульса в среде остается некоторая отличная от нуля инверсия уровней. Как показывают расчеты, в этом случае возникают периодические колебания, имеющие сложную структуру, определяемую наложением двух механизмов стабилизации поля: расфазировки пучка с волной и нелинейной зависимости волноводных свойств системы от ее энергонасыщенности; решения в виде уединенных волн не реализуются. Однако при некоторых фиксированных значениях плотности пучка электромагнитная волна приводит к такому поведению поляризации, когда после прохождения импульса среда в точности переходит в начальное неинвертированное состояние. Именно этой ситуации и отвечают найденные нами решения.

Таким образом, для электронного пучка, распространяющегося в резонансной молекулярной среде в условиях аномального эффекта Доплера, возможен дискретный набор значений его плотности, для которого возбуждаемая волна имеет вид солитона.

Список литературы

- [1] Красовицкий В.Б., Курилко В.И. // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. Вып. 1. С. 353–357.
- [2] Красовицкий В.Б., Линецкий А.Р. // ЖТФ. 1968. Т. 37. Вып. 3. С. 474–478.
- [3] Красовицкий В.Б. // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 6. С. 1093–1095.
- [4] Красовицкий В.Б. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. Вып. 4. С. 1358–1362.
- [5] Пантел Р., Путхоф Ф.Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. 384 с.
- [6] Бачин И.В. // УФЖ. 1981. Т. 26. № 11. С. 1909–1911.
- [7] McColl S.L., Hahn E.L. // Phys. Rev. 1969. Vol. 183. P. 457–477.
- [8] Бачин И.В., Красовицкий В.Б. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 2. С. 472–477.

Ростовский университет

Поступило в Редакцию
7 мая 1992 г.