

07; 08

©1993 г.

СИЛЬНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПУЧКОВ В ОПТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ КРИСТАЛЛАХ

И.Н.Кушнарев, С.Н.Шарангович

Развита двумерная пространственная теория сильного брэгговского акустооптического взаимодействия пучков в оптически неоднородной анизотропной среде. Получены аналитические решения уравнений связанных волн в частных производных для регулярной, кусочно-линейной модели неоднородности. Представлены результаты моделирования эволюции пространственных профилей световых пучков при сильном взаимодействии в условиях температурно-наведенных оптических неоднородностей для различных величин и ориентаций температурных градиентов.

Введение

Для реальных акустооптических (АО) ячеек (модуляторов, дефлекторов, фильтров), используемых на практике для эффективного управления пространственно-временными параметрами лазерного излучения, характерно акустооптическое взаимодействие (АОВ) пучков при больших дифракционных эффективностях в кристаллических средах, которые в отношении оптических свойств являются в той или иной мере пространственно-неоднородными. Оптические неоднородности могут возникать вследствие нарушения состава кристаллов в процессе выращивания, фоторефрактивных эффектов в сегнетоэлектриках при АОВ, а также могут быть электроиндуцированы внешними неоднородными электрическими полями в пьезокристаллах и температурно-наведенными [1^{–9}]. Термонеоднородности в кристаллических светозвукопроводах наиболее типичны для АО устройств ближнего и среднего ИК диапазонов, работающих при больших уровнях мощности лазерного и акустического излучений [4]. Причинами возникновения неоднородных температурных полей в среде АОВ могут быть поглощение акустических и световых волн, а также тепловыделение в пьезоэлектрических преобразователях и поглотителях [1,2,4,6].

Экспериментальные исследования дифракции света на ультразвуке в условиях температурных градиентов и анализ их влияния на характеристики реальных АО устройств, выполненные для малых [2,6,7] и больших [1,2,4] эффективностей дифракции, показывают необходимость построения модели АОВ в оптически неоднородных кристаллах в условиях

произвольной дифракционной эффективности с учетом пространственной структуры световых полей.

Существующие теоретические модели АОВ разработаны для линейно-неоднородных изотропных и анизотропных сред [2,6,7] в приближении больших эффективностей дифракции. Используемый в [3] подход основан на численных методах расчета АОВ в изотропных средах, а решения, полученные в [8], справедливы при небольших углах дифракции.

В данной работе развита двумерная пространственная теория АОВ ограниченных пучков в оптически неоднородных анизотропных средах, основанная на аналитических решениях уравнений связанных волн в частных производных для регулярной модели неоднородности, обусловленной для определенности температурными эффектами и аппроксимируемой кусочно-линейной функцией координат. Полученные решения описывают АОВ при произвольных геометриях, эффективностях дифракции и ориентациях температурного градиента в кристаллах низшей и средней сингоний.

Общие соотношения

Рассмотрим брэгговское акустооптическое взаимодействие световых пучков $\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1$ в поле монохроматического звукового пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$, распространяющегося в прозрачной кристаллической среде, находящейся в регулярном неоднородном температурном поле $T(\mathbf{r})$, обусловленном, например, тепловыделением в пьезопреобразователе (рис. 1).

Геометрия АОВ показана на рис. 1,а. Область АОВ ограничена параллельными плоскостями $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = 0$ и $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = L$, которыми в неколлинеарном режиме АОВ аппроксимируются границы звукового пучка $\tilde{\mathbf{U}}(\tilde{\mathbf{r}})$ с лучевой нормалью \mathbf{q}_g , перпендикулярной $\mathbf{\Gamma}$ и наклоненной к волновой нормали \mathbf{q} на угол γ . При коллинеарном АОВ $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{q} = 1$. Поле $T(\mathbf{r})$ для удобства последующих расчетов будем считать пространственно сосредоточенным в слое, ограниченном плоскостями $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = 0$ и $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = L$.

Возмущение тензора диэлектрической проницаемости среды $\hat{\epsilon}$ под действием поля деформаций пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ и температурного поля $T(\mathbf{r})$ соответственно на величины $\Delta\hat{\epsilon}_\alpha$ и $\Delta\hat{\epsilon}_t$ будем считать малыми по отношению к $\hat{\epsilon}_0$. Поэтому пространственную зависимость $\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t)$ в полях \mathbf{U} и $T(\mathbf{r})$ представим в линейном приближении

$$\hat{\epsilon}(\mathbf{r}, t) = \hat{\epsilon}_0 + \Delta\hat{\epsilon}_\alpha(\mathbf{r}, t) + \Delta\hat{\epsilon}_t(\mathbf{r}). \quad (1)$$

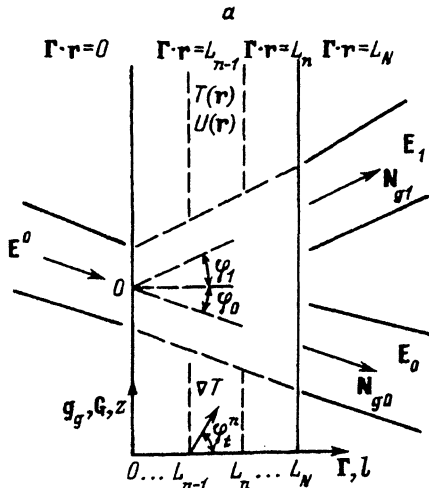
Здесь $\hat{\epsilon}_0$ — значение $\hat{\epsilon}$ в невозмущенной среде при температуре T_0 ,

$$\Delta\hat{\epsilon}_\alpha(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [\Delta\hat{\epsilon} U_m(\mathbf{r}) \exp [i(\Omega_0 t - \mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.}], \quad (2)$$

где $\Omega, \mathbf{K}_0, U_m \mathbf{r}$ — центральная частота, волновой вектор и распределение комплексной амплитуды $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$; $\Delta\hat{\epsilon}$ — величина возмущения $\hat{\epsilon}_0$ в поле звуковой волны единичной амплитуды при температуре T_0 [10],

$$\Delta\hat{\epsilon}_t(\mathbf{r}) = \left. \frac{d\hat{\epsilon}_0}{dT} \right|_{T=T_0} \Delta T(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где $\Delta T(\mathbf{r}) = T(\mathbf{r}) - T_0$ — пространственное распределение температурного поля в области АОВ, $T_0 = T(\mathbf{r} = 0)$ — средняя температура кристалла.



б

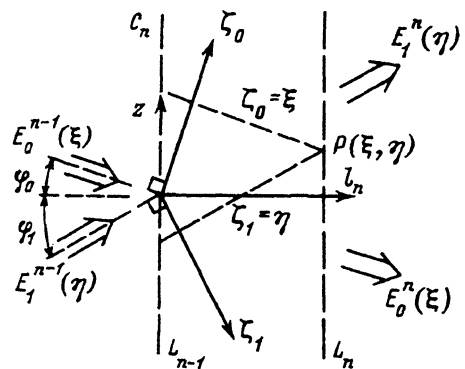


Рис. 1. Геометрия АОВ в плоскости дифракции (а) и в n -м слое области взаимодействия (б).

Падающий на возмущенную область кристалла пространственно модулированный световой пучок $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t)$ на границе области АОВ ($\Gamma \cdot \mathbf{r} = 0$) представим в виде квазиплоской волны

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{e}_0 E^0(\mathbf{r}) \exp [i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.}, \}, \quad (4)$$

где ω_0, \mathbf{e}_0 — частота и вектор поляризации; $E_0(\mathbf{r})$ — распределение комплексной амплитуды на плоскости $\Gamma \cdot \mathbf{r} = 0$ по координате $z = \mathbf{G} \cdot \mathbf{r}, \mathbf{G} \cdot \Gamma = 0$.

Световое поле в области АОВ, являющейся в отношении оптических свойств, согласно (1), пространственно неоднородной, должно удовлетворять векторному волновому уравнению

$$\text{rot rot}(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\hat{\varepsilon} \cdot (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1)], \quad (5)$$

где μ_0, ε_0 — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума.

Решение (5) в области АОВ с учетом малости параметров

$$\mu_a = |\Delta \hat{\varepsilon}_a \cdot \mathbf{e}_0| / |\hat{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{e}_0| \ll 1 \quad \text{и} \quad \mu_t = |\Delta \hat{\varepsilon}_t \cdot \mathbf{e}_0| / |\hat{\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{e}_0| \ll 1, \quad (6)$$

будем искать в рамках геометрикооптического приближения двумерной брэгговской дифракции методом медленно меняющихся амплитуд (ММА) в виде суммы локально-плоских неоднородных волн [8] нулевого \mathbf{E}_0 и первого \mathbf{E}_1 дифракционных порядков

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_j^{0,1} \mathbf{e}_j E_j(\mathbf{r}) \exp \left[i(\omega_j t - \int \mathbf{k}_j \cdot d\mathbf{r}) \right] + \text{к.с.} \right\}, \quad (7)$$

амплитуды которых $E_j(\mathbf{r})$ являются медленно меняющимися функциями координат в области АОВ и находятся из уравнений первого, а поляризации \mathbf{e}_j и волновые векторы \mathbf{k}_j — нулевого приближений ММА; частоты ω_j связаны соотношением $\omega_1 = \omega_0 + \Omega_0$.

Подставляя (7) в (5), учитывая (6) и разложение

$$\text{grad } E_j = \Gamma \frac{\partial E_j}{\partial l} + \mathbf{G} \frac{\partial E_j}{\partial z},$$

получим в первом приближении ММА систему уравнений в частных производных относительно комплексных амплитуд $E_j(\mathbf{r})$

$$\begin{aligned} \nu_0 \frac{\partial}{\partial l} E_0(l, z) + \eta_0 \frac{\partial}{\partial z} E_0(l, z) &= -iC_0 U_m^*(l, z) E_1(l, z) \exp \left[i \int \Delta \mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \right], \\ \nu_1 \frac{\partial}{\partial l} E_1(l, z) + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} E_1(l, z) &= -iC_1 U_m(l, z) E_0(l, z) \exp \left[-i \int \Delta \mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\Delta \mathbf{K}(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_0(\mathbf{r}) - \mathbf{k}_1(r) + \mathbf{K}_0 \quad (9)$$

— локальный вектор фазовой расстройки; l, z — координаты вдоль составляющих радиус-вектора \mathbf{r} в плоскости дифракции $\mathbf{r} = l\Gamma + z\mathbf{G}$;

$$\nu_j = \cos \varphi_j, \quad \eta_j = \pm \sin \varphi_j, \quad C_j = k_0(\mathbf{e}_0 \cdot \Delta \hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{e}_1) / 4n_j \cos \beta_j; \quad (10)$$

k_0 — волновое число света в вакууме; φ_j — углы между групповыми нормальными \mathbf{N}_{gi} световых пучков E_j и вектором Γ (рис. 1); $\cos \beta_j = \mathbf{N}_j \cdot \mathbf{N}_{gi}$; n_j, \mathbf{N}_j — показатели преломления и волновые нормали пучков E_j .

Параметры n_j, \mathbf{e}_j световых волн с нормальными \mathbf{N}_j , входящие в (9), (10), находятся из уравнения нулевого приближения ММА, которое в неоднородной среде с учетом малости $\mu_{\alpha,t}$ (6) и $\Omega_0 \ll \omega_j$ имеет вид

$$\left[n_j^2 (\hat{I} - \mathbf{N}_j \mathbf{N}_j) - \hat{\varepsilon}_0 - \Delta \hat{\varepsilon}_t(\mathbf{r}) \right] \cdot \mathbf{e}_j = 0. \quad (11)$$

Краевые условия для решения уравнений (8) в геометрии АОВ, показанной на рис. 1,а, задаются на линии пересечения плоскости $\Gamma \cdot \mathbf{r} = 0$ и плоскости дифракции

$$\begin{aligned} E_0(l = 0, z) &= E^0(z), \quad E_1(l = 0, z) = 0, \\ \Delta \mathbf{K}(l = 0, z) &= \Delta K(z)\Gamma. \end{aligned} \quad (12)$$

Определение амплитудно-фазовых распределений световых пучков первого $\mathbf{E}_1(l, z)$ и нулевого $\mathbf{E}_0(l, z)$ дифракционных порядков, удовлетворяющих уравнениям (8) и краевым условиям (12), при произвольной дифракционной эффективности АОВ в поле однородного ультразвукового пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r})$ в условиях воздействия неоднородного температурного поля $T(\mathbf{r})$ с произвольной ориентацией $\text{grad } T(\mathbf{r})$ является целью рассматриваемой задачи.

Для решения уравнений (8) воспользуемся независимостью (в рамках принятых приближений) воздействий полей $T(\mathbf{r})$ и $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ на оптические свойства среды АОВ и установим зависимость $\Delta K(\mathbf{r})$ в явном виде. Для этого допустим, что на границе области АОВ $\Gamma \cdot \mathbf{r} = 0$ световые пучки $\mathbf{E}_j (j = 0, 1)$ в отсутствие возмущения тензора $\hat{\epsilon}$ полем $T(\mathbf{r})$ характеризуются волновыми векторами $\mathbf{k}_j^* = \mathbf{N}_j^* k_0 n_j^*$, составляющими достаточно большие углы с оптической осью кристалла.

Далее воспользуемся кусочно-линейной аппроксимацией поля $T(\mathbf{r})$. Разбивая область АОВ на N слоев вдоль l плоскостями $\Gamma \cdot \mathbf{r} = L_n$, $n = 1, \dots, N$ (рис. 1, а) и представляя $T(\mathbf{r})$ внутри каждого слоя первыми членами разложения в ряд Тейлора, получим

$$T(\mathbf{r}) = \left[T(\mathbf{r} = 0) + \sum_{n=1}^N \left\{ \left. \frac{\partial T}{\partial l} \right|_{l=L_{n-1}}^{z=0} l_n + \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{l=L_{n-1}}^{z=0} z \right\} \Pi_n(l) \right], \quad (13)$$

где

$$\Pi_n(l) = \begin{cases} 1 & \text{при } L_{n-1} \leq l < L_n, \\ 0 & \text{при } L_{n-1} > l, l \geq L_n, \end{cases}$$

$l_n = l - L_{n-1}$ — текущая координата в пределах n -го слоя.

Тогда в системе координат, построенной на векторах \mathbf{G} , Γ и помещенной в центр светового пучка \mathbf{E}_j на границе $\Gamma \cdot \mathbf{r} = L_n$ (рис. 1), аналогично [8] можно показать, что в n -м слое области АОВ пространственная зависимость локальной фазовой расстройки $\Delta K(\mathbf{r}_n)$, где $\mathbf{r}_n = z\mathbf{G} + l_n\Gamma$, в геометрии АОВ рис. 2 описывается выражением

$$\Delta K_n(l_n, z) = \Delta K_{n-1} + s_n z + t_n l_n \quad \text{при } n = 2, \dots, N,$$

$$\Delta K_1(l_1, z) = \Delta K' + s_1 z + t_1 l_1 \quad \text{при } n = 1, \quad (14)$$

где $\Delta K'$ — начальная фазовая расстройка.

Фазовая расстройка $\Delta K'$ в (14) является функцией угла падения θ_0 пучка \mathbf{E}_0 , частоты f_0 поля \mathbf{U} и постоянной составляющей T_0 поля $T(\mathbf{r})$

$$\Delta K' = \Delta K(\theta_0) + \Delta K(f_0) + \Delta K(T_0). \quad (15)$$

Зависимости $\Delta K(\theta_0, f_0)$ для различных геометрий дифракции определены в [10], а $\Delta K(T_0)$ дается формулой

$$\Delta K(T_0) = k_0 \left[\frac{\cos(\theta_0 + \theta_1 - \beta_1) \delta n_0 - \cos \beta_1 \delta n_1}{\cos \varphi_1} \right] (T_0 - T_n),$$

T_n — температура среды АОВ в отсутствие тепловыделения.

Коэффициенты s_n, t_n в (М) характеризуют влияние ориентации, величины $\text{grad } T$ и режима дифракции. Так, для неколинеарной геометрии аномального АОВ, показанной на рис. 2,

$$s_n = k_0 [\delta n_0 \cos(\theta_0 - \gamma) - \delta n_1 \cos(\theta_1 + \gamma)] \sin \varphi_t^2 |\text{grad } T|,$$

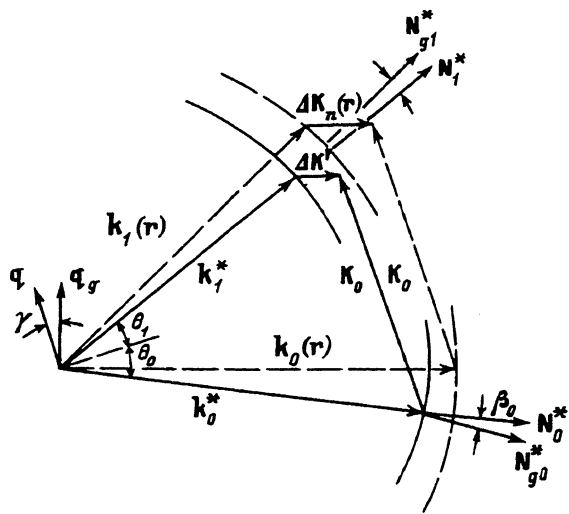


Рис. 2. Векторные диаграммы АОВ в локальной точке на входной границе области АОВ (сплошные линии) и внутри n -го слоя (пунктир).

$$t_n = k_0 \left[\{ \delta n_0 \cos(\theta_0 - \gamma) - \delta n_1 \cos(\theta_1 + \gamma) \} \cos \varphi_t^n + \right. \\ \left. + \delta n_0 \operatorname{tg} \varphi_0 \sin(\varphi_t^n - \varphi_0) - \delta n_1 \operatorname{tg} \varphi_1 \sin(\varphi_t^n - \varphi_1) \right] |\operatorname{grad} T|, \quad (16)$$

а для коллинеарной геометрии АОВ

$$s_n = k_0 [\delta n_0 \cos \beta_0 - \delta n_1 \cos \beta_1] \sin \varphi_t^n |\operatorname{grad} T|, \\ t_n = k_0 \left[(\delta n_0 \cos \beta_0 - \delta n_1 \cos \beta_1) \cos \varphi_t^n + \right. \\ \left. + \operatorname{tg}(\beta_0) \sin(\varphi_t^n + \beta_0) \delta n_0 - \operatorname{tg}(\beta_1) \times \sin(\varphi_t^n + \beta_1) \delta n_1 \right] |\operatorname{grad} T|, \quad (17)$$

где φ_j — углы между N_{gj}^* и Γ , причем $\varphi_j = \theta_j = -\beta_j \pm \gamma$; θ_0, θ_1 — углы падения и дифракции пучков E_0 и E_1 ; φ_t^n — угол, характеризующий ориентацию $\operatorname{grad} T$ в n -м слое и отсчитываемый от орта Γ (рис. 1, 2);

$$\delta n_j = 0.5 \left[\mathbf{e}_j^* \cdot \left(\frac{d\hat{\varepsilon}_0}{dT} \Big|_{T=T_0} \right) \cdot \mathbf{e}_j^* \right] / n_j^*;$$

параметры $n_j^*, N_{gj}^*, \mathbf{e}_j^*$ находятся из уравнения (11) при $\operatorname{grad} T = 0$.

В условиях нормального АОВ обыкновенно поляризованных световых волн в одноосных кристаллах $\delta n_0 = \delta n_1 = \delta n$ и, согласно [8],

$$s_n = 2k_0 \delta n |\operatorname{grad} T| \sin \gamma \sin \theta_0 \sin \varphi_t^n, \quad t_n = k_0 \delta n \left[2 \sin \gamma \sin \theta_0 \cos \varphi_t^n + \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \operatorname{tg}(\gamma - \theta_0) \sin(\varphi_t^n + \theta_0 - \gamma) - \operatorname{tg}(\theta_0 + \gamma) \sin(\varphi_t^n - \theta_0 - \gamma) \end{aligned} \right| |\operatorname{grad} T|,$$

где $\theta_0 = \lambda_0 f_0 / 2n_0 v$ — угол Брэгга.

Видно, что при $\gamma = 0$ коэффициент $s_n = 0$, а $t_n = -2k_0 \delta n |\operatorname{grad} T| \sin \theta_0 \times \sin \varphi_t^n$.

При нормальном АОВ необыкновенно поляризованных волн для случая $\gamma = 0$ получим

$$s_n = 2k_0 \delta n |\operatorname{grad} T| \sin \beta_0 \sin \theta_0 \sin \varphi_t^n,$$

$$t_n = 2k_0 \delta n |\operatorname{grad} T| [\sin \beta_0 \sin \theta_0 \cos \varphi_t^n - \sin \theta_0 \sin \varphi_t^n].$$

Полагая, что длина любого выделенного слоя области АОВ $l_n = L_N - L_{n-1}$ ($n = 1, \dots, N$) удовлетворяет неравенству

$$Q = \lambda f_0^2 l_n / v^2 \geq 10 \quad \text{для нормального АОВ,}$$

$$Q_{an} = l_n |n_0 - n_1| / \lambda \cos \theta_0 \geq 4 \quad \text{для аномального АОВ,}$$

определяющему режим дифракции Брэгга, дальнейший анализ процесса АОВ в неоднородном поле $T(\mathbf{r})$ вида (13) сведем к решению N независимых задач брэгговского АОВ в линейно-неоднородных слоях анизотропной среды.

Для этого в каждом n -м слое АОВ сделаем замену переменных

$$E_1^n(l_n, z) = B_1(l_n, z) \exp[-i\Delta K'(z - \eta_1 l_n / \nu_1) / (\eta_0 / \nu_0 - \eta_1 / \nu_1)],$$

$$E_0^n(l_n, z) = B_0(l_n, z) \left[\frac{C_1}{C_0} \right]^{0.5} \exp[-i\Delta K'(z - \eta_0 l_n / \nu_0) / (\eta_0 / \nu_0 - \eta_1 / \nu_1)] \quad (18)$$

и перейдем в новую координатную систему

$$\xi_0 = -\eta_0 l_n + \nu_0 z, \quad \xi_1 = \eta_1 l_n - \nu_1 z, \quad (19)$$

где ξ_0, ξ_1 — апертурные координаты пучков $\mathbf{E}_0^n, \mathbf{E}_1^n$ в n -м слое, отсчитываемые вдоль осей, соответственно ортогональных нормальям \mathbf{N}_{g_0} и \mathbf{N}_{g_1} (рис. 1, б). В результате указанных преобразований с учетом (14) система (8) для n -го слоя принимает каноническую форму

$$\begin{aligned} i \frac{\partial B_1(\xi_0, \xi_1)}{\partial \xi_1} &= \sigma U(\xi_0, \xi_1) B_0(\xi_0, \xi_1), \\ i \frac{\partial B_0(\xi_0, \xi_1)}{\partial \xi_0} &= \sigma U^*(\xi_0, \xi_1) B_1(\xi_0, \xi_1). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь для однородного распределения звука $U_m(l, z) = U_0$, при $0 \leq l \leq l$, где U_0 — амплитуда, введенные параметры σ, U имеют значения

$$\begin{aligned} \sigma &= U_0 \sqrt{C_0 C_1} / (\nu_0 \eta_1 - \nu_1 \eta_0), \quad U(\xi_0, \xi_1) = \exp \left[i \left\{ s_n (\xi_0 \eta_1 + \xi_1 \eta_0) \times \right. \right. \\ & \left. \left. + (\xi_0 \nu_1 + \xi_1 \nu_0) + \frac{t_n}{2} (\xi_0 \nu_1 + \xi_1 \nu_0)^2 \right\} (\nu_0 \eta_1 - \nu_1 \eta_0)^{-2} \right]. \end{aligned}$$

Граничные условия (12) для системы (20) являются данными Коши и задаются в координатах (ξ_0, ξ_1) на кривой C_n ($\xi_0 = -(\nu_0/\nu_1)\xi_1$) (см. (19) при $l_n = 0$) следующим образом:

$$B_1|_{C_n} = E_1^{n-1} \left(\frac{\xi_1}{\nu_1} \right) \exp \left[-i \frac{\Delta K' \xi_1 / \nu_1}{\eta_0 / \nu_0 - \eta_1 / \nu_1} \right] \quad \text{при } n = 2, 3, \dots, N,$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial \xi_0} \Big|_{C_n} = -i\sigma E_0^{n-1} \left(\frac{\xi_0}{\nu_0} \right) \left[\frac{C_0}{C_1} \right]^{0.5} \exp \left[i \frac{\Delta K' \xi_0 / \nu_0}{\eta_0 / \nu_0 - \eta_1 / \nu_1} \right] \quad \text{при } n = 2, 3, \dots, N, \quad (21)$$

или

$$B_0|_{C_n} = E_0^{n-1} \left(\frac{\xi_0}{\nu_0} \right) \left[\frac{C_0}{C_1} \right]^{0.5} \exp \left[i \frac{\Delta K' \xi_0 / \nu_0}{\eta_0 / \nu_0 - \eta_1 / \nu_1} \right] \quad \text{при } n = 2, 3, \dots, N,$$

$$\frac{\partial B_0}{\partial \xi_1} \Big|_{C_n} = -i\sigma E_1^{n-1} \left(\frac{\xi_1}{\nu_1} \right) \exp \left[-i \frac{\Delta K' \xi_1 / \nu_1}{\eta_0 / \nu_0 - \eta_1 / \nu_1} \right] \quad \text{при } n = 2, 3, \dots, N. \quad (22)$$

Отметим, что при $n = 1$ в (21), (22), согласно (12), $E_1^{n-1} = 0$, $E_0^{n-1} = E^0(\xi_0/\nu_0)$.

Аналитические решения

Для решения системы уравнений (20) сведем ее к одному дифференциальному уравнению относительно B_1 ,

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial \xi_0 \partial \xi_1} - (a\xi_0 + b\xi_1) \frac{\partial B_1}{\partial \xi_0} - dB_1 = 0, \quad (23)$$

где

$$a = i \frac{s_n(\eta_1\nu_0 + \eta_0\nu_1) + t_n\nu_1\nu_0}{(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^2}, \quad b = i \frac{2s_n\eta_0\nu_0 + t_n^2\nu_0}{(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^2}, \quad d = -\sigma^2,$$

и воспользуемся методом Римана [11,12]. В этом случае решение задачи сводится к отысканию функции Римана $R(\xi_0, \xi_1; \xi, \eta)$, которая должна удовлетворять граничным условиям на характеристиках $\xi_1 = \eta$ и $\xi_0 = \xi$,

$$R(\xi_0, \eta; \xi, \eta) = 1 \quad \text{при } \xi_1 = \eta,$$

$$R(\xi, \xi_1; \xi, \eta) = \exp [a\xi(\eta - \xi_1) + 0.5b(\eta^2 - \xi_1^2)] \quad \text{при } \xi_0 = \xi.$$

Заметим, что параметры ξ, η рассматриваются как координаты точки P , через которую проходят характеристики $\xi_1 = \eta, \xi_0 = \xi$ (рис. 1, б). Подстановка

$$R(\xi_0, \xi_1; \xi, \eta) = \psi(\omega) \exp [a\xi_0(\eta - \xi_1) + 0.5b(\eta^2 - \xi_1^2)]$$

и замена $\omega = (\xi - \xi_0)(\eta - \xi_1)$ позволяют свести (23) к уравнению гипергеометрического типа [13]

$$\omega\psi'' + (1 - a\omega)\psi' - d\psi = 0, \quad (25)$$

которое может быть проинтегрировано с помощью вырожденной гипергеометрической функции $\Phi(a, b; z)^{[13]}$, так что $\psi(\omega = 0) = 1$.

В результате решения (25) функция Римана запишется в виде

$$R(\xi_0, \xi_1; \xi, \eta) = \exp [a\xi_0(\eta - \xi_1) + 0.5b(\eta^2 - \xi_1^2)] \Phi \left(\frac{d}{a}, 1; a(\xi - \xi_0)(\eta - \xi_1) \right). \quad (26)$$

Очевидно, что на характеристиках функция Римана (26) удовлетворяет условиям (24) и $R(\xi, \eta; \xi, \eta) = 1$.

Воспользовавшись далее интегральным представлением Римана $^{[12]}$ и учитывая, что на выходной границе n -слоя области АОВ ($l_n = \text{const}$) координаты (ξ, η) связаны соотношением $\xi = 2\delta - (\nu_1/\nu_0)$ (см. (19)), а также (21), (26), получим точное решение уравнений (20), (23) для n -го слоя, представленное с учетом (18)

$$\begin{aligned} E_1^n(\eta) = & E_1^{n-1} \left\{ -\frac{\eta}{\nu_1} \right\} - i \frac{C_0 U_0 l_n}{2\nu_1} \int_{-1}^{+1} \left[\exp [\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \times \right. \\ & \times \left[\Phi \left(\frac{d}{a}, 1; a\delta^2 \frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2) \right) E_0^{n-1} \left\{ \frac{\delta(1-y)}{\nu_0} - \frac{\eta}{\nu_1} \right\} - i \frac{C_1 U_0 l_n}{2\nu_0} (1+y) \times \right. \\ & \left. \left. \times \Phi \left(\frac{d}{a} + 1, 2; a\delta^2 \frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2) \right) E_1^{n-1} \left\{ \frac{\delta(1-y)}{\nu_0} - \frac{\eta}{\nu_1} \right\} \right] dy, \quad (27) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \delta &= \left[\frac{\nu_0 \eta_1 - \nu_1 \eta_0}{\nu_1} \right] \frac{l_n}{2}; \\ m &= \eta \left(-a + \frac{\nu_1}{\nu_0} b \right) - i \frac{\Delta K' l_n}{2\delta}; \quad n = \frac{\nu_1}{\nu_0} \left(a - \frac{\nu_1 b}{\nu_0 2} \right). \end{aligned}$$

Аналогично находится решение для светового пучка нулевого дифракционного порядка в n -м слое, распределение $B_0(\xi_0, \xi_1)$ которого, согласно (20), должно удовлетворять условиям (22) и уравнению

$$\frac{\partial^2 B_0}{\partial \xi_0 \partial \xi_1} - (a' \xi_0 + b' \xi_1) \frac{\partial B_0}{\partial \xi_1} - dB_0 = 0, \quad (28)$$

где

$$b' = -i \frac{s_n(\eta_1 \nu_0 + \eta_0 \nu_1) + t_n \nu_1 \nu_0}{(\nu_0 \eta_1 - \nu_1 \eta_0)^2}, \quad a' = -i \frac{2s_n \eta_1 \nu_1 + t_n^2 \nu_1}{(\nu_0 \eta_1 - \nu_1 \eta_0)^2}, \quad d = -\sigma^2.$$

Функция Римана уравнения (28) имеет следующий вид:

$$R(\xi_0, \xi_1; \xi, \eta) = \exp \left[b' \xi_1 (\xi - \xi_0) + \frac{a'}{2} + \xi^2 - \xi_0^2 \right] \Phi \left(\frac{d}{b'}, 1; b' (\xi - \xi_0) (\eta - \xi_1) \right). \quad (29)$$

С учетом (18) решение уравнения (28) методом Римана с помощью функции (29) представляется также в замкнутой форме

$$E_0^n(\eta) = E_0^{n-1} \left\{ -\frac{\xi}{\nu_0} \right\} - i \frac{C_1 U_0 l_n}{2\nu_0} \int_{-1}^{+1} \exp [\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \times \\ \times \left[\Phi \left(\frac{d}{b'}, 1; b' \delta^2 \frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2) \right) E_1^{n-1} \left\{ \frac{\xi - \delta(1-y)}{\nu_0} \right\} - i \frac{C_0 U_0 l_n}{2\nu_1} (1+y) \times \right. \\ \left. \times \Phi \left(\frac{d}{b'} + 1, 2; b' \delta^2 \frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2) \right) E_0^{n-1} \left\{ \frac{\xi - \delta(1-y)}{\nu_0} \right\} \right] dy, \quad (30)$$

где

$$m = \xi \left(\frac{a'}{2} - \frac{\nu_1}{\nu_0} b' \right) + \frac{i \Delta K' l_n}{2\delta}; \quad n = b' \frac{\nu_1}{\nu_0} - \frac{a'}{2}.$$

В первом слое ($n = 1$) области АОВ распределения световых полей, согласно (21), (22) и (27), (30), определяются следующими выражениями:

$$E_1^1(\eta) = -i \frac{C_0 U_0 l_1}{2\nu_1} \int_{-1}^{+1} E^0 \left\{ \frac{\delta(1-y)}{\nu_0} \frac{\eta}{\nu_1} \right\} \exp [\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \times \\ \times \Phi \left(\frac{d}{a}, 1; a \delta^2 \frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2) \right) dy, \quad (31)$$

$$E_0^1(\xi) = E^0(\xi) - \frac{C_0 C_1 U_0^2 l_1^2}{4\nu_1 \nu_0} \int_{-1}^{+1} (1+y) E^0 \left\{ \frac{\xi - \delta(1-y)}{\nu_0} \right\} \times \\ \times \exp [\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \Phi \left(\frac{d}{b'} + 1, 2; b' \delta^2 \frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2) \right) dy. \quad (32)$$

Полученные решения (31), (32) и (27), (30) являются рекуррентными соотношениями, с помощью которых последовательно можно описать процесс образования пространственных профилей $E_0^n(\xi)$ и $E_1^n(\eta)$ на выходе каждого n -го слоя через распределения $E_0^{n-1}(\xi)$ и $E_1^{n-1}(\eta)$ на его входе. Причем на каждом этапе расчета ($n=1, \dots, N$) в отличие от методов теории возмущений результаты представляются в замкнутой форме. При $n = N$ формулы (27), (30) определяют пространственные распределения дифракционных полей $E_0(\xi) = E_0^N(\xi)$, $E_1(\eta) = E_1^N(\eta)$ в апертурных координатах в ближней зоне области АОВ для произвольных значений АО связи и неоднородности поля $T(\mathbf{r})$, пространственное распределение которого было представлено кусочной-линейной аппроксимацией (13).

На практике часто ограничиваются линейно-неоднородной моделью поля $T(\mathbf{r})$ [3,5,7]. В этом случае АОВ описывается формулами (31), (32), где для удобства опустим индекс $n = 1$. Рассмотрим предельные случаи

АОВ, вытекающие из данных решений. Так, при слабом АОВ, когда $b^* = U_0 l \sqrt{C_0 C_1} / \nu_0 \nu_1 \leq 0.5$, $E_0(\xi) = E^0(\xi)$ и

$$E_1(\eta) = -i \frac{C_0 U_0 l}{2\nu_1} \int_{-1}^{+1} E^0 \left\{ \frac{\delta(1-y)}{\nu_0} - \frac{\eta}{\nu_1} \right\} \exp [\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] dy. \quad (33)$$

Выражение (33) в интегральной форме учитывает совместное влияние пространственно-неоднородных полей $E^0(\xi)$ и $T(\mathbf{r})$ на процесс формирования распределения $E_1(\eta)$. Анализ (33) при $E^0 = \text{const}$ позволяет дополнить результаты [5,6] численного анализа влияния поля $T(\mathbf{r})$ на основные параметры АОВ аналитическими оценками. Так, уровень ограничения апертуры $\Delta\eta$ пучка E_1 и величина смещения $\delta\eta$ центра его распределения $E_1(\eta)$ от оси \mathbf{N}_{g1} , вызванные поперечно-неоднородным полем $T(\mathbf{r})$ ($s \neq 0$), равны

$$\Delta\eta = \frac{l(s\eta_1 + t\nu_1/2)}{s} \left[1 - \frac{1.5}{l} \left\{ \frac{\nu_1}{2s\eta_1 + t\nu_1} \right\}^{0.5} \right]; \quad \delta\eta = \frac{l}{2s} [2s\eta_1 + t\nu_1].$$

Продольно-неоднородное поле $T(\mathbf{r})$ ($s = 0$) вызывает смещения и уширение частотных зависимостей АОВ, оценка которых по формуле (33) при $E_0 = \text{const}$ и $t \geq 8l^2$ для широкополосного аномального АОВ дает величины

$$\delta f = \left[\frac{n_1 t l v^2}{2\pi \lambda_0} \right]^{0.5}, \quad \Delta f = 2 \left[\frac{n_1 t l v^2}{\pi \lambda_0} \left(1 - \frac{0.84}{l} \sqrt{\frac{2\pi}{t}} \right) \right]^{0.5}.$$

В условиях сильной АО связи, когда $b^* \gg 1$, воспользовавшись асимптотикой [13]

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \Phi(a, c; x) = \Gamma(c) (\kappa x)^{0.5(1-c)} e^{-0.5\kappa x} J_{c-1}(2\sqrt{\kappa x}), \quad \kappa = \frac{c}{a} - a,$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция, $J_c(x)$ — функция Бесселя, можно показать, что решения (31), (32) преобразуются к виду

$$E_1(\eta) = -i \frac{C_0 U_0 l}{2\nu_1} \int_{-1}^{+1} E^0 \left\{ \frac{\delta(1-y)^*}{\nu_0} - \frac{\eta}{\nu_1} \right\} \times$$

$$\times \exp \left[\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2 + a \frac{\nu_1}{\nu_0} \delta^2 (1-y^2) \right] J_0(2\sigma \delta \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2)}) dy,$$

$$E_0(\xi) = E^0(\xi) - \sqrt{\frac{C_1 C_0}{\nu_1 \nu_0}} \frac{U_0 l}{2} \int_{-1}^{+1} E^0 \left\{ \frac{\xi - \delta(1-y)}{\nu_0} \right\} \sqrt{\left(\frac{1+y}{1-y} \right)} \times$$

$$\times \exp \left[\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2 + b' \frac{\nu_1}{\nu_0} \delta^2 (1-y^2) \right] J_1 \left(2\sigma \delta \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_0} (1-y^2)} \right) dy,$$

показывающему, что в данных условиях характер энергообмена в области АОВ независимо от величины и ориентации $\text{grad } T(\mathbf{r})$ является периодически осциллирующим и сопровождается расширением по координатам ξ, η области эффективного взаимодействия пучков E_0 и E_1 .

В условиях пренебрежимо слабого $\text{grad } T(\mathbf{r})$, согласно (16), параметры $s, t \rightarrow 0$ и решения (31), (32) с учетом предельного перехода [13]

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \Phi \left(a, c; -\frac{x}{a} \right) = \Gamma(c) \sqrt{x^{1-c}} J_{c-1}(2\sqrt{x})$$

принимают следующий вид:

$$E_1(\eta) = -i \frac{C_0 U_0 l}{2\nu_1} \int_{-1}^{+1} E^0 \left\{ \frac{\delta(1-y) \eta}{\nu_0 \nu_1} \right\} \times \\ \times \exp \left[i \frac{\Delta K' l}{2} (1-y) \right] J_0 \left(2\sigma \delta \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_0}} (1-y^2) \right) dy, \\ E_0(\xi) = E^0(\xi) - \sqrt{\frac{C_1 C_0}{\nu_1 \nu_0}} \frac{U_0 l}{2} \int_{-1}^{+1} E^0 \left\{ \frac{\xi - \delta(1-y)}{\nu_0} \right\} \sqrt{\left(\frac{1+y}{1-y} \right)} \times \\ \times \exp \left[-i \frac{\Delta K' l}{2} (1-y) \right] J_1 \left(2\sigma \delta \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_0}} (1-y^2) \right) dy.$$

Последние соотношения для АОВ в изотропной среде переходят в известные [11] и могут рассматриваться как обобщение результатов [11] на случай двумерной брэгговской дифракции в анизотропных средах.

Численное моделирование

На рис. 3-6 представлены результаты численного расчета эволюции пространственных профилей световых пучков по формулам (П2), (П3) для наиболее характерного на практике случая дифракции гауссова светового пучка с распределением (П1) на акустическом пучке, распространяющемся в линейнонеоднородной среде. Расчет выполнен для различных значений АО связи, ориентаций и величин $\text{grad } T$, геометрических параметров звукового и падающего светового пучков, характеризующихся обобщенными параметрами, приведенными в Приложении.

На рис. 3 показано изменение пространственного распределения интенсивности дифрагированного излучения $I_1(Y, b^*) = |E_1(Y, b^*)|^2$ в условиях малой (а) и большой (б) величинах продольной неоднородности температурного поля ($\varphi_t = 0$) для случая, когда расходимость падающего светового пучка E_1 меньше расходимости звука ($g^* = 0.1$). Как видно из рис. 3, а, б, продольная термонеоднородность в этих условиях практически не искажает амплитудного профиля дифрагированного излучения и до $t^* < 1.5$ не изменяет периодически осциллирующего характера энергообмена между пучками E_0 и E_1 (рис. 3, а). При возрастании термонеоднородности $t^* > 1.5$ дифракционная эффективность АОВ существенно уменьшается в области значений АО связи $0 \leq b^* \leq 3$ (рис. 3, б). Это

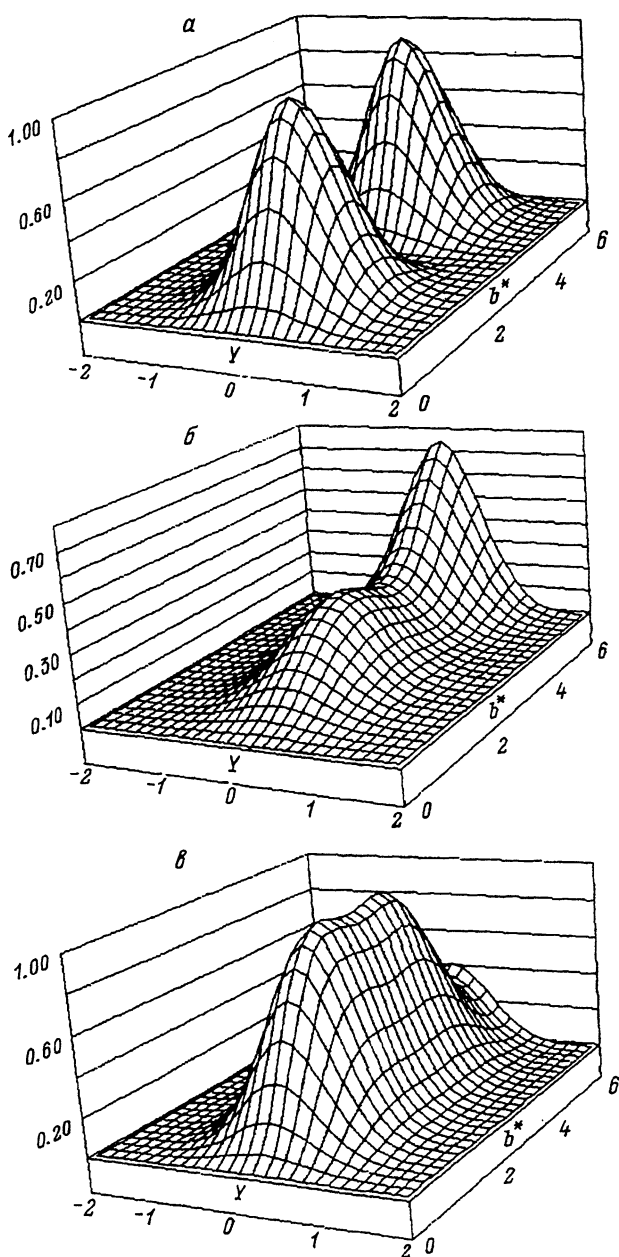


Рис. 3. Зависимости $I_1(Y, b^*)$ при $g^* = 0.1$ и $s^* \approx 0$.
 т: а — 0.5; б, в — 3; ΔK^* : а, б — 0; в — $\Delta K^* = -t^{*2}$.

обусловлено увеличением фазовой расстройки между взаимодействующими пучками E_0 и E_1 (см. (14)). Причем нелинейная зависимость результирующей фазовой расстройки от длины взаимодействия пучков E_1 по мере их распространения в области АОВ может существенно изме-

нить характер перекачки энергии из нулевого в первый дифракционный порядок. Расчет показывает, что при введении начальной фазовой расстройки $\Delta K' = -t^{*2}/L$ (частотной или угловой), которая компенсирует в центре области АОВ расстройку, наведенную температурным полем, при $t^* > 1.5$ в области значений $1 < b^* < 4$ наблюдается существенное увеличение эффективности АОВ. Например (рис. 3,б), при $t^* = 3$ наблюдается образование участка зависимости $I_1(1.5 < b < 5)$ со слабой чувствительностью к изменению АО связи b^* и близкой к 100% эффективностью дифракции. Данный эффект аналогичен описанному в работах [8,9] причем зависимости интегральной эффективности дифракции от параметров $b^*, t^*, \Delta K^*$ в рассматриваемом режиме АОВ, как показывает расчет, совпадают с подобными зависимостями работы [8].

На рис. 4 представлены результаты расчета для другого крайнего случая АОВ в условиях продольной термонеоднородности среды взаимодействия, когда расходимость светового поля E^0 превышает соответствующую величину акустического пучка $U(g^* = 3)$. Сравнение рис. 4,а и б показывает, что в этом случае имеет место существенное изменение амплитудной структуры дифрагированного излучения, а именно наблюдается смещение центра распределения $I_1(Y)$ и его асимметрия, а также сужение апертуры и возрастание максимума интенсивности. Очевидно, то причиной этих эффектов является локализация длины эффективного взаимодействия на начальном участке области АОВ (рис. 1,а), где величины наведенной термонеоднородностью фазовой расстройки являются небольшими. При введении компенсирующей фазовой расстройки $\Delta K' = -t^{*2}/L$ (рис. 4,в) распределение $I_1(Y)$ становится симметричным и уширяется, причем в сравнении с рис. 4,а в области значений АО связи $1 < b^* < 3.5$ достигается увеличение интегральной эффективности дифракции.

На рис. 5,а,б (соответственно $g^* = 0.1; 3$) показана эволюция зависимостей $I_1(Y, t^*)$, в целом характеризующая отмеченные выше закономерности влияния продольной составляющей $\text{grad} T$ в условиях сильной АО связи, для фиксированного значения $b = 1.5$. Кривые на рис. 5,а рассчитаны для каждого значения t^* с введением соответствующей начальной расстройки $\Delta K^* = -t^{*2}$. Видно, что в этих условиях до величины $t^* < 3.5$ продольная термонеоднородность не приводит к снижению дифракционной эффективности АОВ и искажениям пространственного распределения.

Влияние поперечной неоднородности температурного поля ($\varphi_t = 90$) на АОВ в приближении слабого взаимодействия ($b^* < 0.5$) подробно проанализировано в [5,6]. Поэтому рассмотрим основные закономерности преобразования распределения интенсивности дифрагированного излучения $I_1(Y)$ в режиме сильного АОВ ($b^* > 0.5$). На рис. 6,а показана динамика изменения пространственного распределения $I_1(Y)$ при вариации величины поперечной составляющей $\text{grad} T$, характеризуемой параметром s^* , при $b^* = 1.5$ и значении $t^* = 2$ (т.е. $0 < \varphi_t < 90$). Как следует из рис. 6,а, для $g^* = 0.1$ небольшие значения $s^* < 3$ приводят только к смещению центра распределения $I_1(Y)$. При дальнейшем увеличении $s^* > 3$ наблюдаются уменьшение апертуры дифрагированного излучения и увеличение эффективности АОВ. Это обусловлено тем, что из-за за-

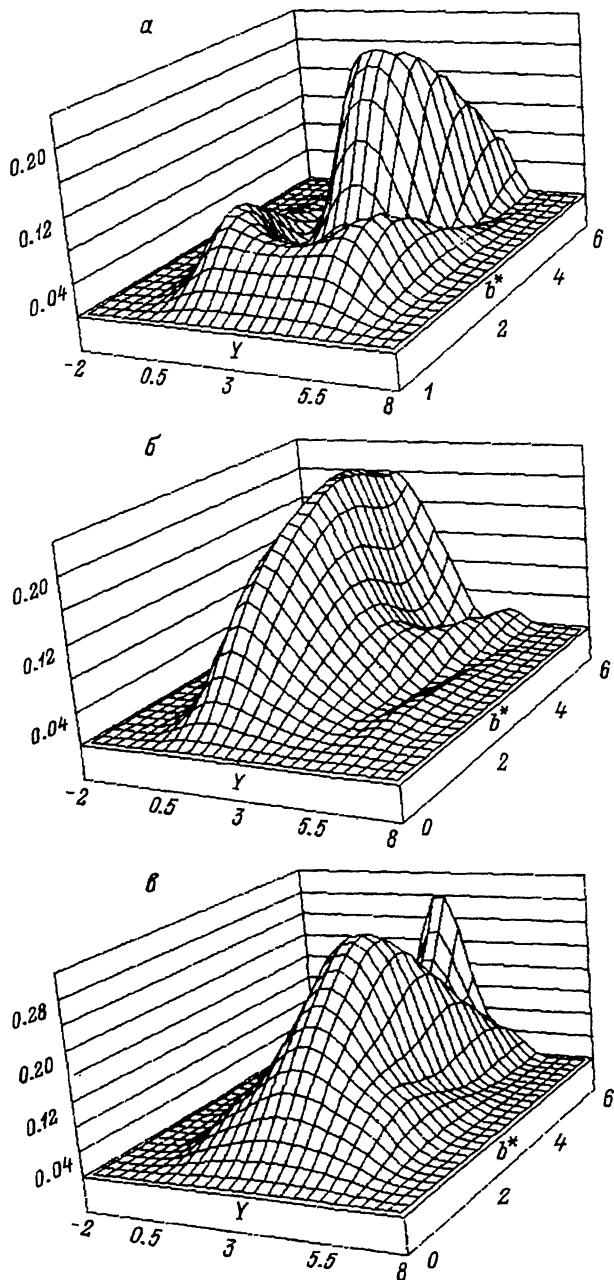


Рис. 4. Зависимости $I_1(Y, b^*)$ при $g^* = 3.0$ и $s^* \approx 0$.
а-в — то же, что и на рис. 3.

висимости фазовой расстройки $\Delta K \infty sz$ (см. (14)), одной стороны, происходит сужение области эффективного взаимодействия по координате Z (рис. 1, *б*), а с другой стороны, частично компенсируется фазовая расстройка, вызванная продольной составляющей $\text{grad } T$.

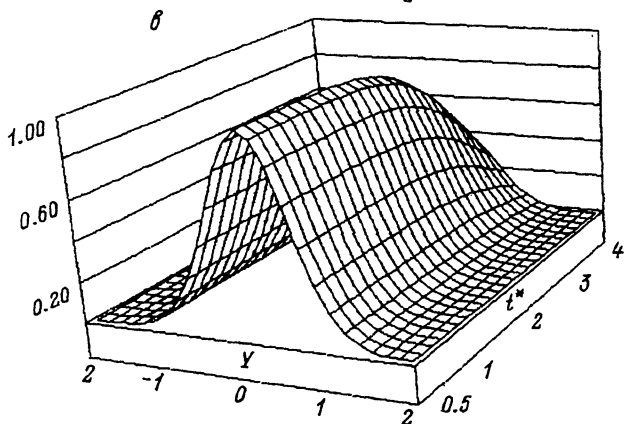
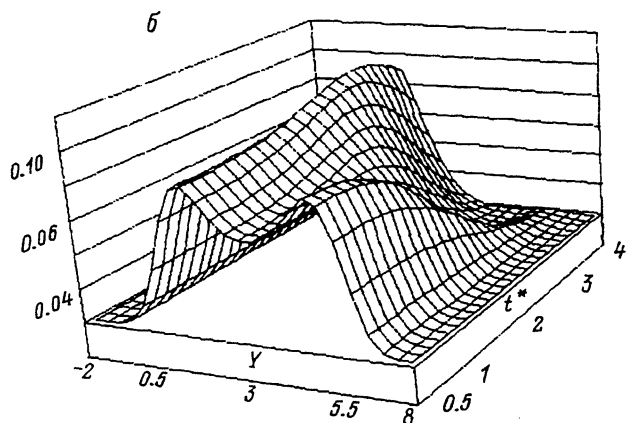
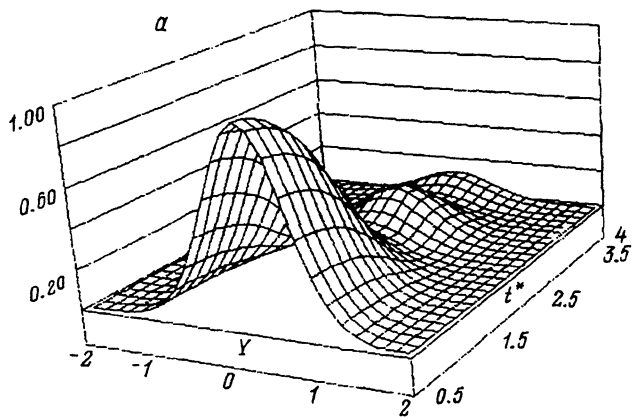


Рис. 5. Зависимости $I_1(Y, t^*)$ при $b^* = 1.5$ и $s^* \approx 0$.
 g^* : а, в — 0.1; б — 3; ΔK^* : а, б — 0; в — $\Delta K^* = -t^{*2}$.

Аналогичные эффекты имеют место и при дифракции светового пучка E^0 (рис. 6, б), расходимость которого превышает расходимость звука. При этом дополнительно наблюдается уменьшение асимметрии распределения $I_1(Y)$. При введении начальной расстройки $\Delta K^* = -t^{*2}$, как

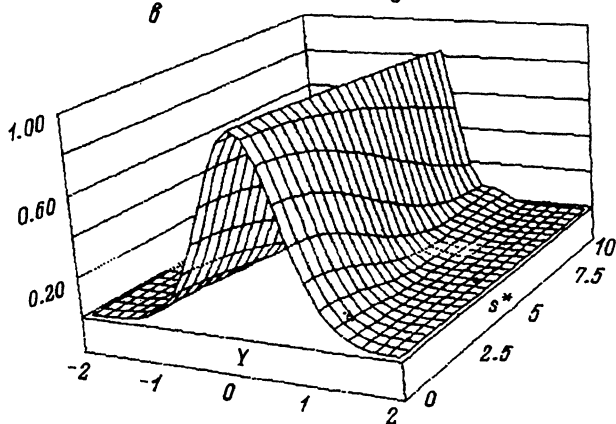
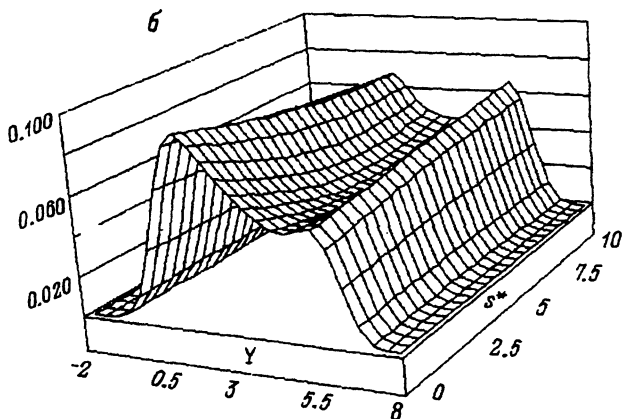
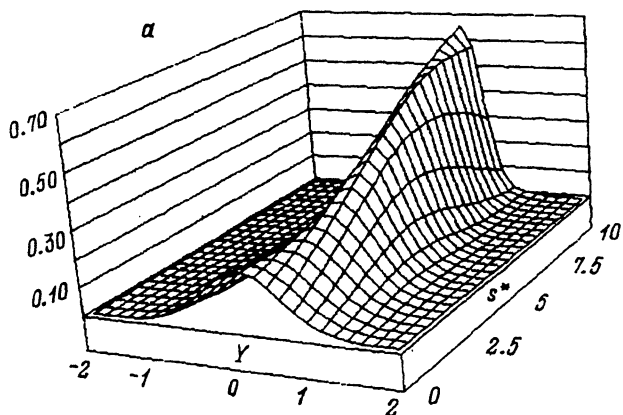


Рис. 6. Зависимости $I_1(Y, s^*)$ при $b^* = 1.5$ и $t^* = 2$.
 а-в — то же, что и на рис. 5.

видно из рис. 6, в, изменение параметра s^* в области $0 < s^* < 10$, практически не влияя на максимальные значения интенсивности I_1 , начиная со значений $s^* > 3$, приводит к линейному уменьшению апертуры пучка E_1 , как и при слабом АОВ [5,6].

Заключение

В данной работе представлена двумерная пространственная теория сильного АОВ в оптически неоднородной анизотропной среде, основанная на геометрооптическом представлении световых пучков локально-плоскими неоднородными волнами и кусочно-линейной аппроксимации оптической неоднородности, на примере практически важного случая АОВ в хтемпературно-возмущенной среде. Полученные решения описывают пространственные распределения световых пучков нулевого и первого дифракционных порядков в ближней зоне области АОВ и справедливы для регулярных моделей оптических неоднородностей произвольной природы. Изучена асимптотика полученных решений при малых и больших эффективностях дифракции и величинах температурно-наведенных оптических неоднородностей. Представление решений через обобщенные параметры позволило исследовать общие закономерности в изменении профилей световых пучков в условиях оптических термонеоднородностей.

Полученные результаты представляют интерес при разработке АО устройств, работающих при больших интенсивностях световых, акустических полей и эффективностях дифракции в условиях оптических неоднородностей кристаллических светозвукопроводов.

Авторы выражают признательность Е.С. Коваленко за полезные дискуссии и обсуждение результатов работы.

Приложение

Расчет проведен для падающего светового поля с гауссовым распределением интенсивности

$$E^0(\xi_0) = E^0 \exp [-(\xi_0/W^2)], \quad (\text{П.1})$$

где E^0 — амплитуда, принятая для удобства единичной; W — ширина апертуры.

Для удобства практических вычислений безотносительно к конкретным параметрам взаимодействующих полей и среды АОВ использованы обобщенные параметры, характеризующие

$$b^* = U_0 L \sqrt{\frac{C_0 C_1}{\nu_0 \nu_1}} \frac{\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{M_2 P_\alpha L}{2H}}$$

— величину АО связи, где аналогично [10] введен коэффициент акустооптического качества

$$M_2 = \frac{(\mathbf{e}_0 \cdot \Delta \hat{\varepsilon}_\alpha)^2 \cos \gamma}{n_0 n_1 \rho v^3 \cos \varphi_0 \cos \varphi_1 \cos \beta_0 \cos \beta_1},$$

v — скорость звука; ρ — плотность кристалла; P_α — акустическая мощность; L, H — длина и ширина преобразователя;

$$g^* = \frac{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)}{2 \cos \varphi_1 W}$$

— геометрию АОВ и отношение расходимостей пучков E^0, L ; $s^* = sWL$ — величину поперечной составляющей $\text{grad } T$; $t^* = [t/2]^{0.5} L$ — величину продольной составляющей $\text{grad } T$; $\Delta k^* = \Delta K' L$ — величину начальной фазовой расстройки; $Y = \eta/W \cos \varphi_1$, $X = \xi/W \cos \varphi_0$ — нормированные апертурные координаты. В указанных параметрах расчетные выражения (31), (32) принимают следующий вид для распределений светового поля в 1-м дифракционном порядке:

$$E_1(Y) = -ib^* E^0 \int_{-1}^{+1} \exp [-(g^*(1-y) - Y)^2] \Phi(A, 1; C(1-y^2)) \times \\ \times \exp \left[i \left(-(1-y) \frac{\Delta K^* - Y s^*}{2} + (1-y)^2 \frac{t^{*2} + s^* g^*}{4} \right) \right] dy, \quad (\text{П.2})$$

и в 0-м дифракционном порядке:

$$E_0(X) = E^0 \exp[-x^2] - E^0 \frac{b^{*2}}{4} \int_{-1}^{+1} \times \\ \times \exp [-(X - g^*(1-y))^2] \Phi(-A + 1, 2; -C(1-y^2))(1+y) \times \\ \times \exp \left[-i \left((1-y) \frac{-\Delta K^* + X s^*}{2} + (1-y)^2 \frac{t^{*2} - s^* g^*}{4} \right) \right] dy, \quad (\text{П.3})$$

где

$$A = \frac{i}{2} b^{*2} \left[t^{*2} + s^* g^* \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)} \right]^{-1}; \quad C = \frac{i}{2} \left[t^{*2} + s^* g^* \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)} \right].$$

Список литературы

- [1] *Eschler Hans.* // *Apl. Phys.* 1976. Vol. 9. N 2. P. 289–306.
- [2] *Магдич Л.Н., Молчанов В.Я.* // *ЖТФ.* 1978. Т. 48. Вып. 12. С. 2594–2596.
- [3] *Белянин Ю.П., Меньшиков В.В.* и др. Деп. в Укр. НИИЦНТИ. № ГАСНТИ 27419. Харьков, 1987.
- [4] *Fox A.J.* // *Appl. Opt.* 1987. Vol. 26. P. 872.
- [5] *Коваленко Е.С., Романов С.И.* // *Обработка сигналов и изображений оптическими методами.* Л., 1987. Вып. 140. С. 144–151.
- [6] *Коваленко Е.С., Романов С.И.* // *Акустооптические устройства.* Л., 1989. С. 24–29.
- [7] *Симаков А.Н., Тавасиев А.Ф., Калужов В.А., Торгашин А.Н.* // *Акустооптические устройства.* Л., 1989. С. 100–105.
- [8] *Кушнарев И.Н., Шарангович С.Н.* // *ЖТФ.* 1991. Т. 62. Вып. 1. С. 172–187.
- [9] *Шарангович С.Н.* // *ЖТФ.* 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 104–110.
- [10] *Задорин А.С., Шандаров С.М., Шарангович С.Н.* *Акустические и акустооптические свойства монокристаллов.* Томск, 1987.
- [11] *Moharam M.G., Gaylord T.K., Mignizson R.* // *J. Opt. Soc. Am.* 1980. Vol. 70. N 3. P. 300–304.
- [12] *Курант Р.* *Уравнения с частными производными.* М.: Мир, 1964.
- [13] *Нихифоров А.Ф., Уваров В.В.* *Специальные функции математической физики.* М.: Наука, 1984.